

FIZYKA

DLÁ

SZKÓŁ NARODOWYCH

CZĘŚĆ I.

MECHANIKA

Piérwszy ráz wydaná

Oprawna - - - - Zło. 4.



W KRAKOWIE Roku 1792.

W Drukarni Szkoły Głównéy Koronnéy.

Dziéło „ *Męchaniká* „ dla Szkół Narodowych przez Jmci Pana *Hubé* Dyrektora Nauk w Korpusie Szlacheckim Kadetów w języku Łacińskim napisané, a przez Towarzystwo do Xiąg Eleméntarnych na Polski wyłożone, odczytané i roztrząśnioné, na Sessyi Kommissyi Naszéy dnia 22. Miesiąca Lipca approbowané, do użytku Szkół Narodowych wedle Przepisów i Ustaw Naszych podaiémy — Dan w Warszawie na Sessyi dnia 22. Miesiąca Lutego 1792 Roku —

MICHÁŁ Xżę PONIATOWSKI Prymas.
GAŚPAR CIECISZOWSKI Biskup Kijowski.
MICHÁŁ Xżę RADZIWIŁŁ Wda. Wileń.
ŁUDWIK GUTAKOWSKI Podkom. W. W. X. L.
JULIAN NIEMCEWICZ.
ANTONI LANCKOROŃSKI.



ZBIÓR RZECZY

KTÓRÉ ZAWIÉRÁ CZĘŚĆ PIÉRWSZÁ NA PIĘĆ XIĄG PODZIELONÁ

XIĘGA PIÉRWSZA
o biegu.

XIĘGA DRUGÁ
o sile ciężkości.

XIĘ-



POCZĄTKÓW FIZYKI

CZĘŚĆ PIÉRWSZÁ
albo
MECHANIKA

XIĘGA I.
o biegu

ROZDZIÁŁ I.
o biegu skłádanym.

§ I.

Co iest bieg składany?

GDY powozém, albo na okręcie iedziémy, powóz idący albo okręt nas z sobą unosi — Łódź i wszelkié ciało na rzéce pływaiącé z biegiém z rzéki upływá; słowém, codziénnie widzimy niezliczoné dowody téy prawdy, że iedno ciało udziélá biegu drugiému. To zaś udziélanié biegu, dzieie się, nie tylko gdy iedno ciało z drugiem iest spoioné, ale

téż gdy się na niém wspiéra, albo się z niém styka, lub téż innym iakim sposobém łączy. Taki maią początek wszystkié biegi składané. Człowiek n. p. po okręcie chodząc dwoisty ma bieg gdy okręt płynie, to iest: właściwy względém okrętu, i bieg spólny z okrętém.

§ II.

Bieg składany z wielu poiedynczych iednakowégo kierunku, iest tych biegów summą.

Jeżeli wielé biegów na iednéy linii, podług iednakowégo kierunku łączą się z sobą, każdy łatwo poznaie, że bieg z nich złożony iest summą rzeczonych biegów, i że iego kierunek ténże sam iest, co i tamtych. Połóżmy n. p. na stole pręcik, a na nim posadźmy iakiego robaczka. Jeżeli tén robaczek, w przeciągu iednéy minuty, na pręciku ułazi cal iedén, a tyléż w iednakowym czasie, i podług iednakowégo kierunku posuwany pręcik, iasna iest rzecz, że dla dwoistégo biegu, robaczek na końcu minuty, od piérwszégo mieysca na stole naznaczonégo, na dwa cale oddali się. Słowém, złączywszy wielé biegów iednakowégo kierunku, czyli iednostronnych, ieżeli się żadnégo z tych biegów kierunek nie odmiénia, zawsze mieyscé biegiém składanym, w pewnym czasie wymiérzoné, równa się summie mieysc, w iednakowymże czasie, każdym z osobna biegiém poiedynczym przebytych. Kierunek zaś biegu składanégo iest

w tęż

w tęż samę stronę, w którą był w biegach poiedynczych.

§ III.

Jeżeli zaś dwa biegi prostodrożné maią kierunki sobie przeciwné, łatwo zrozumieć, że bieg z nich składany, równy będzie ich różnicy. W przykładzie iuż przytoczonym bierzmy, że się pręcik wstecz odsuwá przez pół cala, w tymże samym czasie w którym robáczek przed się na nim pełzá przez cal, a iasná iest rzecz, iż dwoiakim złączonym biegiém, robáczek oddalá się od swégo mieysca na stole tylko na pół cala. A ogólnie mówiąc, takowy bieg składany zawsze zostaie na drodze spólnéy obu biegów złączonych, i dzieie się podług kierunku, które było w prędszym biegu poiedynczym. Mieyscé zaś owym biegiém składanym przebyté, n. p. w czasie minuty, równá się różnicy mieysc, biegami poiedynczémi w tymże czasie przebytych.

Bieg składany ze dwóch poiedynczych wprost sobie przeciwnych, równá się ich różnicy.

§ IV.

Jeżeli tedy biegi poiedynczé sobie wprost przeciwné są równé, iedén przez drugi znosi się, a żádén bieg składany nie następuie. Tak w naszym przykładzie robáczek mieysca swégo zgoła nie odmiénia względém stołu, ieżeli pręcik ustawicznie z taką prędkością w przeciwną stronę ciągniémy, z iaką robáczek po nim lęzie. Człowiek także równie prędko

Biegi poiedynczé czasém się iedén przez drugi niszczą.

w tył statku bieżący, iak sam statek płynie, podobnymże sposobém na iednném mieyscu względém brzegów zostaie.

§ V.

Dodawanié biegów któré się dzieią na iednéyże linii prostéy.

Jakążkolwiek tedy liczbę biegów na iednéy linii złączywszy, bieg składany następuiącym sposobém łatwo się określa. Kładźmy, że wszystkié biegi w jednę stronę są dodatné, wszystkié zaś przeciwnie dążącé są *odiémné*, a mieysca każdym z osobna biegiém w jednakowym czasie przebyté podług znaku służącégo biegowi dodaymy. Jeżeli z takowégo dodawania żadna summa nie wyniknie, w takim razie przez bieg składany mieyscé się wcale nie odmiénia, czyli żaden bieg składany nie następuie. Jeżeli zaś iest iaka summa biegów, ta okazuie wielkość ich, a razém przez swóy znak dodatny + lub odiémny — i kierunek biegu składanégo. Tak ieżeli na iednéy linii prostéy znayduią się cztéry biegi poiedyncźé, dwa dążącé w prawą, z których iedén przez dwie stopy, drugi zaś przez 5, w przeciągu minuty odprawuie się; dwa także w przeciwną stronę, z których iedén przez 7 stóp, drugi przez 3 stopy, w czasie iednéy minuty dążą: wtedy trzeba dodać cztéry liczby $2 + 5 - 7 - 3$. z których liczb gdy summa wypada $- 3$, poznaiémy, że bieg składany iest w lewą przez 3 stopy, w czasie iednéy minuty.

§ VI.

§ VI.

Jeżeli zaś dwóch biegów prostodrożnych kierunki pod pewnym kątém do siebie się nachylaią, łatwo poznac, że punkt fizyczny, na którym oba biegi się łacza, ani kierunkiém iednégo, ani kierunkiém drugiego iśdź nié może, ale śrzednia nieiaką drogą między obiéma kierunkami iśdź powinién. Dla lepszégo téy rzeczy zrozumiénia, wystawmy sobie znowu iakiégo robaczka, na kształt punktu, któryby na prostym i tęgim lazł pręciku. Mniemaymy że ow pręcik A G. postępuie ustawicznie biegiém równo odległym w zdłuż linii A D; a iasną iest rzeczą, iż wszystkié punkta rzeczonégo pręcika biegą cale podobnie i równie. Niech albowiém punkt A, n. p. w czasie dwóch minut, przychodzi na C, rzecz iest iawná, że inny także pręcika punkt M, w tymże samym czasie, przeydzie liniią M F. od linii A C równoodległą i równą. Więc punkta M i A tyléż drogi ubiegły, i gdyby iedén na drugim leżał, obadwaby na iedno mieyscé doszły. Zaczém robaczek leżacy, na którymkolwiek punkcie tegoż pręcika znayduie się, zawsze podlégá témuż samemu biegowi, którym punkt A ku D uchodzi, póki linia A G w swoich położéniach równoodległość zachowuie. Daymy tedy, że pręcik A G, w czasie iednéy minuty przesuwa

Bieg skłádany z poiedynczych pod nieiakim kątém z sobą się schodzących, iaki iest?

Fig: 1.

suwá się na B H, we dwóch minutach na C I, i t. d. robáczek zaś razém lezie z punktu A, a przy końcu piérwszéy minuty iest na L, drugiéy na M, i t. d, iasna iest rzecz, iż gdy się obadwa biegi złączą, robáczek za upłynięniém piérwszéy minuty będzie na E, za upłynięniém drugiéy na F i t. d, co się pokazuie poprowadziwszy L E, M F od linii A D równoodległé. Jeżeli tedy zawsze ieſt A B. B E=A C: C F= lub A L:EL= A M: F M, liniia przez wszystkie punktą E, F, i t. d. przechodząca będzie prostá, a robáczek biegiém skłádanym drogę prostą wymiérzy.

§ VII.

Biegi podobné.

Jeżeli mieysca dwoma biegami w równym czasie przebyté, zawsze zostaią w pewnym stósunku danym i nieodmiénnym, tąkowé biegi nazywaią się *podobnémi*. Jeżeli tedy dwa biegi prostodrożné ku A D. i A G. są sobie podobné, to iest; ieżeli mieysca obiéma biegami a w jednym czasie przebyté, iako to A C i A M, albo B C i L M i t. d. zawsze są w stósunku A B: A L, punkt w którym się rzeczoné biegi schodzą, liniią prostą A F przeydzie, między liniiami A D, A G leżąca, a bieg skłádany zupełnie podobny będzie obu biegóm poiedynczym, gdyż mieyscé A E przebieżone bywa w jednéy minucie, A F we dwóch, iest zaś A E: A F=A B: A C=A L: A M.

§ VIII.

Gdy tedy dané są dwa biegi prostodrożné i podobné, ieżeli iednym z nich, w pewnym czasie, wymiérzá się A C, drugim w tymże czasie A M; wykréślmy Równoległobok A C F M; przekątniá AF tego Równoległoboku nie tylko kierunek biegu składanégo, który w tym razie zawsze będzie prostodrożny nam okáże, ale i mieyscé w tymże samym czasie, tymże biegiém przebyté, bądź kąt G A D iest wielki bądź mały. Wszystkié zaś trzy biegi, to iest, składany i dwa poiedyncźé, będą sobie podobné, i przypadną na iednéy płaszczyznie, gdyż przekątniá AF zawsze iest na płaszczyznie linii A D, A G.

Biegów podobnych i prostodrożnych składánié.

§ IX.

Wszystkié biegi iednostayné, są też sobie podobné. Albowiém niech będzie prędkość w jednym takowym biegu = C, w drugim = c, a znaydą się obie stałé i nieodmiénné (Wstęp Rozd. XVI. § 5.) Nad to niech iaki punkt idzie w czasie t, jednym biegiém przez mieyscé S, drugim przez mieyscé s, a zawsze będzie C : c = S : s (Wstęp Rozdz. XVI. § 5.) Zaczém mieysca iednym i drugim biegiém, w równym czasie przebyté, zawsze są w stałym stósunku C : c. więc takowé biegi są podobné; (§ 7.) przeto i wszystkié biegi, które ciągle bez żadnéy odmiany trwa-

Biegi iednostayne są téż do siebie podobne.

trwaią, są sobie podobné, gdyż są iednostayné. (Wstęp Rozd. XVI § 10.)

§ X.

Składanié biegów danych których kierunki schodzą się pod kątém.

Jeżeli mamy dané dwa biegi, których kierunki są A D, A G, prędkości zaś ich w stósunku A C: A M, zawsze rozumieć należy, że wzmiankowané kierowania i prędkości w biegach poty trwaią, poki téż biegi żadnéy nie podlégaią odmianie (Wstęp Rozdz. XVI. § 10.) to iest: poki są sobie podobné. Zaczém w tym razie przekątnia A F, równoległoboku AC FM nie tylko iest droga biegu składanégo z poiedynczych, ale téż prędkość tegoż biegu składanégo, ma się do prędkości obu biegów poiedynczych iak A F: A C, i A F: A M: słowém, liniie A C, A M, A F są miarą prędkości owych biegów, których kierunki pokazuią. Gdyby bowiém obadwa biegi dané bez odmiany trwały n. p. przez minutę, iednym biegiém wymiérzyłoby się mieyscé AC, drugim mieyscé AM, bo w każdym biegu iednostaynym mieysca, w jednym czasie przebieżoné, są w stósunku prędkości. Zaczém w tymże samym przeciągu iednéy minuty, biegiém składanym wykryślałaby się liniia A F iednostaynie (§ 8.) Zaczém prędkości w tych trzech biegach są iak A F, A C i A M.

§ XI.

§ XI.

Jak się łączą dwa biegi prostodrożné sobie podobné, łatwém doświadczéniém w ten sposób okazać można. W górze iakiéy tablicy kwadratowéy, pod pion na stole ustawionéy, przypraw pręcik A C poziomie idący, na którymby bloszek ruchomy wisiał na L. Jeden koniec nici na bloszek założonéy, ma bydź przywiązany na K, na drugim zaś wisi ciężar M, który gdy bloszek stawa na C, iest na E. Toż gdy pociągniémy bloszek od C na A, tak że ciężar w tymże czasie przyydzie na I, wziąwszy K I = K E obaczymy, że tenże ciężar na linii prostéy E M I przekątni rownoległoboku I D E K wznosić się będzie. Poniewáż bieg ciężaru dwoisty iest, iedén, który ma spólnie z bloszkiém od C ku A, drugi, którym w górę ustawicznie idzie od M ku L, albo od E do K, bo iedna część nici M L coráz bardziéy się skrácá, gdy bloszek idzie ku I. Że zaś nić cała zawsze iednakowéy iest długości, część iéy iedna M L tém się krótszą staie, im druga część K L bardziéy się podłużá, to iest: ciężar w każdéy czasu minucie, przez tylé mieysca w górę idzie drogą M L, ilé bloszek posuwaiąc się ubiéga na linii K I. Zaczém mieysca obu biegami poiedynczémi w jednym czasie przebyté, są zawsze sobie równé, bądź bloszek prędko, bądź

Doświádczénié względém składániá biegu.

Fig: 2.

bądź z wolna ciągniony bywá. Więc obadwa biegi są sobie podobné, (§ 7.) zaczém ciężar na przekątni EI w górę się wznosi. (§ 8.)

ROZDZIAŁ II.

O biegu postępnym.

§. I.

Bieg postępny.

Już poprzednie widzieliśmy (Roz: I. §. 6.) że na każdéy linii prostéy AG, która się w tén sposób posuwá, iż zawsze w położéniach swoich iest równoodległa, że mówię w takiéy linii wszystkié punkta maią biegi cale równé i podobné, albowiém bieg pewnégo punktu A z biegiém innégo iakiégo punktu M zupełnie się zgádzá, gdybyśmy punkta iedén na drugim położyli. Mówimy w tym razie, iż wszystkié punkta linii AG maia *tenże sam kierunek*, ponieważ kierunki równoodległé różnią się tylko mieyscami, z których punkta wyruszoné idą, zaczém całeby się zeszły, gdyby punkt iedén z tegoż samego mieysca wychodził, co i drugi. Takowy to bieg ciała, którégo wszystkié punkta, z równą prędkością iednakowo kierowané zawsze idą, *biegiém postępnym* (motus progressivus) nazywamy.

§. II.

§. II.

Xiążka n. p. na stole posuniona, ma takowy bieg postępny; każdy zaś widzi, że odległości między iéy cząstkami, takowym biegiém bynaymniéy się nie odmiéniaią. Także gdy liniią AG suniémy, a punkta iéy A i L razém przychodzą na B i E, albo téż A i M razém na C i F, zawsze iest BE = AL, i CF = AM. Toż samo się dzieie w każdém ciele postępuiącém; gdyż wszystkié linie między drobnémi cząstkami ciała powiedzioné tak bynaymniéy się nie odmiéniaią, iak AL lub AM. Takowémi zaś liniiami wymiérzaią się odległości między cząstkami. Zaczém wszystkié cząstki i każdá z osobna w ciele bieżącém nie odmiéniaią między sobą odległości, w jakimkolwiek biegu postępnym zostaie ciało.

Biegiém postępnym nie odmiéniaią się odległości między częściami ciała bieżącego.

Fig. 1.

§. III.

Zaczém bieg postępny bez wątpiénia iest to bieg náypospolitszy ciałóm stałym, a zatém kiedykolwiek powiémy bez dodatku o biegu, zawsze to o biegu postępnym ma się rozumieć. Te zaś ciała *stałémi* (continens) nazywamy, których części tak mocno są spoioné, iż się nie rozlatuią choć ié w górę podnosimy, iakié są żelazo, krzemień, drzewa i t. d. Nigdy bowiém między ich cząstkami odległości nie odmiéniaią się, iakożkolwiek ié poruszamy. Niektóré ciała stałé są mięk-

Bieg zewnętrzny i wnętrzny.

miękkié, iak to piłka, którą łatwo ścisnąć można, drugie twardé, iak to kamiéń. Wszelki bieg, którému ciało stałé podlegać może, to iest: bieg którym się odległości między cząstkami ciała zgoła nie odmiéniaią, nazywa się *biegiém spólnym*, czyli *zewnętrznym*, taki iest bieg kamiénia, kuli drewnianéy albo ołowianéy i t. d. Przeciwny tému biegowi iest ruch *wewnętrzny*, który się w ten czas dzieie, gdy się odległości między cząstkami ciała iakiégo odmiéniaią. Taki ruch wnętrzny sprawuiémy n. p. w wodzie stoiącéy, gdy ią laſką mięszámy.

§. IV.

Ruch kołowy iest spólny.

Łatwo tedy wyrozumiéwámy, że wszelki bieg postępny, zawsze iest spólny, gdyż przezéń odległości między cząstkami ciał bynáymniéy się nie odmiéniaią. Lecz nie sam bieg postępny iest spólnym ale i *ruch* n. p. kołowy (motus rotationis) iest takimże. Gdyż iakié ciało i obrácać się może, bez żadnéy między swémi częściami w odległościach odmiany, co się prawdzi na kole młyńskim, które kręcąc się, żadnégo nié ma biegu postępnégo. Kula zaś po ziémi potoczona kręci się razém i postępuie. Toż się dzieie z kołami wozowémi, gdy wóz idzie. Ruch zaś wnętrzny w niektórych częściach ciała znayduie się, iako to bicié serca w każdem zwiérzęciu dopóki żyie, albo też obrót

kółek

kółek w jakiéy *samoruchni* (automa.) Bywá i tén ruch wnętrzny, co do całégo ciała często spólny, gdy tylko zważamy tę albo owę część iego. Gdy n. p. w jakiéy samoruchni iedno koło w tę drugié w przeciwną obrácá się stronę, odległości między zębami obu kół i między innémi tychże kół częściami ustawicznie się odmiéniaią, zaczém tén ruch względém całéy samoruchni iest wnętrzny. Lecz wszystkié koła maią bieg spolny, gdyż się tylko kręcą.

§. V.

Jeżeli tedy w jakiém ciele iest bieg postępny, wszystkié iego czastki, wszystkié punkta fizyczné (Wstęp Rozd: XV. §. 8.) równy bieg maią, to iest z iednakową prędkością i w iednę stronę dążą. Lecz trzeba nam pamiętać na to, że w każdém ciele nieżmierna moc znayduie się mieysc próżnych między czastkami ciała (Wstęp Rozd: XV. §. 9. 10.) Daymy tedy że té mieysca próżné nowémi się cząstkami napełniły, które w ténże sam sposób bieg maią iak piérwszé czástki ciała, czyli że ciało gęstszém się stało niż było, (nie odmiéniwszy rozciągu) wypádá stąd rzecz, iż się tym sposobém bieg całkowity ciała przez takową odmianę pomnáżá. I gdyby we dwoie większéy gęstości nabyło ciało, we dwoieby téż iego bieg się pomnożył. A ogólnie mówiąc, bieg ciała nigdy inaczéy bydź

Bieg postępny, gdy inné okoliczności są równé, iést w stosunku gęstości ciała bieżącégo.

bydź nié może, iak w stósunku miąższości, to iest: w stósunku liczby cząstek, ieśli tylko każda z osobna cząstka równą ma prędkość i kierunek. Jeżeli bowiém bieg każdéy cząstki wyrażamy przez 1, bieg całego ciała będzie iak liczba z takich iednostek złożona. Jm zaś ciało z więcéy równych składa się cząstek, iednakową prędkość i kierunek maiących, tém ta liczba staie się większa, a zatém i bieg całkowitégo ciała iest większy.

§. VI.

Biegi postępné ciał iednakową prędkość maiących są iak ich miąższości.

Toż samo się dzieie, gdy ciało poruszoné, czyli w biegu będącé powiększy się i co do rozciągu, i co do miąższości iednakowo gęstém zostaiąc, gdyż to nic nie czyni, że cząstki nowé zewnętrznie albo wewnętrznie ciału przybywaią. Lecz gdy wystawuiémy sobie w myśli, że iakie ciało iuż gęstszém się staie, iuż rzadszém, iuż większém, iuż mnieyszém, w samèy rzeczy zważamy wiele ciał różnéy miąższości i gęstości. Zaczém dwóch iakichkolwiek ciał bieżących z iednakową prędkością i kierunkiem, biegi postępné są w stósunku ich miąższości; taż prawda ma mieyscé, choć kierunki ciał różné będą. Ponieważ wielkość biegu bynaymniéy nie zawisła od iego kierunku, lecz tylko od wielu odmian mieysca, (Wstęp. Rozd: XVI. §. 2.) bądź té odmiany dzieią się w tę lub owę stronę. Zaczém ogólnie twiér-

dzić

dzić można, że gdy dwa iakié ciała w biegu idą z równą prędkością; bieg ich postępny iest w stósunku miąższości ciał.

§. VII.

Biegi postępné ciał równych miąższości są w stosunku prędkości.

Lecz ieśli dwa ciała, których miąższości są równé, z nierówną idą prędkością, biegi ich postępné są w stósunku prędkości. Daymy bowiém, że prędkość iednégo ciała iest do prędkości drugiégo, iak 2: 3, liniie téż prosté, w jakimkolwiek czasie danym, wykréśloné od dwóch punktów fizycznych, z których iedén znayduie się w jedném, a drugi w drugiém ciele, są w stosunku 2: 3, ieżeli dané biegi bez żadnéy odmiany trwaią. Zaczém i summa mieysc przebieżonych od obu punktów fizycznych w równym czasie, iest w stósunku 2: 3. Przeto i odmiana mieysc obu punktów czyli bieg, (Wstęp. Rozd: XVI. §. 2.) iest w tymże samym stósunku 2: 3. I tak gdy iedno ciało ma n. p. 1000 punktów fizycznych równych, drugié także składać się będzie z tysiąca takowychże punktów (gdyż obu ciał miąższości są równé;) bierzmy tedy, że bieg iakiégo punktu w ciele iedném iest = A, w drugiém = B, bieg całkowity piérwszégo ciała stanie się = 1000 A, drugiégo = 1000 B, (§. 5.) A że pokazaliśmy, iż iest A: B = 2: 3, więc i 1000 A: 1000 B = 2: 3, to iest: biegi postępné całych ciał będą w stósunku prędkości.

§. VIII.

§. VIII.

Biegi postępné ciał są w stósunku składanym z miąższości i prędkości.

Stąd łacno wnieść możémy, że biegi postępné iakichkolwiek ciał, są w stósunku składanym z miąższości i prędkości tychże ciał. Niech będzie n. p. bieg postępny jeden M, miąższość ciała 3. prędkość 5, bieg zaś drugi także postępny N, miąższość ciała 3. prędkość 4; a znaydziémy M: N = 5: 4 (§. 7.) Nad to ciało maiącé miąższości 6, niech idzie biegiém postępnym m, prędkością 4, takowąż, iaka iest w biegu N; a będzie N: m = 3: 6 (§. 6.) Zaczém składaiac będzie M: m = 3. 5: 4. 6 = 15: 24 = 5: 8. Podobnymże sposobém i w jnnych iakichkolwiek biegach postępnych stósunek łatwo znaléźć można.

ROZDZIÁŁ III.
o samowolném ciát spádaniu.

§. I.

Ciało spoczywaiącé nié może bydź poruszoné, chyba przez iaką siłę zewnętrzną.

Kto nie znayduie xiążki tam, gdzie ią przed nieiakim czasém położył, sądzi, że stamtąd xiążkę wzięto. Gdyż wydałby się na pośmiéch, gdyby trzymał, że xiążka sama przez się z jednégo mieysca na drugié przeszła. I tak gdy iakié ciało zaczyna mieć ruch, każdy sądzi, iż owo poruszénié nie od samégo ciała, ale od iakiéy siły zewnętrznéy pochodzi. Bo żadna odmiana w ciele, albo w jego stanie, bez przyczyny zacząć się nié może, i gdy ta przyczyna wzru-

wzruſzá ciało w czasie poczynaiącéy się odmiany, musi bydź różną od tego ciała. Zaczém żadné ciało ſpoczywaiącé nié może się z mieyſca poruſzyć, chyba przez nieiaką siłę zewnętrzną, to iest różną od ſamégo ciała.

§. II.

Bezwładność ciał.

Podobnymże ſposobém i ciało, któré raz iest poruſzoné, ani się zatrzymać, ani biegu ſwégo odmiénić żadnym ſposobém nié może, chyba że iaká przyczyna zewnętrzná na nie siłę wywiérá; bo ta odmiana stanu ciała zawsze pochodzi od przyczyny, która się różni od samégo ciała. Zaczém ogólnie mówiąc, żadné ciało samo przez się ani spoczynku na bieg, ani biegu własnégo na spoczynek zamiénić nié może, chyba to sprawi działaniém swoiém przyczyna iaka zewnętrzná, to iest taká która się nie znayduie w samém ciele. Tę własność ogólną wszystkich zgoła ciał Filozofowie *bezwładnością* (inertia) tychże ciał nazywaią.

§. III.

Przez odpór powietrza ruchy ciał około nás będących słabieie.

Doświádczénié zdaie się bydź wprawdzie przeciwné bezwładności ciał, gdyż wszelkié biegi, na któré codziénnie patrzymy, bez żadnéy przyczyny zewnętrznéy widzianéy, albo ustawicznie się odmiéniaią albo zupełnie giną. Lecz trzeba pamiętać na to, że cała ziémia zewszad iest powietrzém otoczona, które chociaż nam

pod oko nie podpádá, iednakże wszelkiému ciał poruszéniu znacznie się opiérá (Wstęp. Rozd. X. §. 22.) dlá téy albowiém przyczyny prędkość iakiégożkolwiek ciała ziémskiégo w biegu coráz słabieie, a na reszcie i cale ustaie.

§. IV.

Bieg ciáł któré nás otáczaią, często się odmiéniá przez ich ciężkość.

Nad to, wszystkié ciała nás otaczáiącésą ciężkié, przez co się dzieie że poruszoné, ieśli cale na inném ciele nie są wsparté, pospolicie kierunek i prędkość odmiéniaią, bez żadnéy widzialnéy przyczyny, gdyż to, co ich ciężkość sprawuie, pod naszé oczy nie podpádá. I tak kamiéń ukośnie rzucony nigdy prosto nie leci, ale coraz bardziéy ku ziémi się zbliżá, a w reszcie na ziémię upádá. Zaczém bieg swóy ustawicznie odmiéniá, boby zawsze prosto biégł podług piérwszégo kierunku, gdyby go nie odmiéniał. (Wstęp. Rozd. XVI. §. 9.) A ta odmiana ztąd pochodzi, że ciężar kamiénia ustawicznie pędzi go na dół. Dlá téyże samény przyczyny kule z dział wystrzeloné podobnyż bieg maią.

§. V.

Tarcié iest także przyczyną odmiany ruchu.

Może wpráwdzie iakie ciało tak biédz, żeby iego ruch nie podpádał odmianié dlá ciężkości, n. p. na powiérzchni poziomény iakiey rzeczy nie ruszaiącéy się. Ale i w tén czas z jnney znowu przyczyny bieg iego, to iest przez ustawiczné tarcié odmiénia się i słabieie, które to tarcié zawsze

zna-

znaczné iest, gdy iakié ciało na powiérzchni drugiégo bieży i tę powierzchnią ciśnie, bądź że ta powiérzchnia iest pozioma, bądź że nie iest. (Wstęp. Rozd. XIII. §. 4.) Zaczém różné są przyczyny, przez które wszelkié zgoła około nas będące ruchy ustawicznie się odmiéniaią i słabieią, tak dalece, że w żadnym równa zawsze prędkość, i ténże sam kierunek trwać nié może i ta ustawiczna odmiana nie sprzeciwią się ciał bezwładności; ponieważ bezwładność ciał czyni ie nie mniéy oboiętné do biegu iak do spoczynku.

§. VI.

Ciała w próżni (in vacuo) spádaią bez żadnéy odmiany biegu sprawionégo cięžkością

Niektóré ciała maią w sobie osobną przyczynę ruchu oprócz cięžkości, którą iednak przyczynę *zewnętrzną* nazywámy względém ciała, dla tego, że nie iest tém samém co ciało. I takié są zwiérzęta, któré póki żyią, od wnętrznéy nieiakiey przyczyny ruch maią, która działać poprzestaie, gdy obumieraią. Ale kule n. p. ołowiané drewniané i t. d. i bardzo wielé tegož rodzaiu ciał, takiégo początku ruchu, oprócz cięžkości nié maią, a zatém stanu swego odmiénić nié mogą, tylko przez własny cięžar, albo przez iaką zewnętrzna siłę. Gdyby tedy takié ciało spádało w mieyscu cale wolném od przeszkód i gdzieby nic się nie znaydowało, coby na nie siłę wywrzéć mogło; iawna iest rzecz, iż ruch ciała od cięžkości sprawiony, ani bydź osłabio-

 nym

nym ani odmiénić się żadnym sposobém nié mógłby.

§. VII.

Przypuszczénié (hypotesis) Jest rzeczą bardzo dowodliwą, że cięż kość ciał równé biegi sprawuie w równych czasach.

Każdé ciało cięźkié, któré z pewnéy wysokości spádá, w czasie spadania, równie cięźkiém ustawicznie zostaie, o czém nikt nie wątpi. Gdy tedy samą cięźkością spádá, dowodliwo iest, iż bez przestanku iednakowo mu biegu przybywá w równych czasach; bo działania poprzedzaiącé cięźkości, trwaią w swoiéy mocy, a nowé iednakowé w następnych czasach przybywaią. To przypuściwszy, obaczymy, iaki powinién bydź bieg ciała, gdy na mieyscé od przeszkód zupełnie wolném samowolnie spádá. Jeżeli bowiém doświádczénié pokáże, że w saméy rzeczy takowy bieg ciáł samowolnie w próżni spádaiących znayduie się, można będzie pewnie stąd wnieść, że naszé przypuszczénié o równości przybywania biegu w równych czasach sprawionégo, iest prawdziwé i pewné.

§. VIII.

Prędkość ciáł wolnie spádaiących, ustawicznie się pomnáżá wstósunku czasu.

Przeto gdy kula ołowianá, albo inné iakié ciało w przestrzeni próżnéy spádá w jednéy sekundzie, albo przez inny czasu przeciąg, dla swoiéy cięźkości nabywá pewnégo biegu, który oznáczám przez iednostkę, w drugim czasie równym znowu biegu przez takąż iednostkę, w trzecim czasie równym znowu biegu podobnie i t. d.

i t. d. A że te wszystkié biegi odprawuią się na tychże samych liniiach pionowych, i ciało zawsze utrzymuie każdy bieg poczęty nie odmiéniaiąc go, (§. 7.) kónicecznie stąd idzie, że cały bieg iego będzie złożony, i po wypłyniéniu drugiégo czasu summą biegów 1. i 1. a przeto = 2, po skończéniu trzeciégo czasu = 3. i t d. (Xię. 1. Roz: 1. §. 2.) słowém, przy końcu iakiégokolwiek czasu, który się od samégo początku spádania zaczyná, bieg ciała będzie w stósunku czasu. Ze zaś doświádczénié naucza, iż wszystkié biegi ciał samowolnie spádaiących z ciężkości pochodzącé, są biegami postępnémi, takié zaś biegi przy iednakowych ciał miąższościach zawsze są iak ich chyżości (Xię. 1. Rozd. 2. §. 7.) idzie zatém koniecznie, że i prędkość iakiegokolwiek ciała w próżni samowolnie spádaiącégo przy końcu każdégo czasu, który się zaczyná od samégo początku spádania, iest iak czas, to iest: w takim razie czas iest wymiarém prędkości.

ROZDZIÁŁ IV.
o biegu iednostaynie przyśpieszonym.

§. I.

Taki bieg ciał samowolnie spádaiących, iaki podług naszégo przypuszczénia bydź powinién, nazywá się *biegiém iednostaynie przy-* Bieg iednostaynie przyśpieszony.

Fig: 3. *przyśpieszonym* (æquabiliter acceleratus) gdyż o wszelkim biegu, którégo prędkość nieustannie coraz bardziéy a bardziéy się pomnaża mówimy, że iest *przyśpieszony*. Jeżeli prosta liniia AE. oznacza czas iakiégo biegu i iest podzielona na ilekolwiek części równych AB, BC, CD, DE, i t. d. każda zaś liniia do AE. prostopadła BF, CG, DQ, EK. i t. d, oznacza prędkość przy końcu czasu AB, albo BC, CD, albo DE, tedy poprowadziwszy liniią przez punkta A, F, G, Q, K. cała Figura nazywa się *podziałką prędkości* (scala celeritatum) w tym biegu.

§. II.

Bieg nie iednostayny. Piérwszy momént spadania ciała, nie wchodzi w rachunek prędkośei biegu iego. Zaczém punkt A, oznaczaiący początek

Fig: 4. biegu iest spólny podstawie i linii AK, na podziałce prędkości owégo biegu. A że prędkość BF, iest do prędkości CG. iak AB: AC. (§. 9.) więc liniia AK. iest prosta, a sama podziałka będzie troykątém prostokątnym i przez taki troykąt można wyrazić każdy bieg iednostaynie przyśpieszony. Liniia AFGK. czyli AK. może też bydź krzywa, a w tén czas iawna iest rzecz, iż tén bieg nie będzie iednostaynie przyśpieszony, którému służy taka krzywa podziałka. Ogólnie mówiąc, wszystkié takowé biegi, w których prędkość ustawicznie się odmiénia, nazywané bywaią

nie-

nieiednostaynemi (inæquabiles). Jako bowiém linii krzywéy żadna cząstka nie iest prosta, tak też i biegu nieiednostaynégo wszystkié cząstki muszą bydź nieiednostayne, ale w nich prędkość ustawicznie się odmiénia.

§. III.

Jeżeli iaki punkt iednostaynie bieży w przeciągu czasu c, prędkością p. przez mieyscé m, a w przeciągu czasu C. prędkością P. przez mieyscé M; będzie P:p. = Mc: mC (Wstęp. Rozd. XVI. §. 6.) a przeto Cm P. = c M p. i M: m = PC: pc. Zaczém ieżeli AH = p. = BF, BI = P = ER; AB = c, i BE. = C. będą mieysca M i m, w stósunku prostokątów BIRE, i H F B A, tak dalece, że w podziałce prędkości przez podstawę czas, przez pionowé AH, BI. i t. d. prędkości przez place między témi prostopadłémi leżącé, mieysca przebieżoné oznaczaią się.

Plac w podziałce prędkości wyrażá mieyscé przebieżoné biegiém iednostaynym.

Fig. 3.

§. IV.

Żebyśmy zaś i mieyscé oznaczyli biegiém iednostaynie przyśpieszonym iakiégo punktu w czasie AE przebyté, którégo podziałka prędkości iest A E K, a prędkość E K. po wypłynionym czasie A E. rozdzielmy tén czas A E. na wielé chcémy części równych A B, B C, C D, D E, i wystawmy sobie w myśli dwa biegi P i Q. przez każdą z tych równych części czasu iednostayné. Piérwszy bieg P, niech ma zawsze

Mieyscé biegiém iednostaynym przyśpieszonym przebyté, możná oznáczyć za pomocą innych dwóch biegów P Q.

Fig. 4. wsze tę prędkość, w całym przeciągu czasu iakimkolwiek, która istnie na końcu w nim była, drugi zaś Q. prędkość początkową a będzie biegu P prętkość przez czas AB = BF = AH; przez czas BC. = CG = BI. przez czas CD = DQ = CR przez czas DE = EK = DS. Biegu zaś Q. w czasie AB, prędkość nie będzie żadna w czasie BC = BF = Cc, w czasie CD = CG = Dd, w czasie DE = DQ = Ee. Zaczém biegiem P. w czasie AB. przebywa się mieysce AB FH. a w czasie AE. mieysce placu kącistego AHFIGRQSKE; biegiém zaś Q. w tymże samym czasie mieysce BFc Gd Qe EB (§. 3.).

§. V.

Wielkość mieysca w biegach P. i Q.

Jest zaś ten plac kącisty AHFIGRQKE, równy troykątowi AEK. dodawszy tróykąty AHF, FIG, GRQ, QSK, a drugi plac wnętrzny BFc Gd Qe témuż tróykątowi AEK. równa się odiąwszy tróykąty AFB, FGc, GQd, KQe. Łatwo poznać że wszystkie te tróykąty małe, są sobie równe. Zaczém każdy z nich iest $= \frac{1}{2}$ BF. AB; że zaś liczba tróykątów tak zewnętrznych iako i wewnętrznych iest równa liczbie cząstek czasu AE. będą więc obiedwie summy tak wewnętrznych iako i zewnętrznych placów $= \frac{1}{2}$ BF AE. Zaczém mieysce w czasie AE biegiém P. przebyłe iest $= \frac{1}{2}$EK. AE + $\frac{1}{2}$BF. AE, a mieysce, które się drugim biegiém Q, w tymże samym cza-

sie

sie AE. przebywá $= + \frac{1}{2}$ EK. AE $- \frac{1}{2}$ BF.AE.

§. VI.

Prędkość biegu P. w jakiéykolwiek cząstce czasu, iest zawsze większá od prędkości w biegu iednostaynie przyśpieszonym, a prędkość w biegu Q mnieyszá. Że bowiém prędkość w biegu przyśpieszonym ustawicznie przybywá, niech będzie ta prędkość $=$ CG. n. p. na początku cząstki czasu CD, na końcu zaś $=$ DQ, iasná iest rzecz, że taż prędkość przez całą owę czasu cząstkę, między początkiém i końcem większá była od CG, a mnieyszá od DQ. A że CG. iest prędkością stałą w biegu Q. na czas CD; zaś DQ iest prędkością stałą w biegu P na ténże sam czas CD; zaczém mieyscé w cząstce czasu CD przebyté biegiém Q zawsze będzie mnieyszé; mieyscé zaś biegu P większé od mieysca biegiém iednostaynie przyśpieszonym przebyłégo w téyże samey chwili czasu CD przebyłégo. Gdyż prędkości w jakimkolwiek biegu nie poznaiémy z pewnégo czasu, ale z mieysca w owym czasie ubieżonégo, a przeto tém była większá, im było większé mieyscé przebieżoné, a zatém koniecznie mieyscé przebieżoné w pewnym czasie iest większé, im większá była prędkość w tymże czasie. Że zaś to, cośmy powiedzieli o cząstce czasu CD, o każdéy innéy cząstce mówić należy, wnosi się stąd ogólnie, iż na wielé chcąc cząstek podzie-

Mieyscé biegu P, zawsze iest większé, a mieyscé biegu Q mnieysze od mieysca biegu iednostaynie przyśpieszonégo, które się w tymże samym czasie przebywá.

dzieliwszy, mieyſcé biegiém P przebyté, w czasie A E, zawsze iest większé, a mieysce w tymże czasie, biegiém Q przebyte, zawsze mnieyszé od mieysca, przez które bieg iednostaynie przyśpieszony odbywa się w czasie AE.

§. VII.

Mieyscé biegiém iednostaynie przyśpieszonym w czasie AE przebyté, nié może bydź większé od tróykąta AEK.

Pamiętaiąc znaczênié biegów P i Q, oraz przekonawszy się, że mieyscé biegiém piérwszym przebyte iest większé, a drugie mnieyszé od mieysca biegiém iednostaynie przyśpieszonym w tymże samym czasie przebytégo, przekonać się też można, iż mieyscé biegiém iednostaynie przyśpieszonym w czasie AE przebyté, nié może bydź większe od tróykąta AEK (Fig. 4.) czyli $\frac{1}{2}$EK. AE. Na okazanié téy prawdy, daymy że rzeczoné mieyscé większé iest od tróykąta AEK. ilością b^2 wyrażaiącą iakową płaszczyznę n. p. tróykąt, a zatém że toż mieyscé iest $= \frac{1}{2}$ EK. AE. $+ b^2$. Przypuśćmy ieszcze, że tróykąt AEK. i płaszczyzna b^2 maią (a) iedén wymiar (dimensio) spólny, a tym niech będzie $\frac{1}{2}$ EK., tak dalece, iż drugi wymiar płaszczyzny b^2. nazwawszy p, będzie $\frac{1}{2}$EK. p. $= b^2$, skąd $p = \frac{2b^2}{EK}$, toż EK. $= \frac{2b^2}{p}$. Oprócz tego niech będzie liniia AB. częścią wymierną

(a) Każda płaszczyzna má dwa wymiary, a témi są długość i széroko\u015bć.

mierna linii AE. mnieyszą od p, a cała AE, na takié części iaká iest AB. Poprowadźmy prostopadłą BF. a z podobiéństwa tróykątów ABF, AEK, wypadnie $BF = \frac{EK.AB.}{AE.} = \frac{2b^2.AB.}{AE.p}$, gdzie za EK. wartość iest położoná. A że podług przypuszczéniá iest $p > AB$, więc w ostatniém zrównaniu mnożnik $\frac{AB}{p}$, iest ułomkiém prawdziwym, czyli ilością mnieyszą od iedności, zatém mnożnik drugi $\frac{2b^2.}{AE.}$ mnożony przezeń zmnieyszá się; a tak $BF < \frac{2b^2.}{AE,}$ czyli mnożąc oba té wyrazy przez $\frac{1}{2}$ AE. będzie $\frac{1}{2}$ BF. AE $< b^2$ A że mieyscé biegiém P. w czasie AE przebyté mieliśmy $= \frac{1}{2}$ EK. AE + $\frac{1}{2}$ B F. AE. (§. 3.) a zatém różnica między témże mieyscém i tróykątém AEK. mnieyszá iest od b^2. Mieyscé zaś biegiém iednostaynie przyśpieszonym w czasie AE przebyté, zawsze iest mnieysze od mieysca $\frac{1}{2}$ EK. AE. + $\frac{1}{2}$ BF. AE. (§.4.) Przeto ieżeli iest większé od tróykąta AEK nigdy od niego bydź nié może większé ilością b^2 co iest przeciwko przypuszczéniu. A zatém owo mieyscé biegu iednostaynie przyśpieszonégo, nié może bydź większé od tróykąta AEK.

§. VIII.

Utrzymáwszy téż samé przypuszczéniá i warunki, iakié były w §. poprzedzaiącym, Mieyscé biegiém ie-

dnostaynie przyśpieszonym w czasie AE, przebyté, równá się tróykątowi AEK.

łatwo widzieć można, że mieyscé biegiém iednostaynie przyśpieszonym w czasie AE przebyté, nié może téż bydź mnieyszé od tróykąta AEK. Niech by bowiém było mnieyszé płaszczyzną b^2 zrównanié $BF = \frac{2b^2AB.}{AE. p}$ iako też warunek z niego wypadaiący $\frac{1}{2}$ BF. AE $< b^2$ okazuie, iż mieyscé biegiém Q wymiérzoné w czasie AE, to iest $\frac{1}{2}$ EK. AE — $\frac{1}{2}$ BF. AE. (§. 5.) mnieyszé iest od tróykąta AEK. ilością $\frac{1}{2}$ BF. AE, a która to ilość iest mnieysza od b^2. Że zaś toż mieyscé biegiém Q wymiérzoné, iest mnieyszé od mieysca biegu iednostaynie przyśpieszonégo (§. 6.) wypada więc stąd, iż mieyscé w biegu iednostaynie przyśpiészonym, ieżeli iest mnieyszé od tróykąta AEK. mniéy się od niego różni niż ilością b^2 co iest przeciwko przypuszczéniu. Zaczem mieyscé biegiém iednostaynie przyśpieszonym w czasie AE przebyté, nié może bydź ani większé ani mnieyszé od tróykąta AEK, więc iest mu równé. A tak gdy iest nie tylko bieg iednostayny, ale téż i iednostaynie przyśpieszony, plac w podziałce prędkości zawsze wyraża mieyscé przebyté.

§ IX.

Mieysca biegiém iednostaynie

Niech' będzie AB = 1, AC = 2, AD = 3, AE = 4, i t. d. BF = 2, CG = 4, DQ = 6, EK = 8, i t. d. będą mieysca w czasach 1,

2, 3, 4. i t. d. przebyté (każde względém swego czasu uięté) iak troykąty ABF, ACG i t. d. to iest: 1, 4, 9, 16, i t. d. iak kwadraty czasów, albo kwadraty prędkości, to iest: 4. 16. 36, 64, i t. d. W piérwszym zaś czasie 1. przebieżoné bywa mieyscé 1, w drugim czasie równym piérwszému mieyscu 3, w trzecim 5, w czwartym 7. i t. d. Słowém mieysca ABF, FBCG, GCDQ i t. d. w równych przeciągach czasu następnie przebyté, rosną iak liczby nie parzysté, co sama figura okazuie. Powszechnie zaś mówiąc, gdy iest AB = c; BF = p. mieyscé przebieżoné = m, nad to ow iakikolwiek przeciąg czasu od początku biegu AD = C. prędkości przy końcu tegoż czasu DQ = P. mieyscé ADQ, w tym czasie przebieżoné = M; będzie m: M = $\frac{1}{2}$ c p: $\frac{1}{2}$ CP = cc: CC = pp: PP.

Przyśpieszonym przebyté, są iak kwadraty czasów albo kwadraty prędkości.

§ X.

Niech będzie KX. do linii AE równoległa i AX do linii EK także równoległa, a iasna iest rzecz, że gdyby iaki punkt z takową prędkością EK, iaką ténże punkt miał w iednostaynie przyśpieszonym swym biegu przy końcu czasu AE, przez cały czas AE, bez żadnéy w biegu odmiany iednostaynie postępował, mieyscé tym biegiém wymiérzoné, byłoby równé prostokątowi AXKE (§ 7.) a zatém do mieysca w tymże czasie biegiem

Jak mamy sobie wyobrażać prędkość w biegu iednostaynie przyśpieszonym.

giém iednostaynie przyśpieszonym przebytégo, byłoby w stósunku 2: 1. zaczém punkt w jednostaynie przyśpieszonym biegu będący, na końcu każdégo czasu rachowanégo od początku biegu, taką má prędkość, iż tąż samą w równym czasu przeciągu mieyscé we dwoie większe mógłby przebydź iednostaynie bieżąc. I tym to sposobém wyraźnie poznaiémy iego prędkość mianą w każdéy czasu chwili.

§ XI.

Maiąc znané mieyscé biegiém iednostaynie przyspiészonym przebyté, oznaczyć iego prędkość.

Ponieważ w biegu iednostaynie przyspieszonym mieysca są w stósunku kwadratow z czasów na ich przebycié strawionych, przeto ieżeli punkt iaki bieżąc biegiém iednostaynie przyspieszonym w przeciągu iednéy sekundy przebywá $15\frac{1}{12}$ stóp Paryzkich w przeciągu - - 2 sekund przebędzie 60 stóp + 4 cale

3.	135.	+ 9.
4.	241.	+ 4.
5.	377.	+ 1.
i t. d.	i t. d. . .	

Że zaś biegiém takowym spádaiąc ciało, nabywá przy końcu czasu danégo takiéy prędkości, iż nią może przebydź biegiém iednostaynym mieyscé dwa razy większé w tymże samym czasie; zatém nabywá prędkości do bieżéniá iednostaynie po upłynionéy 1ey sekundzie biegu przyspieszonégo przez - - 30 stóp + 2 cale

2gh

2ch	60	+ 4.
3ch	90	+ 6.
4ch	120	+ 8.
5ciu	150	+ 10.
i t. d.	i t. d.	

Jeżeli więc punkt iaki w przeciągu pewnégo czasu n. p. 21." z takiém iak wyżéy przyśpieszéniém biégł, mieyscé przebieżoné X znaydzie się przez takową proporcyą 1: 21. 21. = $15\frac{1}{12}$ stóp: X, skąd X = $\frac{181.\ 441.}{12}$ stop pary. = 6651. stop + 9 cal: A że w tym samym czasie nabytą tą prędkością biegiém iednostaynym przebydź się może mieyscé dwa razy większe: zatém liczbę 6651 stóp + 9 cal: mnożąc przez 2, i dzieląc przez 21. liczbę sekund, znaydziémy 633. stóp + 6 cal: mieyscé, które punkt dany prędkością nabytą, bieżąc iednostaynie przebydź może w przeciągu iednéy sekundy. Mieyscé zaś to okazuie prędkość nabytą biegiém przyśpieszonym w czasie 21."

§ XII.

Przeciwnie zaś gdy daná iest pewna prędkość n. p. taka, któraby w przeciągu iednéy sekundy, 724 stóp Paryzkich biegiém iednostaynym przeyść można było, a szukámy mieysca, któréby punkt biegiém iednostaynie przyspieszonym przebywszy, a w piérwszéy spádania sekundzie przez $15\frac{1}{12}$ stóp Paryzkich lecący, takiéy prędkości nabył, iaká iest daná, któ-ré

Co iest mieyscé do prędkości danéy należącé i iak ié wynaléźć?

ré to mieyscé nazywamy *mieyscém do prędkości daney należącém* w następuiący sposób tego doydziémy. Prędkość nabyta po wypłyniéniu iednéy sekundy, to iest: 30 stóp, 2 cale, iest do prędkości danéy 724 stóp, w stósunku 1: 24. Że tedy prędkości w biegu iednostaynie przyśpieszonym są iak czasy, idzie zatém, iż punkt biédz powinién przez 24," żeby nabył takiéy prędkości, iaka iest dana. Zaczém wypada 1: 24. 24 = 15 stóp 1 cal do wysokości szukanéy która się pokazuie bydź 181. 48, albo 8688 stóp Paryzkich; to iest: punkt przebiegłszy wysokości czyli mieyscé 8688 stóp wysokié, będzie miał taką prędkość, którąby przebył 724 stóp Paryzkich biegąc iednostaynie przez 1. sekundę.

§ XIII.

Wyrażénié ogólné stósunku między prędkością i mieyscém w biegu iednostaynie przyśpieszonym.

Ogólnie nazwiymy liczbę stóp Paryzkich, które iaki punkt przechodzi biegiém iednostaynie przyśpieszonym s; a będzie prędkość punktu na końcu téy sekundy 2s. to iest punkt prędkością nabytą iednostaynie bieżąc uyść może w jednéy sekundzie 2s. stóp Paryzkich. Jeżeli tedy powszechnie mówiąc przebiéga iakiekolwiek mieyscé m, i przy końcu swéy drogi ma prędkość p, którąby iednostaynie idąc mógł przeyść przez p stóp Paryzkich w jednéy sekundzie, będzie m: s = pp: 4ss, a zatém $p = 2\sqrt{ms}$, a zaś

m

m czyli mieyscé do prędkości p należącé będzie $\frac{pp}{45}$; i tak w przykładzie wyżéy przywiedzionym $p = 724$, $s = 15\frac{1}{12}$, a zatém $m = \frac{724.724.}{724.}12 = 724.12 = 8688$. Gdyby zaś było $p = 905$, byłoby $m = \frac{905.905}{601\frac{1}{3}} = 13575$.

ROZDZIÁŁ V.

o doświádczeniach około spádaniá ciał.

§ I.

Ponieważ powietrzé z bani szklannéy albo z jnnégo naczyniá prawie że wszystkiém wyciągnąć można używszy pompy powietrznéy, (Wstęp. Rozd. X. § 20.) postrzeżono, że w mieyscu od powietrza wolném, wszystkie ciała spádaiącé z równą prędkością lecą przez liniie pionowé, biegiém postępnym, tak dalecé, że pióro i kawałek złota z jednakowéy wysokości razém spuszczoné, razém też na dno naczyniá upádaią. Zaczém nic nié ma w mieyscu od powietrza wolném, coby choć spádaniu pióra przeszkádzało, albo ié osłabić mogło, i ową różną prędkość, która się daje nam widzieć niemal we wszystkich ciałach, acz z jednakowéy wysokości spádaiących,

Bieg ciał w mieyscu bezpowietrzném, gdy swoią mocą spádaią, iest iednostaynie przyspieszonym.

 cych,

cych, od samégo tylko powietrza i iego oporu pochodzi. Zaczém w mieyscu od powietrza próżném bieg ołowianéy kuli albo iakiégokolwiek ciała innégo swą mocą spadaiącégo od ciężkości pochodzący, odmiénić się nié może, (Rozd: III. § 7.) i powinién bydź iednostaynie przyspieszony. (Rozd: III. § 8.)

§. II.

Podług doświadczéń czynionych we Francyi ciała w mieyscu bezpowietrznem spadaią przez $15\frac{1}{12}$ stóp Paryzkich w przeciągu iednéy sekundy.

Lecz że wysokość mieysc, z których powietrzé wyciągnąć można, za pomocą Machiny zawsze iest mała i czasy równé, w których przez części téy wysokości ciała spadaią, tak są krótkié, że ich dokładnie porównywać z wysokościami nié można. Zaczém doświadczénia około spadania ciał nié mogą bydź czynioné, iedno w powietrzu, a doświadczénié nauczyło, że w spadaniu ciał gatunkowo znacznie ciężkich, z miernéy wysokości, opór powietrza iest bardzo mały, a chyba w spadaniu ciał gatunkowo lekkich znaczny. Prawda, że ani naymnieyszéy różnicy nie można postrzédz w spadaniu, gdy kula ołowiana bądz w mieyscu wolném od powietrza, bądź w powietrzu na dół leci z owéy miernéy wysokości mieysca, z którégo powietrze może bydź wyciągnioné za pomocą pompy powietrznéy czyli Powietrzociąga. Przeto gdy Hugeniusz przez doświadczénia czynioné we Francyi bar-

dzo

dzo dokładné, postrzégł, że przywiększá kula ołowianá, w przeciągu iednéy sekundy, w powietrzu z mieysca spoczynku spadła przez 15 $\frac{1}{12}$ stóp Paryzkich (Hugenii horologium oscillatorium Część IV. Poda. 26) Ząd idzie koniecznie, że każde ciało w tymże samym czasie, tyléż spádá na mieyscu wolném od powietrza, a przynaymniéy różnica w spádaniu iako nie znaczna może bydź zaniechaná.

§ III.

Między Fizykami piérwszy był Galileusz który na początku wieku przeszłégo bardzo szczęśliwé uczynił doświádczenié około spádaniá ciał, ale że kładł ciała na táblicach pochyłych, po których spádały, a wolnie im spadać nie dopuścił, ieszcze na tém mieyscu o iego doświádczeniach mówić nié możemy. Po nim Riccioli, około pół wieku przeszłégo, z pomocą Mavalda, bawił się w Bononii doświádczéniami około ciał spádaiących, i z wyższych wież spuszczaiąc kule kreciané 8 uncyy ważącé, rachował kołysnéniá (oscillatio) na wisiadle czyli kołyśnieniá kuli na cienkiéy nici zawieszonéy (Riccioli Almagestum novum Xię: II. Rozd: 27. Poda. 4.) Dostrzégł zaś, że w czasie 5 kołyśnién iego wisiadła, kula krecianá spádała przez dziesięć; w czasie 10 kołysnién, przez 40; w czasie 15 kołysnién przez, 90; w czasie 20 kołyśnién

Doświádczéniá Ricciola około spádaniá ciał.

śnién

śnién, przez 160, a w czasie 25 kołyśnién przez 250 stóp Rzymskich.

§ IV.

Jnné Ricciola doświádczénia.

Dáymy tedy, że każdé z osobna kołyśniénié równie długo trwało, iawna iest rzecz, iż czasy spádania były ich 1, 2, 3, 4, 5, wysokości zaś od początku spadku rachowané do owych czasów należącé, iak kwadraty z czasów: 1, 4, 9, 16, 25 i t. d. Ténże Riccioli wymiérzył pewną wysokość pionową, i na niéy ponaznaczał podziały w odległościach, 15, 60, 135, 240 stóp Rzymskich, od wiérzchołka rachuiąc. Znalazł zaś że kule kreciané, z owéy wysokości wolnie spuszczoné, spádały przez każde z osobna rzeczone podziały w czasie 6, 12, 18 i 24 kołyśnién tegoż wisiadła, tak daléce, że i tu znowu wysokości są w stósunku kwadratów z czasu.

§ V.

Bardzo małé wahania wahadeł równie trwaią.

Riccioli przy swoich doświádczéniach czas mierzył wahaniami wahadeł. Galileusz zaś ciężarem wody z obszérnégo naczynia przez dziurkę bardzo małą wyciekaiącéy. Obydwie miary dobré. Gdy bowiém z naczynia obszernégo, pełnégo wody, przez dziurkę szczupłą woda ciecze, wysokość wody w przeciągu kilku minut, w żaden sposób znacznie się nie zmnieyszá, ale wierzch iéy prawie zgoła nieporuszénie stoi, ani się zniża, gdyż owa

owá cząstka, która w tak małym czasie wypływá, iest bardzo mała i nieznaczná względém całéy wody. Że zaś bieg wody z naczyniá ciekącéy od ciśnienia iéy tylko pochodzi, łatwo każdy poznaie, to zaś ciśniénié zawisło od saméy wysokości wody w naczyniu (Wstęp. Rozd. VII. § 16.) która to wysokość, gdy w kilku minutach prawie się nie odmiéniá, iawná iest rzecz, że każdá z osobna kropla wody, gdy wchodzi w dziurkę rowną siłą przez cały tén czas do płyniéniá pędzona bywá, a żadnéy zgoła nié ma przyczyny, dlá któréyby iedna kropla prędzéy wypływać powinná, niż drugá. Zaczém wody tak wypływaiącéy iest bieg iednostayny, a przeto do mierzeniá czasu zdatny. Gdyż zważywszy wodę we dwóch małych iakichkolwiek przeciągach czasu wyciekłą, pewná iest rzecz, że te czasy są w stósunku ciężaru wody. Używszy nawet przy tych doświádczéniach wahadła, postrzeżémy, iż liczba małych wahań wahadła iest zawsze w stósunku z ciężarém wody, przez tén cały czas w którym wahadło kołysało się wyciekłéy. Więc i czas tak się zawsze má iak liczba wahań małych, iest wedwóynasób większy od czasu, w którym tož wahadło daie trzy wahaniá. Zaczém każdé z osobna wahanié bardzo małé tegoż samégo wahadła równie trwá, a zatém

tém czas należycie przez nié dzielić można na równé części.

§ VI.

Zarzut przeciwko doświadczéniom Ricciola.

Gdyby doświadczénia Ricciola czynioné były na mieyscu wolném od powietrza, tedyby wprawdzie dowodziły gruntownie, że biegi od ciężkości pochodzącé są iednostaynie przyśpieszoné, (§ 3.) i że naszé przypuszczénié iest prawdziwé. (Rozd: III. § 7.) Lecz że w powietrzu czynioné były, stósunek postrzeżony między wysokościami spadania, zdaie się iż znacznie powinién bydź inny, niż iest tén, który znayduiémy na mieyscu wolném od powietrza; chociaż bowiém opór powietrza, gdy ciała znacznie ciężkie spadaią iest pospolicie mały, przecięż cale znaczny postrzegamy przy spadaniu ciał lekkich z wielkiéy wysokości, iakie są kule kreciané (§ 2.) Sam Riccioli spuszczaiąc kulę ołowianą o 2 ½ uncyach, razém z kulą ołowianą o 2 uncyach z wysokości 280 stóp Rzymskich, postrzégł, że ołowiana iuż ina ziémię upadła gdy kreciana ieszcze o 25 stóp od ziémi była. Bo ieżeli na przykład opór powietrza zmnieyszał tęż samę wysokość kuli ołowianéy w tymże samym czasie na 2 stóp Rzymskich a ténże sam opór powietrza zmnieyszał samę wysokość kuli ołowianéy w tymże samym czasie na stóp 27, a zatém różnica oporu tego była 25 stóp Rzymskich; więc gdyby kula ołowia-

wianá spádała w wolném od powietrza mieyscu z téyże samey wysokości i w tymże samym czasie, a kula kreciana gdyby spádała z téyże wysokości i w tymże samym czasie w mieyscu powietrznem, różnica wysokości ich spadku w tymże samym czasie z oporu powietrza pochodząca, byłaby 27 Stóp Rzymskich, któré-go w tym czasie kula ołowiana nié miała. Ponieważ zaś kula ołowianá w mieyscu wolném od powietrza spádaiąc z takiéy wysokości i w tymże samym czasie, niecoby głębiéy spadła, przeto oporém powietrza zmnieyszona była wysokość spádania więcéy niż na 25 stóp Rzymskich.

§ VII.

Żeby tedy co pewnégo z doświádczénia Ricciola wnieść można było, trzeba zważać naprzód że bieg ciał wolnie spádaiacych iest bardzo prędki, a zatém trzeba używać nader wielkiéy pilności w dostrzéganiu czasów, ieżeli chcemy należycie porównywać mieysca i czasy w spadaniu ciał. Téy zaś pilności, że nie ze wszystkiém dokładnéy użył Riccioli, pokazuie się to, porównywaiac iego doświádczénia iedné z drugiémi. Jeżeli bowiém kula kreciana o 8 uncyach w powietrzu spádá zupełnie przez 10 stóp Rzymskich, w czasie 5 kołyśnień wisiadła, takaż kula spadac powinna przez 15 stóp

Doświádczénia Ricciola nie są zupełnie dokładné.

stóp Rzymskich, w czasie $6\frac{3}{25}$ tegoż wahadła, ieżeli mieysca są w stósunku dwumnożnym czasów; gdyż iest 10: 15 = 25: 37,5; a 37,5 iest kwadratém blizkim liczby 6,12. spadła zaś kula podług Ricciola przez 15 stóp Rzymskich w przeciągu 6 kołyśnień. Podobnymże sposobém tak kula przez 240 stóp Rzymskich spádać powinna nie w przeciągu 24 iak Riccioli postrzegł, ale blizko $24\frac{1}{2}$ wahaniach na iego wahadle. Jasná tedy iest rzecz, że stósunek między mieyscami i czasami czyniąc doświadczenia w powietrzu iest tylko blizko prawdziwy, gdyż Riccioli samémi liczbami całkowitémi go wyraził, a ułomki liczb cale opuścił.

§ VIII.

Bardzo dowodliwá iest rzecz, że stósunki wysokości spádaniá ciáł od Ricciola postrzeżoné nawet na mieyscu wolném od powietrza práwdzą się.

Powtóre łatwo wyrozumiéwámy że stósunek między wysokościami w spádaniu oporem powietrza bardzo mało się odmiénia lubo samé odległości znacznéy odmianie podlégaią. Dáymy bowiém że iedna kula kreciana przez 10, drugá równá przez 20 stóp wolnie w próżni spáda. Dopuśćmy daléy, że owa piérwszą kula, gdy w powietrzu spádá, przez ténże sam czas, tylko przez 9 stóp swoią mocą leci, tak dalece, że wysokość w jéy spádaniu oporém powietrza zmnieyszá się na iednę stopę. Jawná iest rzecz że prędkość kuli przez 20 stóp spádaiącéy, przy końcu spádaniá, większá ieſt od prędkości kuli

li drugiéy, która przez 10 stóp spadła. Że zaś opór powietrza gdy inné okoliczności są równé z prędkością ciał spádaiących pomnaża się, (Rozd: X. § 25.) następuie koniecznie, że i druga kula, gdy w powietrzu spáda, więcéy niż iednę stopę wysokości traci, dla oporu powietrzá, pozwólmy tedy, że traci dwie stopy, a będzie stósunek międy wysokościami w powietrzu = 9: 18 ténże sam co i w próżni 10: 20. Zaczém tém sposobém stósunek między wysokościami cale się nie odmiénił przez opór powietrza. Ale choć dopuścimy, że druga kula mniéy lub więcéy z wysokości straciła, iednakowoż będzie stósunek między wysokościami spádania w powietrzu = 9: 18 + x, a różnica x między tą ostatnią wysokością, i między 18, tak mała, iż ciała do iéy przebieżénia całego kołysniénia nie potrzebuią. Zaczém gdy Riccioli części wahań osobnych opuścił, łatwo się pokazuie, iż stósunki przez postrzegania wynalezioné, albo zupełnie téż samé bydź powinny z stósunkami, któré w próżni mieyscé maią, iako téż od nich bardzo mało odstępuią.

§ IX.

Toż samo i inné doświádczénia potwierdzaią.

Taż prawda potwiérdza się przez inné doświádczénia w Londynie na wysokim Kościele S. Pawła czynioné, gdzie czasu dostrzeżono z większą dokładnością

ścią niż to uczynił Riccioli: w roku bowiém 1710 wiele kul szklannych zywém srébrém napełnionych cięźaru prawie dwóch uncyy z wysokości 220 stóp Londyńskich spuszczono; Roku także 1719 spuszczono kule ołowiané o 2 prawie funtach z wysokości 272 stóp żywém srébrém napełnioné, które spadły, w przeciągu czasu trochę mnieyszym, niż 3,"7; ołowiané zaś prawie w 4" $\frac{1}{2}$ (Newtona Filozof. Natu. Począt. Mat: Xię: II. Pod. XL.) kwadrat zaś liczby 3,7 iest 13,69; a 220: 272 = 13, 69: 16, 92. blizko. Że zaś piérwiastek kwadratowy liczby 16,92 iest 4,1 blizko, a kule ołowiané spadły z wysokości 272 stóp w 4," 25 prawie, iasna iest rzecz, że w saméy istocie prawie zupełnie są w stósunku kwadratów z czasu, i owa różnica mała między 4," 1, i 4," 25, tylko od oporu powietrza pochodzi, przez który kuli ołowianéy, iako z daleko większéy wysokości spadaiącéy, bieg bardziéy się zpoznił, niż kuli żywém srébrém napełnionéy.

§ X.

Bieg ciał wolnie spádaiacych w próżni

Można ieszcze oczywiściéy pokazać, że owé małé uchybiénié stósunku między wysokościami w powietrzu, od stósunku między kwadratami czasów, z oporu powietrza pochodzi. Daymy bowiém, że kula w mieyscu od powietrza i w An-

glii

glii spáda na iednę sekundę przez 15 $\frac{1}{12}$ stóp Paryzkich blizko, (§ 2) albo przez 16,07 stop Lóndyńskich (*) idzie stąd koniecznie, że taż kula w próżni spadać powinna tamże we 3," 7 przez 220 stóp Londyńskich a przez 272 stop Londyńskich w przeciągu 4," 1, ieżeli mieysca w próżni przebieżone są dokładnie w stósunku kwadratów z czasu; gdyż iest 16,07: 220 = 1: 13,69, liczba zaś 13,69 iest kwadratém liczby 3,7. A że iest 16,07: 272 = 1: 16, 92, to iest: iak 1 do kwadratu liczby 4, 1; zaczém gdy kulę w powietrzu spuszczamy, żeby swą mocą spadała, przeciąg czasu, w którym 220 stóp Londyńskich przebiéga, zawsze iest większy od 3," 7, a czas w którym 272 stop Londyńskich ulatuie, większy od 4," 1, bo iéy bieg zawsze się zmnieysza przez opor powietrza, wprawdzie owo przybywanié powietrza tém większé bydź powinno, im gatunkowo lżeysza kula i im większa iest wysokość, gdy inné okoliczności są równé. Co też doświadczénia Londyńskié okazuią. Gdyż kula żywém srébrém napełniona bardzo mało więcéy zabrała czasu w spadaniu, niż 3," 7; kula zaś ołowiana w przeciągu 4," 25 spadła, a zatém powiększénié czasu w jéy spadaniu znacznieyszé było, bo ołów gatunkowo lżeyszy iest od żywego

cale iednostaynie przyśpiesza się.

(*) Stopa Paryzka od Londyńskiéy iest iak 1,00575: 1.

go srébra, i wysokości spadania kuli z żywem srébrém. Zaczém bardzo dowodliwie następuie, że wysokości spadania w próżni są dokładnie w stósunku kwadratów z czasu, która to prawda i doświadczéniami Galileusza potwierdzá się, o których potém mówić będziémy.

§ XI.

Co iest prędkość do iakiéy wysokości należącá i iak ią wynaléźć?

Wszystkié tedy prawdy, któréśmy wyżéy okázali mówiąc ogólnie o biegu iednostaynie przyśpieszonym, maią mieyscé i w spádaniu wolném ciał w próżni, że zaś bez wątpiénia każdé ciało podług doświádczéń we Francyi czynionych na mieyscu bezpowietrznem wolnie spáda, w przeciągu iednéy sekundy przez $15 \frac{1}{12}$ stóp Paryzkich, (§ 2.) przykłady wyżéy dané, (Rozd. IV. § 11. 12. 13.) do spádania ciał w próżni bardzo łatwo iest przystósować. *Wysokość* zaś do *iakiéy prędkości wyznaczonéy należącá*, iest ta, przez którą ciało w próżni spádać powinno, żeby do danéy prędkości przyszło. Jest zaś takowá prędkość $p = 2 \sqrt{ms}$ (Rozd. IV. § 13.) gdy *m* znaczy wysokość mieysca do prędkości *p* należącą, *s* zaś liczbę stóp Paryzkich, przez które ciało spádá z mieysca spoczynku w próżni w pierwszéy sekundzie. Oznaczá się zaś tym wyrazém prędkość *p* przez liczbę stóp Paryzkich, przez któré ciało daną prędkością przebiédz może iednostaynie

nie w przeciągu iednéy sekundy. Także przeciwnie, gdy daną iest wysokość *m* nazywa się *p prędkością do wysokości m* należącą.

§ XII.

Gdy iakié ciało w powietrzu wolnie spada, czas spadania z danéy wysokości albo wysokość z danégo czasu dokładnie określoną bydź nié może, chyba przez rachunek bardzo trudny, czego na tém mieyscu przyczyny wyłożyć nié możemy. Lecz niekiedy dosyć iest choć nie dokładnie poznać wysokość z danégo czasu spadania. Spuszczamy na przykład kamień w głęboką studnią albo w loch, i dostrzégamy czasu, w którym kamień zaczyna się spuszczać, i w którym na dno upada. Z tego przeciągu czasu iak naydokładniéy dostrzeżonégo, można doyść blizko prawdziwie, iaka iest głębokość studni albo lochu w tén sposób. Doświadczénia Londyńskié nauczaią, że przywiększa kula ołowiana spada w powietrzu, w przeciągu $4\frac{1}{4}''$ przez 272 stóp Londyńskich, albo przez 255 Paryzkich. (§ 9.) Doświadczénia zaś Ricciola pokazuią, że wysokości spadania, które nie są większé od 200 stóp Paryzkich blizko, prawie zupełnie są w stósunku kwadratu z czasu. Zaczém przywiększa kula ołowiana w powietrzu spada, w czasie $4''$ przez 226 stóp Paryzkich. Lecz podług Ricciola prawie w jednakowém spadaniu, wy-

Samowolné spádanié ciał dokładnie określoné bydź nié może, dla oporu powietrza, ie dno przez rachunek bardzo trudny.

wysokość kuli krécianéy óporém powietrza niemal 25 stopami Rzymskiémi bardziey zmnieyszona została, niż wysokość spadania kuli ołowianéy (§ 6.) Jest bowiém stopa Rzymska do Paryzkiéy prawie, iak 11 : 16, a zatém wysokość 280 stóp Rzymskich równa się 192 blizko stopóm Paryzkim. Zaczem kamién pospolity przywiększy okrągły, z kretą prawie indnakową ciężkość maiący, spada w przeciągu 4," z wysokości niemal 20 stopami mnieyszéy, iak iest, którą, w tymże samym czasie większa kula ołowiana przebiégą w powietrzu. Więc takowa kula spada w powietrzu z mieysca spoczynku, w przeciągu 4," przez 206 stóp Paryzkich blizko, w przeciągu 3," przez 116 stóp Paryzkich prawie i t. d. Stąd tedy łatwo mierzymy bez nie wielkiego uchybiénia głębokości, które nie wiele przechodzą, albo mało co nie dochodzą, 200 stóp Paryzkich. Niech albowiém kamién spada n. p. przez $3\frac{1}{2}$," będzie kwadrat liczby 4, do kwadratu liczby $3\frac{1}{2}$ czyli 16: 12,25 = 206 do głębokości szukanéy. Ta więc głębokość iest $= \frac{12{,}25 \cdot 206}{16} = 158$. stopóm Paryzkim, ale gdy iest ona większa, opór powietrza tak się pomnaża, że téy głębokości podług danégo sposobu, bez znacznégo uhybienia znaléźć nié można. W mnieyszych nawet głębokościach, należy mieć wzgląd na to, iż

trze-

trzeba iakiegoś czasu, nim odgłos od uderzénia ciała na dnie n. p. studni pochodzący przyydzie do uszu naszych i da nam się uczuć, a zatém w krótszym zawsze czasie kamień na dół upadnie, niż odgłos iego spadnienia dóydzie do ucha.

ROZDZIAŁ VI.

o ciałach ciężkich rzuconych.

§. I.

Bieg ciał na dół rzuconych.

Fig. 4.

Gdy kamień, albo iakié inné ciało na mieyscu od powietrza wolném na dół prostopadle rzucamy z pewną prędkością n. p. CG; kamień tén podług tegoż samégo kierowania spadać nie przestaie. Jeżeli tedy AC. wyraża czas w którym wysokość do prędkości CG. należąca (Roz. V. §. II.) wolném spadaniém z mieysca spoczynku wymiérza się, kamień całe iednostaynym sposobém spadać będzie iak gdyby z owéy wysokości z mieysca spoczynku spuszczony przez czas AC spadał, albo był rzucony prosto na dół z prędkością CG. gdyż tu nie idzie o to, iakim sposobém téy prędkości nabył, czyli to przez samowolné spadanié, czyli przez rzucénié. Poprowadziwszy tedy AK, przez punkt G prędkość kamiénia w którymkolwiek punkcie czasu D, będzie = DQ, a wysokość od czasu rzucénia aż do D, a zatém w czasie CD. przebieżone będzie. CGDQ, słowém kamień pionowo do ziémi rzucony

ny całe z tém przyśpieszéniém leci, z któréby leciał sam wolnie spadaiąc, ale po nabytéy prędkości rownéy téy, którą teraz rzuconym go na dół bydź mniemany.

§. II.

Ciało ciężkié w górę rzucone dwóm biegóm wprost sobie przeciwnym podlégá.

Że kamién w górę wyrzucony doszedłszy do pewnéy wysokości, znowu na dół spada, o tém wszyscy wiedzą. Gdyż stale ma w sobie ciężkość choć w górę idzie, która go ustawicznie na dół pędzi, a nié ma się na czém utrzymać. Znaydzie się tedy w nim rzeczywiście dwoisty bieg, ieden w górę dążący, który zawisł od rzucénia, drugi na dół rzucony, który od ciężkości pochodzi, które to biegi że są na iednéy linii pionowéy i sobie w prost przeciwne, trzeba iedén od drugiégo odiąć, żebyśmy znalezli bieg składany kamiénia (Roz: I. §. III.)

§. III.

Iak oznaczyć mieysca które kamién w górę wyrzucony przebiegá.

Fig. 4.

Żebyśmy tedy własność biegu składanégo należycie poięli, daymy że kamién w próżni do góry pionowo był wyrzucony. Niech będzie EK. prędkość rzucénia, a EA prostopadła do EK, znacząca czas, w którym ciało z mieysca spoczynku samowolnie w próżni spadaiąc, w punkcie E, prędkości EK nabywa. Niech będzie ED = AB. toż CM = BN = DS = EK = AX, a liniia KX. równoległa do AE. Poprowadźmy liniią AK. przecinaiącą BN, DS. w punktach F i Q, a iawna iest rzecz że kamién dla

opor-

oporności swoiéy zachowá całą prędkość EK. w czasie DE. (Roz: III. §. II.) a zatém przebieży w górę w tymże samym czasie mieyscé EKSD (Roz: IV. §. I.) Że zaś ciało które samowolnie spadać zaczyna w czasie AB. przebiéga w próżni mieyscé ABF, i ED iest = AB, a KQS = ABF, idzie zatém, iż kamień wyrzucony wymiérzá razém drugim biegiém na dół pochodzącym od cięžkości mieyscé K Q S. w czasie ED. Odiąwszy tedy iedno mieyscé od drugiégo, kamień w saméy rzeczy biegiém złożonym idzie w górę, w czasie ED przez wysokość oznaczoną przez EKQD. a znowu w czasie EC. przez wysokość oznaczoną przez EKGC. a w czasie AE. przez mieyscé EKA (Roz: I. §. III.) Co się tycze prędkości kamiénia po skończonym czasie ED, iednégo biegu taká iest prędkość, iż iednostaynie z nią bieżąc, możnáby przebyć mieyscé EKSD, w czasie ED; drugiégo zaś biegu prędkością QS. można iednostaynie przebiédz mieyscé QeKS. w tymże czasie (Roz. IV. §. VIII.) Więc biegu składanégo prędkość po wypłyniéniu czasu ED taká iest, iż z tąż prędkością EDQe = EKSD — QeSK w czasie ED. Że zaś w biegach iednostaynych prędkości są iak mieysca w różnych czasach przebieżoné, będzie zatém prędkość biegu złożonégo po wypłyniéniu czasu ED, do prędkości rzucénia, iak prostokąt EQ do prostokąta ES. albo iak DQ do EK.

§. IV.

Bieg iednostaynie opoźniony.

Są tedy prędkości kamiénia w próżni idącégo w górę między sobą, na punktach czasu E, D, C, B. iak EK, DQ, CG, BF, to iest w różnych przeciągach czasu, równie ich ubywá, gdyż iest EK — DQ = eK = dQ = DQ — CG = CG — BF i t. d. Taki zaś bieg nazywá się *iednostaynie opoźnionym* a czas w którym cała wysokość oznaczoná przez AEK, w górę postępuiąc przebieżoná bywá, iest AE, a zatém zupełnie równy czasóm samowolnégo spádaniá z mieysca spoczynku przez AEK. Ciało tedy wyrzucone przebiegłszy wysokość do prędkości swégo wyrzucéniá należącą, natychmiást przez tęż wysokość nazad spádá, i to w równym czasie iak w górę szło i do mieysca znowu powrácá z którégo w górę rzuconé było. Miara więc prędkości w biegu iednostaynie opóźnionym, taż sama iest co i w biegu iednostaynie przyśpieszonym, lecz tylko w sposobie przeciwnym a tą iest podziałka prędkości.

§. V.

Powietrzé ciału w górę idącému bardziéy się opiérá, niż spádaiącému.

Powietrzé daleko bardziéy osłabiá bieg ciała w górę idącégo, niż spádaiącégo na dół. Póki bowiém iakiégo ciała nie wielká iest prędkość, póty prawie żadnéy odmianie dlá powietrza nie podlégá, lecz gdy prędkości są wielkié, powietrze swym oporém znacznie ich osłabiá (Wstęp Roz. I. §. 25.) Ciała zaś spádaiącégo prędkość

przy

przy samym końcu iest wielka, a zatém przy końcu tylko znacznie się odmiénia, a nie z początku. Ciśnionégo zaś w górę ciała daleko iest inny stan, gdyż bieg swóy zaczyna z wielką prędkością, a zatém znacznie też wielé traci z swego biegu zaraz na początku przez opór większy powietrza, i tę stratę utrzymuie w dalszym biegu przez oporność swoię. Przeto ciało wolnie samo przez się z pewnéy wysokości w powietrzu spadaiącé, tąż samą prędkością, któréy spadaiąc nabyło, do téyże saméy wysokości, z któréy spadło, znowu podnieść się nié może.

§. VI.

Maiąc dany czas podniesiénia i spadania ciała, nié można dokładnie stąd wynaléźć wysokości do któréy to ciało doszło.

Gdy iakié ciało prosto w górę wyrzucamy, na mieyscu bezpowietrznćm, a to w przeciągu na przykład 8" znowu spada na toż mieysce, z którégo wyrzucone było, pewna iest rzecz, że przez 4". szło w górę a przez 4" na dół spadało (§. 4.) a zatém doszło do wysokości $241\frac{1}{3}$ stóp Paryzkich (Rozd: IV. §. 11.) Ale gdy się to dzieie w powietrzu, nié możemy tak doskonale określić wysokości do któréy wyrzucane bywaią kamiénie n. p. z gór ognistych, z dostrzeżonégo czasu, przez który idą w górę i na dół spadaią. Bo takowé biegi w powietrzu znacznie odstępuią od tego prawa, którému w próżni podlégaia, naybardziéy zaś gdy prędkość iest wielka, z którą ciała idą w górę. Sam też

 kształt

kształt ciał w téy mierze wielé odmiany sprawuie.

§. VII.

Rzutnia (Trajectoria), iakiégo ciała ukośnie wyrzuconégo

Fig. 5.

Jeżeli ciało podług innégo iakiégo kierunku wyrzucamy w próżni, a nie liniią pionową, doświadczénié naucza, że to z wolna coraz bardziéy ku ziémi się pochyla a wreszcie na ziémię upada. W takim razie przebiéga większą liniią, którą *rzutnią* ciała nazywamy. Rzuciwszy albowiém ciało A, w próżni ku E, możémy myślą sobie wystawić, iż liniia pionowa AB, ma bieg postępny tak, że każdy z osobna iéy punkt bieży nie przestannie ku EH bynaymniéy nie odmiéniaiąc prędkości rzucénia; i że punkt iaki fizyczny z mieysca spoczynku spada przez liniią AB, i razém z tąż liniią postępuie ku E. Że bowiém każdy z osobna punkt linii AB bieg postępny maiącéy cale równie bieży (Rozd. II. §. I.) punkt fizyczny spadaiący na którémkolwiek mieyscu linii AB stałą prędkością rzucénia porywany bywa ku EH, zaczém w tén sposób biédz będzie iak gdyby téy prędkości przez rzucénié nabył.

§. VIII.

Ciało ciężkié w próżni rzuconé Równorzutnią kréśli.

Fig. 5.

Daymy, że prędkość rzucénia iest taka, iż w pewnym czasie c może ciało iednostaynie tąż prędkością przebiédz drogę AC, daymy ieszcze że liniia CD=DE=AC, a iawna iest rzecz, iż liniia AB, po wypłynionym czasie c, będzie na CF, po wypłynio-

płynionym 2c, na DG, po wypłynionym 3c na EH, i t. d, i że liniie AB, CF, DG, EH, są od siebie równoodległé (Roz: II. §. I.) Gdy tedy punkt fizyczny prędkością swoią w czasie c z mieysca spoczynku w próżni spada z A na P; w czasie 2c z A na Q; w czasie 3c z A na R; poprowadziwszy PI, QK, RL od linii AE równoodległé do linii CF, DG, EH, będzie AP = CI, AQ = DK, AR = EL, a punkt biegiém swoim złożonym przychodzi po wypłynionym czasie c na I; po 2c na K, a p 3c, na L. Są zaś wysokości AP, AQ, AR, zawsze iak kwadraty czasów w których przebieżoné bywaią biegiém przyśpieszonym (Roz. V. §. X.) a czasy w stósunku liniy AC, AD, AE, wyrażaiących mieysca biegiém iednostaynym przebyté (Wstęp Roz. XVI. §, V.) Zaczém AP: AC. AC, albo do PI. PI iest w jednym stósunku czasu, który się równa stósunkowi AQ do QKQK, i t d. Przeto punkt fizyczny przebiéga *równorzutnią* AIKL. Tak się albowiém nazywa liniia krzywa w któréy każda z osobna część linii AB, zaczynaiąc od A, iako to AP, AQ, AR, ktoré się odcinkami (abscissa) nazywaią, są w stósunku kwadratów liniy równoodległych PI, QK, RL, odpowiadaiących odcinkóm, któré to liniie odpowiadaiącé zowiémy *przystawami* (applicata albo ordinata) Odcinki zaś i przystawy iedném nazwiskiem zowią się *współuszykowanemi* (coordinatæ).

§. IX.

Czasém rzutnia ciała ukośnie wyrzuconego zdaie się bydź liniią prostą.

Im z większą prędkością punkt ciężki rzucamy od A ku E, tém równorzutnia, którą tenże punkt przebiega mniéy odstępuie od linii prostéy AE. Daymy bowiém, że n. p. prędkość rzucénia iest we dwoie większa od téy którąśmy pierwéy wzięli, iasna iest rzecz, iż liniia AB, w czasie c, w którym punkt spadł na P, teraz przechodzi przez AD. Zaczém punkt ciężki po wypłynionym czasie c, będzie na M. Przypuściwszy, że DM = AP i rzutnia przez ow punkt M przechodząca daleko mniéy odstąpi od linii prostéy AE, niż AKL. Stąd wyrozumiéwamy dla czego kula z pistoletu wystrzelona, zdaie się iśdź liniią prostą, gdy mierna iest odległość. Wszelako liniia, która iest drogą kuli, nie iest zupełnie prosta, ale ku ziémi nieco skrzywiona.

§. X.

Rzutnia ciał w powietrzu wyrzuconych często nie iest równorzutnią.

Droga ciał gęstych i bardzo ciężkich, gdy ie mierną siłą rzucamy w powietrzu nawet nie wiele od równorzutni odstępuie. To się prawdzi oczywiście na wodzie biiącéy w górę w funtannach, która należycie dokładną równorzutnią oznacza, bądź że wytryska z rury poziomey, bądź z położonéy ukośnie w górę biie. Ale gdy prędkość rzucénia iest bardzo wielka, bieg AE, oporém powietrza, bardzo się osłabia i mieysca AC, CD, DE, w równych czasach przebieżone, nie są równe, ale coraz

bar-

bardziéy się zmnieyszaią. Stąd każdy wyrozumiéwa, że w tym razie rzutnia, nie może bydź rownorzutnią, ale inné krzywości ma w sobie. W czém téż nás przekonywaią doświadczénia przez strzélanié z dział. Postrzeżono albowiém, że rzutnia kul przywiększych dość znacznie się różni od równorzutni.

§. XI.

Kierowność punktu, który równorzutnią przebiéga na którymkolwiek iéy mieyscu K albo L, iest taż sama którąby miała styczna w owém mieyscu. Możnaby tego dowiéśdź z własności równorzutni, lecz łatwiéy i ogólniéy się to pokazuie w następuiący sposób. Niech będzie blacha DBE nieruchomá, i iakożkolwiek krzywá, obwinięta nicią, którey koniec E tak ustawicznie ciągniémy, aby się nić powoli odwiiała. Wystáwmy sobie w myśli że ta nić n. p. od punktu B ciągnioná iest ku C, a będzie iedna część téy nici obwinięta około DB części blachy DBE, a reszta iéy BC, będzie styczną blachy DBE w punkcie B.

Kierowność punktu biegiém swoim liniią krzywą kréślącégo iest styczna do téy linii krzywéy w owém mieyscu w którém punkt na tén czas znayduie się.

Fig. 6.



XII.

XIĘGA II.
o Sile ciężkości.
ROZDZIÁŁ I.
o biegu ciáł ciężkich na płaszczyznach pochyłych.

§. I.

Ciało cisnąc powiérzchnią prostopadle, nié może mieć żadnégo ruchu po téyże powierzchni od ciśnienia pochodzącégo.

Ciało ciężkié na płaszczyznie poziomey tęgiéy i nie ruchoméy położoné ciśnie wprawdzie ciężkością własną płaszczyznę, ale dla téyże ciężkości tam biegu mieć nié może. Że bowiém kierunek ciężkości iest podług linii pionowéy do płaszczyzny, z tąż płaszczyzną na wszystkié strony równé czyni kąty, tak dalece, że żadnéy nié ma przyczyny, dla któréyby ciało szło ku téy raczey stronie płaszczyzny, niż ku innéy. Sama płaszczyzna wprawdzie razém z ciałém powinnaby prosto na dół spadać, lecz gdy iest nieruchoma, odporém swoim gubi całé działanié ciężkości. Nauczaia nas téy prawdy niezliczoné doświadczénia bardzo potoczne. Widzimy bowiém, że wszystkié ciała ciężkié nayruchliwszé nawet, spoczywaią na mieyscu, gdy są położoné na powiérzchniach poziomych, a to iak powiedzieliśmy, nie dla innéy przyczyny, tylko że kierowność ciężkości iest prostopadła do tychże powiérzchni.

§. II.

§. II.

Lecz na tablicach pochyłych czyli do płaszczyzny poziomey pod pewnym kątém nachylonych ciała na dół spadaią ciężkością własną, które to spadanie abyśmy należycie zrozumieli, niech AK będzie iaki pręcik prosty, tęgi i nieruchomy, do linii poziomey AB pod katém KAB nachylony, D zaś punktém iakiégo ciała cięzkiégo, który położono na linii AK; łatwo zrozumieć, że cięzkość tego punktu D, pędzi go na dół ku linii DE, tak dalece, iż gdyby nie było zawady, spadałby w samey rzeczy przez pionową DE, w czasie pewnym c. Tén zaś bieg DE, iako prostokréślny albo prostodrożny (rectilineus) może bydź rozdzielony na dwa inné biegi, DF, DG, to iest na iedén prostopadły do linii AK, a na drugi od téyże równoodległy. (Xię. I. Rozd. I. §. VIII.) Bo cięzkość tym sposobém wywiéra się na punkt D, iak gdyby ciało pędziła w czasie c, razém przez linią DF i przez linią DG. Lecz że punkt D iest na linii AK nieruchomey i tęgiey, drugi bieg DF, dla odporu tey linii ze wszystkiém ginie. Że bowiém tego biegu kierunek iest pionowy do linii AK, idzie stąd koniecznie, iż gdyby sam iedén tén bieg był w punkcie D, tenże punkt nie przebiégałby linii AK, aleby został na mieyscu. Zaczém w punkcie D, sam bieg drugi DG. pozostaie się, ktorym bez za-

Czému ciała na tablicy pochyłéy na dół ciężkością swoią spadaią?

Fig. 7. Táb. II.

żadnéy przeszkody spádá ku A, gdyż tu uważamy, iakoby żadnégo tarciá, ani oporu od powietrza zgoła nie było.

§. III.

Bieg punktu ciężko ścią własną po płaszczyznie pochyłéy spádaiącégo, iest w stosunku wstawy kąta pochyłości

Ponieważ liniie DG, czyli EF i AK tak iak i liniie DE, KB są względem siebie rownoodległé, a przy G i B są kąty proste, zaczém tróykąty DGE, ABK będą podobné. Jest tedy bieg spádaniá po płaszczyznie, do biegu samowolnégo spadaniá czyli DG: DE = KB: KA = wst A: 1. A że DG iest tém większe od DE, im wstawa kąta A iest większá od 1. czyli promiéniá, więc bieg na płaszczyznie pochyłéy, tém większy będzie, im kąt téy pochyłości iest większy. Ta prawda bardzo wielą doświádczéniami dostatecznie się potwiérdzá, niektóré z nich w Wstępie do Fizyki (w Roz. V. §. 5.) dokładnie wyłożyliśmy.

Fig. 7.

§. IV.

Czas w ktorym ciało ciężkié przebiégá płaszczyznę pochyłą, iest do czasu w którymby wolnie spá

Ponieważ obadwa biegi poiedynczé DG, DF, podobné są biegowi składanému DE, (Xięg. I. Rozd. I. §. 8.) więc wnieść stąd należy że punkt spádaiacy po równi pochyłéy AK. spádá biegiém iednostaynie przyśpieszonym. Daymy tedy, że on w tymże samym czasie c spádá przez DG, w którymby wolnie spádał przez DE, i przypuśćmy, że ténże sam punkt w czasie D spádá przez KA, a że w biegach iednostaynie przyśpieszonych, mieysca

prze-

przebieżoné są w stósunku kwadratów z czasów na té biegi łożonych, będzie zatém DE: KB:: c^2: C^2, i znowu AK: GD = D^2: c^2 czyli DE. AK: KB. DG = c^2. D^2: C^2. c^2 = D^2: C^2. A że było w §. poprzedzaiącym DE: DG = KA: KB; to iest $\frac{KA}{DE} = \frac{KB}{DG}$ mnożąc więc przez te ostatnié ilości następnika i poprzednika powyższéy proporcyi DE. AK: KB. DG = D^2: C^2 · będzie AK^2: KB^2: = D^2: C^2 · czyli KA: KB = D: C, to iest czasy które punkt łoży na przebieżénié równi pochyłéy i wysokości téyże równi są w stósunku iéy długości do wysokości.

dało przez wysokość téyże płaszczyzny iak długość płaszczyzny do iéy wysokości.

§. V.

Prędkość p, punktu na płaszczyznie pochyłey ciężkością swoią z punktu K na A spadaiacégo w czasie T. po wypłyniéniu rzeczonégo czasu, iest taka, iż w tymże czasie T, biegiém iednostaynym punkt przeyśćby mógł 2 KA. (Xięg. I. Rozd. IV. §. 10.) a prędkość P punktu danégo wolnie z K na B spádaiącégo w czasie C. po wyszłym tym czasie, iest taka, że w tymże czasie C, biegiém iednostaynym mógłby punkt przebiédz mieyscé 2KB. Lecz w biegach iednostaynych prędkości są w stósunku prostym mieysc, a w odwrótnym czasów (Wstęp. Rozd. XVI. §. 6.

Zaczém iest p: P = $\frac{2KA}{T} \cdot \frac{2KB}{C}$ Że zaś iest

Prędkość w spádaniu przez płaszczyzny iakożkolwiek pochyłé od wysokości spádanià zawisła.

T: C = KA: KB = 2KA: 2KB. (§ IV.) idzie stąd, iż iest p = P. Zaczém punkt cięż-kością swoią przez iąkakolwiek płaszczyznę pochyłą KA spadaiący, przy samym końcu spadania A, tęż samę ma prędkość, któréyby nabył, gdyby samowolnie spadł z wysokości KB, która to wysokość iest wysokością płaszczyzny pochyłéy AK.

§. VI.

Punkt cięż ki spádá przez iaką-kolwiek cięciwę koła w tym samym czasie, w którym by spadł przez srze-dnicę pio-nową tegoż koła.

Fig. 8.

W kole, którégo srzodek iest C, poprowadziwszy srzednicę AB, styczną BD, i cieńciwę AG, którąby przeciągniona zbiegła się z styczną na D, tróykąty ADB, i AGB, dla kątów AGB, i ABD prostych będą podobné. Przeto AD: AB = AB: AG, skąd $AB^2 =$ AD. AG, i AB^2: $AD^2 =$ AD. AG: AD. AD = AG: AD. Zaczém tak ustawiwszy koło, żeby AB była pionową, styczna BD poziomą, przypuściwszy, że iaki punkt cięźki przez cieńciwę nieruchomą AG, z mieysca spoczynku spáda cięźkością własną, łatwo się okazuie, że to spádanie w tymże samym czasie odprawuie się, w którym punkt cięźki samowolnie spadłby z A na B. Jeżeli bowiém punkt z A przez G spáda na dół aż na D, ponieważ bieg iego iest iednostaynie przyśpieszony, co się niżéy ściśle okaże, będą kwadraty z czasów, w których AD i AG przebywaią się, iak AD: AG, (Xię. I. Rozd. IV. §. VII.) albo iak AD^2 AB^2. Zaczém samé czasy są iak AD: AB. A że w tymże samym

czasie

czasie i stósunku iest téż czas spádania przez AD, do czasu samowolnégo spadku przez AB. (§. IV.) Zaczém czas w którym cieńciwa AG przebieżoná bywá, iest równy czasowi samowolnégo spadku przez śrzednicęAB.

§. VII.

Wszystkié cięciwy iakiègokolwiek koła pionowo ustawionégo, schodzącé się w spodku iego, przebiégane bywaią ciężkością w jednym że czasie.

Z tego co się dopiéro okazało, wypádá, że punkt ciężki, który przez iakąkolwiek koła pionowo stoiącégo cieńciwę n. p. GB kończącą się w samym dole koła na punkcie B, ciężkością swoią spádá, potrzebuie do tego spádania takowégoż zupełnie czasu, w jakim przez śrzednicę pionową AB wolnie spádá. Poprowádźmy bowiém z A cieńciwę AE, od cięciwy GB równoodległą, a té cieńciwy będą równe. A że AE przebieżoná bywá w tymże czasie, który iest potrzebny do samowolnégo spadku przez AB. (§. VI.) Więc i GB. Zaczém do przebieżénia naykrótszéy cieńciwy na B kończącey się, tyléż czasu potrzeba, ilé do przebieżénia naydłuższéy; bo cieńciwy tém się spadzistszé staią, im są dłuższé, punkt zaś ciężki z większéy spadzistości prędzéy leci niż z mnieyszéy.

§. VIII.

Jakim sposobém prędkości punktu ciężkością własną po

Jeżeli iaki punkt ciężki przez płaszczyznę pochyłą CA spádá z mieysca spoczynku ciężkością własną, a liniie prosté HD, CO, BA są poziome, liniie zaś DI, AO pionowé, tedy prędkość którą na iakiém miey-

płaszczyznie pochyłéy spadaiącégo na każdém mieyscu téy płaszczyzny wyznaczyć.

mieyscu n. p. D, punkt mieć będzie, zawiśnie od wysokości w spadaniu przez CD to iest od CH, (§. 5.) albo ID. Jeżeli zaś punkt na C, iuż miał iaką początkową prędkość p, ku A, trzeba wynaleźć wysokość CL do którey prędkość p należy, (Xię. I. Rozd. V. §. 11.) i poprowadziwszy przez L liniią poziomą LM, będzie pionowa MD wysokością, do którey należy prędkość punktu spadaiacégo na D.

Fig. 9.

Przeciągnąwszy bowiém liniią ML, żeby płaszczyznę AC przecinała na N, bieg punktu przez CA, prędkością początkową p, cale ténże sam iest, któryby był, gdyby ténże punkt, z mieysca spoczynku na N, spadł po płaszczyznie NA. W tén czas zaś, iak dopiéro widzieliśmy, prędkość iego na D do wysokości DM należałaby. Zaczém taż prędkość i teraz należy do téy wysokości, gdy punkt z C, prędkością p spadać zaczyna.

§. IX.

Punkt ciężkości na płaszczyznie pochyłéy idzie w górę aż do téy wysokości, do któréy należy iego

Punkt który na C spoczywa, i stąd ciężkością swoią spáda aż do A, w czasie c aż na mieyscu A ma prędkość p, należącą do wysokości OA, którąby przebiédz mógł iednostaynie w tymże czasie mieyscé 2AC. (Xię. I. Rozd. VI. §. 10.) Jeżeli tedy iaki punkt ciężki z mieysca A idzie ku O prędkością p, tén punkt idzie wprawdzie w górę po płaszczyznie AC, ale że iest ciężkim, pędzony iest razém na dół ku A

od

od ciężkości właśnéy póki po téy płaszczyznie bieży. Zaczém takowy punkt ma dwoisty bieg, iedén iednostayny prędkością p ku C z mieysca A, (Xię. I. Rozd. III. §. 2.) drugi iednostaynie przyśpieszony ku A pochodzący od ciężkości. Tamtym samym przechodziłby mieyscé 2AC, w czasie c, tym zaś przeszedłby mieyscé AC, w tymże czasie. Zaczém odiąwszy mieyscé iedno od drugiégo, wypada, że punkt w saméy rzeczy przebiéga mieyscé AC, w czasie c i przeto wznosi się aż do C. (Xię. I. Rozd. I. §. 3.) A że w tym przeciągu czasu c, punkt w biegu iednostaynie przyśpieszonym nabywa prędkości p, zaczém punkt na końcu czasu c, ma iedén bieg z prędkością p na dół, drugi zaś piérwszému równy w przeciwną stronę, to iest w górę. Zaczém w owéy chwili, o któréy czas c kończy się, bieg składany zupełnie ustaie, to iest, punkt w górę iśdź przestaie, że zaś ciężkość ustawicznie na ów punkt działanié swoié wywiéra, więc punkt wraca się, i w tymże czasie c znowu spada aż na A, w którym do wysokości do któréy prędkość iego początkowa należała, był wyniesiony.

prędkość początkowá, to iest taka, któréyby téa punkt nabył na końcu, gdyby spadał z teyże saméy wysokości.

Fig. 9.

§. X.

Jeżeli punkt ciężki, prędkością początkową do wysokości AO należącą od A ustępuie na C, tedy na którémkolwiek mieyscu n. p. na D ma prędkość k, która należy do wyso-

Wstępowanié punktu ciężkiégo na płaszczyznie

sokości ID, i ténże punkt ustępuie przez DC, w takowym czasie d, w jakim potém z C spadaiąc powracá na D. Gdyby bowiém prędkość iego większá byłá na D. n. p. należącá do wysokości DM, punkt wstąpiłby aż na N, w tym czasie w którym z N spadłby na D. A że wstępuie tylko do C, a nie wyżéy, zaczém prędkość iego nie iest większá od prędkości K. Tymże samym sposobém okazuie się, że nié może téż bydź mnieyszá. A ogólnie mówiąc łatwo wyrozumieć możná, że bieg punktu wstępuiącégo, iest iednostaynie przyśpieszonym; ponieważ bowiém składá się ze dwóch biegów przeciwnych, więc ilé wstępuiąc, z biegu początkowégo pomału ubywá, tyléż w drugim biegu od ciężkości pochodzącym przybywá. Tén zaś drugi iest iednostaynie przyśpieszonym, to iest: w równych przeciągach czasu ustawicznie się pomnáżá równémi częściami; zaczém punkt wstępuiący w równych czasu przeciągach, równé biegu swégo części ustawicznie traci, a zatém iednostaynie się spóźniá (Xię. I. Rozd. VI. §. IV.)

pochyłéy zawsze iednostaynie się opóźniá.

§. XI.

Ze wszystkiégo, co o spádaniu ciáł ciężkich powiedzieliśmy, iasno poznać, że tu iuż większą iuż mnieyszą siłą na dół pędzoné bywaią, podług rożnicy płaszczyzn pochyłości. Gdyż ciało, cała siłą ciężkości spádá, gdy nié ma przeszkody, lecz ta ciężkość część tylko siły swoiéy wy-

Siła iednostayná.

wywiérá na té ciała, któré po płaszczyznach pochyłych spádaią, bo druga część siły ginie dla odporu płaszczyzny niewzruszénie stoiącéy. Każdy zaś widzi, że ieżeli dwie przyczyny tak działaią, iż bez przestanku w równym czasie równé biegi sprawuią, że mówię wtedy równémi siłami działaią. Zaczém, gdy bieg ciał prosto z góry na dół iako i przez płaszczyzny pochyłé spádaiących iest iednostaynie przyśpieszony, tak dalece, że ciężkość w tych ciałach ustawicznie sprawuie równé biegi, w równych czasu przeciągach, idzie zatém że taż ciężkość na rzeczoné ciała iednakową siłę wywiérá. Że zaś biegi sprawioné, a stąd i siła od któréy pochodzą, iednakiż zawsze maią kierunek, następuie stąd, iż ciężkość pędzi *siłą iednostayną*, tak ciała samowolnie spádaiącé, iako też i té, któré spádaią po płaszczyznach pochyłych. Gdyż wszelka siła, któréy się ani wielkość, ani kierunek nie odmiénia, nazywá się *iednostayną*. A stąd się okazuie, że każda siła, która przez nieiaki czas, bez żadnéy odmiany stale iest równá i sobie podobná, przez tenże czas iednostayną była.

§. XII.

Jeżeli dwa biegi iednostaynie przyśpieszoné i równé B i b pochodzą w tymże czasie c od sił iednostaynych S, i s; tedy té siły

Siły iednostayne są w stósun-

w prostym biegów sprawionych, a w odwrótnym czasów, w których te biegi są sprawioné.

siły S, i s, są równé. Daymy bowiém że bieg trzeci m, wyrównywaiacy summie B + b, w tymże czasie c, od siły iednostaynéy Ż pochodzi, będzie więc Ż = S+s=2s, iako też m = B + b = 2b, to iest, bieg siły dwa razy większéy, dwa razy iest większy. Podobnymże sposobém bieg troisty w tymże czasie C pochodzi od siły iednostaynéy w tróynasób większéy; we czworo większy od czworakiéy i t. d; słowém siły iednostayné ogólné są w stósunku biegów, które od tych sił w tymże czasie pochodzą. Zaczém ieżeli biegi B i D iakolwiek nierówné, w jednakowym czasie C od sił iednostaynych S i s pochodzą, będzie S: s = D: B. Lecz przypuściwszy, że taż sama siła s, sprawuie bieg d, w czasie c, ponieważ ten iest iednostaynie przyśpieszony będzie d: B=c: C (Xię. I. Rozd. III. §. 9. 10.) Zatém $B = \frac{dC}{c}$, więc $S : s = D : \frac{dC}{c} = \frac{D}{C} : \frac{d}{c}$, to iest: siły iednostayne ogólné są w stósunku prostym biegów przez nie wzruszonych, a w stósunku odwrótnym czasów, w których wzmiankowané biegi od owych sił pochodzą.

§ XIII.

Różnica między siłą (vis)

Siła zatém w tymże samym stósunku powiększa się lub zmnieysza co i prędkość. Jako bowiém w biegu iednostaynym,

nym, w którym iednakowá iest zawsze prędkość, taż prędkość bierze się w stósunku prostym mieysca a w odwrotnym czasu, tak i siła iednostayná i nieodmienna, iest w prostym stósunku wzniecónégó biegu a w odwrotnym czasu. Jako zaś nieprędkość przebiégá przeciąg mieysca, ale ciała bieg maiącé, przebiégaią ténże przeciąg prędkością swoią, tak téż nie dobrzebyśmy mówili, że sama siła, którá iest nieiaką własnością tylko przyczyny działaniá, sprawuie bieg, ale sama przyczyna działaiącá i przytomná siłą swoią bieg czyni; wszelká zaś rzecz, którá swoię siłę wywierá na inné, od Mechaników nazywá się władzą, (potentia.)

a władzą (potentia.)

§ XIV.

Jeżeli tedy całą siłę ciężkości, która iakikolwiek punkt w ciałach na dół pędzi, nazwiémy g i oznaczémy ią przez liniią DE, będzie GD = g. Wst. A siłą, z którą ciężkość pędzi iakikolwiek na dół punkt ciała na płaszczyznie pochyłéy AK położonego. DE iest bieg samowolnego spádaniá w czasie c, a DG iest bieg iednostaynie przyśpieszony w tymże czasie na płaszczyznie pochyłéy (§ 2) Toż gdy siły iednostayné są iak biegi w tymże czasie wszczęté, iawná iest rzecz, że i całá siła ciężkóści, do téy części która sprawuie

Skład i rozkład sił.

Fig. 7.

wuie spádanié przez AK iest w tymże stósunku DE: DG. Stąd łatwo też poiąć, co iest sił skład i rozkład (virium compositio & resolutio.) Bo siły DG i DF czynią siłę złożoną DE: ta zaś rozdziéla się na dwie poiedyńcze siły DG i DF; słowém skład sił iednostaynych nie co innégo iest, iak łączenie się biegów prostodrożnych i iednostaynie przyśpieszonych, któré od tychże sił w tymże czasie pochodzą. Gdyby zaś dwóch ludzi ciągnęło iaki ciężar równémi siłami, ale w strony wcale przeciwné, tén ciężar nié mógłby mieć biegu, i w tym przypádku, i we wszelkim innym, w którym dwie siły równé a zupełnie sobie w kierowności przeciwné pędziły go, byłby *w równowáżności*, iako mówiémy.

§ XV.

Jak za pomocą płaszczyzn pochyłych dochodzimy właśności biegu ciał samowolnie spádaiących.

Zostaie ieszcze nám coś powiedzieć o sposobie, którym przez doświadczénia dochodzimy biegu ciał spádaiących po płaszczyznach pochyłych. Gdyż takowé doświadczénia nawet ku poznaniu samowolnégo spádania ciał bardzo wielé pomágaią; ponieważ bieg DG zawsze iest podobny biegowi DE, tak dalece, że wątpić nié można, iż i w samowolném spádaniu iest iednostayné przyśpieszénié, gdy iuż wiadomo z doświadczénia, że bieg spádania po płaszczyznach pochyłych iest iednostaynie przyśpieszony.

Fig. 7.

Chcąc

Chcąc poznać przez doświádczénia bieg ciał na płaszczyznach pochyłych, trzeba obrać ciało gładkié, i bardzo ruchomé, także i pochyłą tablicę gładką, żeby się tarcié zmnieyszyło ile bydź może. Bo nie tylko znaczné tarcié nie powinno bydź, ilé nawet i opór od powietrza, ieżeli bieg spádániá ciáł po táblicach nachylonych dokładnie poznać żądámy. Opór zaś powietrza znacznie się zmnieyszá, gdyż bierzémy kulę kruszcową znacznie ciężką względém powietrza, któráby pomału spádała. (Wstę. Roz. X. § 22. 23. 24. 25.) Że tedy zmnieyszaiąc wysokość płaszczyzny pochyłéy, spádanié może się stać bardzo powolné, iasno zrozumiéwámy, iż takowe płaszczyzny są bardzo zdatné do poznania iaká iest włásność biegu ciáł spádaiących.

§ XVI.

Daleko łatwiéy za pomocą płaszczyzn, n. p. táblic nachylonych i z daleko większą dokładnością, niż przez wolné spádanié ciáł włásność tego biegu postrzeżoná bydź może. Ponieważ bardzo dokładnie podzielić można drogę na táblicy, po któréy kula spádá, i naznaczyć chwilę czasu, w których kula do podziałów dochodzi; gdy zaś przeciwnie ciało samowolnie spádaiąc podziały na swéy drodze, która iest liniią pionową, poczynioné, przemiiá w nieiakiéy odległości,

Bieg spádaniá náylepiéy bydź może poznany za pomocą płaszczyzn pochyłych.

ści, a postrzegacz nie będąc ich blizkim, ale albo z góry, albo z dołu na nié patrząc, nigdy ani wysokości, ani czasów, w których też wysokości przebiégané bywaią, ze wszelką dokładnością dopilnować nié może. Ta trudność w dostrzeganiu, gdy ciała samowolnie pionowo spádaią, tém się większą staie, iż ciało samowolnie spádaiąc z wielką prędkością leci, i z daleko większą, niżby spádało przez płaszczyznę miernie pochyłą. Nad to táblica, na któréy ráz są położoné podziały, może bydź nachyloná iuż więcéy, iuż mniéy, a zatém doświádczénié niezliczonémi, a oráz różnémi sposobami bardzo łatwo powtárzać możná.

§ XVII.

Doświádczénié Galileusza.

Galileusz, iak iuż wyżéy powiedzieliśmy piérwszy ze wszystkich Filozofow, bieg spádaniá za pomocą płaszczyzn pochyłych zważáł i niektóré prawidła, podług których takowy bieg dzieie się, odkrył. W doświádczéniach swych użył nieiakiey Machiny, czyli silni z drzewa, długiéy prawie na 12 łokci, a tylko prawie na iedén cal szerokiéy, wydrążonéy, tak, że kula w niéy iak w rynnie spádała. Ta rynna gładkim pargaminém była wyłożoná, a kula gładká mosiężná w niéy spádała. Podnosił zaś Galileusz rzeczoną rynnę pod różnémi kątami nad płaszczy-

zną

zną położoną, ale zawsze miernie tylko, i tym sposobém znalazł mało sto razy, że w spádaniu mieysca przebieżoné od początku, są w stósunku dokładnym kwadratów z czasu. Zaczém pewna iest rzecz i nie zawodna, że wszystkie ciała dla ciężkości maia bieg iednostaynie przyśpieszony i że w nich ustawicznie przybywá biegu iednakowo w różnych czasu przeciągach.

ROZDZIÁŁ II.

o dzwigni (vectis.)

§ I.

Jeżeli dwa ciała razém samowolnie spádaią w próżni (vacuum) tedy każdá cząstka w obydwóch tych ciałach, w teyże samey czasu chwili zawsze má iednakową prędkość, (Xię. I. Rozd. V. § 1.) Zaczém w obydwóch są biegi postępné, a tém samém w stósunku złożonym z miąższości i prędkości (Xię. I. Rozd. II. § 8.) Lecz że po upłynieniu iakiegokolwiek czasu taż sama w nich trwá prędkość, wypádá stąd, że w tymże czasie, tak się maią te prędkości biegu ciáł, iak ich miąższości; że tedy ciężkość ustawicznie działa siłą iednostayną; będą téż siły, które wywiérá ciężkość na oba té ciała, iak biegi w tymże cza-

Co iest ciężar?

czasie w obu ciałach sprawioné, (Roz. I. § XII.) a zatém w stósunku miaższości. Cała siła, którą ciężkość wywiérá bez przestanku na iakié ciało, nazywá się *ciężarem* (pondus,) z czego się pokazuie, iż ciężary ciáł iakichkolwiek są w stósunku ich miąższości. Przeto i samo ciało, ieżeli w niém więcéy nié zwáżámy, iak samę siłę, którą dlá ciężkości ustawicznie ná dół pędzoné bywá, ciężarém nazywámy, tak dalece, że w *Mechanice*, czyli w nauce o biegu, słowa ciężar i miąższość często toż samo znaczą.

§ II.

O gęstości ciała z cię-żaru sądzić możémy.

Ponieważ ciężary ciáł iakichkolwiek zawsze są w stósunku miaższości, idzie stąd, że gdy z dwoch ciáł iednakową obiętość maiących iedno iest cięższé od drugiégo, to téż większą má miąższość, a tém samém i gęstsze iest w sobie, ieżeli oba ciała są iednorodné. (Wstę. Roz. XV. § 17.) Gdyż takich ciáł gęstości tak się mieć będą, iak ich ciężkości, czyli iak ciężary gatunkowé; z czego się pokazuie, że złoto, któré ze wszystkich ciáł nám znaiomych, má gatunkową ciężkość náywiększą (Wstę. Roz. VII. § 28.) iest téż oraz náygęstszé. W tén sposób z ciężaru ciáł o ich gęstości należycie sądzić możná. Ale trzeba pamiętać na to, że ważąc nié możémy zna-

léźć

leźć prawdziwégo ciężaru w żádném ciele, gdyż ważémy zawsze w powietrzu, a każdé ciało nieiaką część swégo ciężaru traci dla oporu powietrza (Wstę. Roz. IX. § XVIII.) Tak n. p. kupa piérza w dużym worze nie cisniącégo mniéy waży niż w mnieyszy worek wysypanégo i zbitégo: bo w piérwszym razie więcéy ma oporu od powietrza niż w drugim (*).

§ III.

Równoważność dzwigni prostéy która ma ramiona równé.

Fig. 10.

Daymy że iakié ciało tęgié żadnéy nié ma ciężkości, tak iest przybité n. p. goździém do innégo ciała mocnégo i nie poruszénie stoiącégo, iżby koło goździa C mogło się obracać; poprowadziwszy przez C liniią AB, którą także za tęgą i nié maiącą ciężkości brać należy, i któraby około pewnégo punktu nieruchomégo C obracała się. Taką liniią Matematycy nazywaią Dzwignią, a ieszcze prostą, ieśli iest prosta. Toż ieżeli z punktów A i B dzwigni prostéy poziomy AB, któréy części AC i BC są równé, i przez punkt C oddzieloné, które się ramionami zowią, zawiesimy ciężary równé P i P, każdy łatwo widzi, że ta dzwignia cale nie poruszona stać, i w równoważności bydź musi. Że bowiém nié może się obracać tylko około punktu C, gdy-

(*) Nim Nauczyciel przystąpi do ścisłégo dowodzénia równowážności dzwigni w różnych przypádkach, niecháy piérwéy przytoczy Uczniom doświádczénié pod § VII. wyrażoné.

gdyby się poruszyła, iedno ramie iéy ciężarém swoim opadałoby, a drugié tyléżby się zaraz wznosiło. Lecz żadnéy nié ma przyczyny, dla któréyby iedno ramie szło raczéy w górę niż drugié i zupełnie iednakowym sposobém; zaczém téż każdé z nich własnym ciężarém tylé dąży na dół, ile się na wzaiém pędzą w górę; z czém oba ramiona są w równoważności. (Roz. I. § 14.)

§ IV.

Równoważność dzwigni któréy iedno ramie iest do drugiégo iak 2 do 1.

Góźdź wbity w punkcie C sam utrzymuie ciężary równé P i P czyli summę tych ciężarów 2P, na dzwigni w równoważności będącéy. Niechby więc tén punkt C ciągniony był w górę siłą iaka zewnętrzną równą ciężarowi całkowitému 2P; oczywista iest rzecz że w tym razie choćby góźdź był wyięty z punktu C, wszelako dzwignia zostałaby w równoważności, bo ią na dół ciągnie ciężar 2P, a w górę ciągnie ią siła = 2P. Odiąwszy teráz ciężar P wiszący z punktu B, a w punkt B wbiwszy góźdź, zostanie w tym razie dzwignia w równowaźności, bo punkt B, równie teráz w żadną stronę ruszyć się nié może, iak się ruszyć nié mógł, gdy ciężar P zawieszony na B, utrzymywał w rownowaźności z ciężarém równym P zawieszonym na A. Pociągniymy daléy liniią AB, (którá nam dzwignią prostą, wysta-

stawuie,) aż do F, tak aby BF była= CB, a BF wystawiać nam także będzie dzwignia prostą z równémi ramionami CB, i BF; bo punkt B bierze się tu za niewzruszony; a zatém zawiesiwszy z punktu C ciężar 2P, i z punktu F drugi takowy ciężar 2P, będzie dzwignia CF w równoważności, gdy ciężar P zdeymiemy z punktu A. Powróćmy znowu tén ciężar P na swoie mieysce, a odeymiymy z C ciężar 2P. Ponieważ w dzwigni AB gdy punkt B był brany za niewzruszony, siła 2P (równa ciężarowi 2P:) w przeciwną stronę ciągnąca ciężar P, z punktu A zawieszony utrzymywała tén ciężar P w równoważności, więc i w dzwigni AF gdzie punkt B iest także niewzruszony ciężar P z punktu A zawieszony będzie w równoważności z ciężarém 2 P zawieszonym z punktu F, a równym sile owéy 2P, która w punkcie C utrzymywała w równoważności ténże ciężar P zawieszony na A; a zatém góźdź B (§ 5.) utrzymuie ciężar P + 2P = 3P; odiąwszy więc góźdź z punktu B, trzebaby ażeby tén punkt B ciągnęła w górę siła = 3P, aby dzwignia AF zachowana wszelako była w równoważności. Przeciągniymy AF aż do G, tak aby była FG=BF, i przenieśmy punkt niewzruszony z B na F. Ponieważ w tym razie siła 3P tak ciągnie w górę punkt B, że dzwignią AF

z któ-

z którey punktu A zawieszony iest ciężar P, utrzymuie w równowaźności, tak iak siła 2P ciągnąca w górę punkt C, utrzymywała w równowaźności tenże ciężar P zawieszony z punktu A, a siła 3P = iest ciężarowi 3P; więc odiawszy tę siłę 3P z punktu B, a zawiesiwszy ciężar 3P z punktu G, będzie dzwignia AG, maiąca punkt niewzruszony F także w równowaźności; a gdyby z punktu F wyięty był góźdź, a na to mieyscé dana siła = 4 P, którąby ten punkt F ciągnęła w górę, i ta także siła utrzymywałaby dzwignią AG w równowaźności, ciężar P zawieszony na A, i ciężar 3P zawieszony na G, a ze wszystkiém utrzymywałaby ciężar P, + 3P = 4P, a ramiona AF i FG téy dzwigni będą iak 3 : 1. tym sposobém i daléy postąpić możemy przedłużaiąc co raz bardziéy dzwignią i przekładaiąc iéy punkt niewzruszony. Co gdy czynimy, iasna iest rzecz, że nie tylko iedno ramié ku A w jakimkolwiek stósunku danym liczby całéy do iedności można dłuższé dadź od drugiégo, ale téż i ciężary z obu końców dzwigni zawieszoné są w tymże stósunku na odwrót, gdy dzwignia pozioma iest w równowaźności. Ogólnie tedy każda dzwignia prosta PR, którey punkt nie ruchomy iest Q, w równowaźności zostaie, ieżeli ciężar P na punkcie P zawie-

wieszony, iest do ciężaru 'p zawieszonégo na punkcie R, iak QR: QP, iakiżkolwiek będzie tén stósunek.

§. V.

Dotąd uważaliśmy, że nieruchomy punkt dzwigni przypadał między mieyscami, na których ciężary wisiały, i takowá to dzwignia nazywá się *dwuramienna* (vectis heterodromus). Gdy zaś na samym końcu dzwigni iest punkt nie ruchomy, a oba ciężary po iednéy stronie wiszą, taką dzwignią *iednoramiénną* (Vectis homodromus) nazywamy. Co się tycze równoważności w takiéy dzwigni niech będzie punkt nie ruchomy Q dzwigni dwuramiennéy PR, i na P zawieszony ciężar P, na R zaś ciężar p; a gdy dzwignia stoi w równowáżności, znaydziémy P: p = QR: PQ, (§. V.) i punkt Q na dół będzie ciągniony ciężarém P + p, czyli Summą ciężarów. Zaczém przyprawiwszy drót na Q, któryby prosto szedł w górę na T, i tam go około goździa wbitégo okręciwszy, ieżeli z drugiégo końca tegoż drótu zawiesimy ciężar, któryby był = P + p, punkt Q tymże ciężarém P + p, w górę iest ciągniony a prosto zostanie w równowáżności nawet goźdź wyiąwszy z punktu Q. (Rozd. I. §. 14.) W takowym zaś razie można przybić goździém punkt P, i ciężar z P zdiąć. Tym się sposobém robi dzwignia iednoramiénna na któréy ciężary

Dzwignia iednoramiénná i dwuramiénná.

Fig. 11. i Fig. 12.

żary P i P + p, zawsze w przeciwné strony działać powinny, żeby dzwignia zostawała w równowáżności. A że ciężar P+p, iest do ciężaru p, na R, iak PR: PQ. gdyż było P: p = QR: PQ. zaczém i P + p: p. = QR + PQ: PQ = PR: PQ. zaczém w obu gatunkach dzwigni prostéy, gdy iest równowáżność, ciężary są w stósunku odwrótnym odległości od punktu nieruchomégo.

§. VI.

Doświádczéniá przez któré potwiérdzá się nauka o dzwigni prostéy.

Fig. 13.

Tén stósunek między ciężarami i przez doświádczénié się potwiérdzá. Pręcik n. p. AG. należycie tęgi wszędzie iednakowo gruby i széroki, podzielony na 6. n. p. równych części, w punktach B, C, D, E, F, a z punktu szrzedniégo D, zawieszony, gdy iest w równowáżności, równé mieć będzie ciężary na końcach swoich n. p. 1. łut na A i iedén łut na G. Ale ieżeli ten pręcik z punktu C zawieszony, a między A i G ciężar nań się włoży, tedy chcąc, iżby około punktu C, był w równowáżności, położymy na A ciężar 2 łutów, a na G, ciężar iednégo łuta. Podobnymże sposobém, ieżeli tén pręcik z B zawiesimy, tedy pięć łutów położoné na A równą wagę trzymać będą z jednym łótém zawieszonym z G. i t. d. Dla ciężkości bowiém własnéy część pręcika dłuższa zniża się, choć ciężar na niéy nie wisi, ani iéy nie ciśnie, a przeto, żeby nie szła na dół, trzeba

ba zawiesić ciężar na krótszém ramiéniu. Z téy przyczyny na początku nauki o dzwigni (§. 3.) przypuściliśmy że w nim żadnéy nié ma ciężkości.

§. VII.

Ogólnê pod nié o równości dzwigni prostéy.

Wreszcie to, czegośmy względém ciężarów dowiedli, do innych sił łatwo się stósuie; gdyż można ciagnąć, albo cisnąć ciała nie tylko ciężarami, ale i innémi siłami n. p. siłą ludzką, końską, rzeki, wiatru i t. d. Nad to każdé ciało nie tylko podług kierunku pionowégo iakim ciężarém ciągnioné bydź może, ale i podług innégo iakiégokolwiek, ieżeli sznurek, na którym wisi ciężar, utrzymuie się na blochu albo na dzwigni. Łatwo też zrozumieć, że co się tycze równoważności, ta się zachowuie, czyli to człowiek czyli woda, bądź ciężar, bądź inna iakákolwiek władza pociągá albo ciśnie iakié ciało, byleby tylko to w każdym razie działo się siłą równą, nie odmiéniaiąc kierunku. Ogólnie tedy mówić można, że dzwignia prostá iest w równoważności, gdy dwa iéy biegi podług kierunków do dzwigni prostopadłych ciągnioné bywaią, takiémi siłami, któréby były w stósunku odwrótnym odległości rzeczonych punktów od punktu nie ruchomégo.

§. VIII.

Równowáżność koła

Jeżeli na obwodzie kręgu albo koła, któré się obrácá około swégo srzodka, ciągnié-

gniémy iakie dwa punkta n; p. A i D podług kierunku stycznych AB, DE, w strony przeciwné równémi siłami, krąg w równowáżności zostaie. W obrocie albowiém kręgu każdy z osobna punkt, równą prędkością się unosi, i ma kierunek podług stycznéy. (Xię. I Rozd. VI. §. 2.) Jeżeli tedy iaki bieg zaczyná się na punkcie D ku E, na ów czas równy też bieg wzniécá się na A ku F, to iest: ieżeli punkt D pewná siła ciągnie ku E, tedy i punkt A razém równá siła pędzi ku F. Lecz punkt A nié może się poruszyć, gdy go siły równé ciągną razém ku F i ku B, zaczém też nié może się obrácać, ieżeli A pewná siła ciągnie ku B, a razém i punkt D równie ciągniony iest ku E; zaczém w takowym razie cały krąg iest w rownowáżności.

albo kręgu Fig. 14.

§. IX.

Dzwignia nie zawsze iest prostá ale czasém *krzywá* (vectis curvus) czasém *kątowa* (angularis) to iest z wielu prostych w kąty ułożoná. Ale bądź tén má kształt, bądź inny, bądź iest dwuramiénná, bądź iednoramiénná, ieżeli punkt nieruchomy iest na C, a inné dwa iéy punkta A i D ciągnioné są podług kierunków AB, DE, któréby były na płaszczyznie D A C, i do linii CA, CD prostopadłé, od sił zaś S, s któreby miały stósunek odwrótny z temiż liniiami, dzwignia będzie w równowáżności.

Równowáżność dzwigni kątowéy i krzywéy.

Fig. 15. i Fig. 16.

Za-

Zatoczmy albowiém ze srzodka C promiéniami CD, CA, na płaszczyznie DAC dwa koła, i poprowadźmy na téyże płaszczyznie przez punkt C w jakikolwiek sposób liniią prostą FC, któraby przecinała większé koło na F, mnieysze na G, do któréy GI, i FH niech będą prostopadłémi. Tym sposobém będziemy mieli dwa kręgi, na iednéyże płaszczyznie, i co do większégo kręgu toż samo nastąpi, czy będzie ciągniony na F podług kierunku F H, czyli téż iednakową siłą s na D, podług kierunku DE, a co się tycze mnieyszego kręgu, bądź go siła S pociągnie na G, kierownością GI, bądź na A kierownością AB ténże sam skutek będzie (§. 9.) A że gdy punkta G i F ciągnioné są od sił S i s, wtedy iest równoważność byleby było S: s = CF: CG. (§. 8.) Więc położywszy punkt D zamiast F, i A zamiast G, kręgi w równowàżności będą, czyli siły S i s na punktach A i D są w stosunku CF: CG albo CD: CA.

§. X.

Náymnieyszá siła iest dostateczná gdy prostopadle na dzwignią działa.

Jeżeli punkt dzwigni D nie iest ciagniony kierunkiem DE, do linii CD prostopadłym, ale kierunkiém innym iakim n. p. DM, tedy poprowadziwszy z któregokolwiek punktu linii DM, ME do DE, liniią MN do CD, i liniią CL do DM prostopadła, będzie tróykąt MDE podobny tróykatowi DCL. Nad to ieżeli DM wyraża siłę F, która

F

która ciągnie punkt D kierowaniem DM, tę siłę można rozdzielić na dwie inne DN i DE. (Rozd. I. §. 14.) Piérwszá z tych sił ciśnie punkt D na przeciwko punktowi C; który będąc nieruchomym odpiérá, tak dalece, że ta część siły całkowitéy punktu D zgoła poruszyć nie może, choć innéy nié ma w dzwigni, któraby punktowi D do biegu przeszkádzała. Zaczém drugá część siły, samą dzwignią poruszać mogąca, musi bydź równá sile s, ieżeli dzwigni równoważnéy punkt A ciągniony iest do B, siłą S. Zaczém iest F: s = DM: DE = CD: CL. A że się ma s: S = CA: CD. (§. 10.) więc F: S = CA: CL. Stąd iawnie pokazuie się, że wtedy náymnieyszą siłą na punkcie D, utrzymać można równowáżność siły S na punkcie A, gdy się wywiérá siła na punkcie D podług kierunku DE prostopadłégo do CD. Zawsze albowiém iest DM > DE, a zatém ieżeli iest iakikolwiek kierunek inny oprócz DE, trzeba większéy siły do sprawiénia równowáżności.

§. XI.

W dzwigni wszelkiégo gatunku będącéy

Czegośmy dowiedli względém punktu D, toż samo má mieyscé i względém punktu A, ieżeli go ciągniémy innym kierunkiém AO, a nie kierunkiém AB. W takowym razie przedłużywszy ieżeli tego potrzeba, liniią AO, i poprowadziwszy do

niéy

niéy prostopadłą CP, ieżeli siła f, na AO, tęż samę równoważność sprawuie, którą przedtém siła S, na AB, będzie f: S= CA: CP, a zatém f: F = CL: CP, gdyż iest S: F= CL: CA. (§. 2.) Ogólnie tedy w każdym razie i we wszelkim gatunku dzwigni, takié siły równoważność sprawuią, które są w stósunku odwrótnym liniy z punktu nieruchomégo prostopadle wiedzionych do kierowań tychże sił, tak dalece, że rozmnożywszy obiedwie siły przez linije do nich należącé, to iest F, przez CL a f, przez CP mnogości, któré się *wagami sił* (momentum virium) nazywaią, z obu stron wypadną równé, to iest F. CL = f. CP; gdy dzwignia iest w równoważności.

w równoważności wági sił (momenta virium) powinny bydź równé.

§. XII.

Stąd wyrozumiéwamy że dzwignia prostá ciężarami obładowana, ieżeli się równo waży będąc poziomą, zostanie też w równowaźności będąc pochyloną, gdy ią siła zewnętrzná obrácá około punktu nieruchomégo bez żadnéy odmiany w ciężarach. (*) Niech albowiém będzie dzwi-

Dzwignia prosta ciężarami obładowana, ieżeli się równoważy poziomá, tedy i pochylona także się równoważy.

 gnia

(*) Ta práwda zdaie się na pozór sprzeciwiać doświádczéniu, gdyż szalki pochyloné, nigdy nie stoią w równowáżności, ale albo do piérwszégo położéniá powrácaią, albo iednym końcém

gnia prosto poziomą AB. w równoważności, obrócona zaś około nieruchomégo punktu C niech przyydzie na DE. Że srzodka C zatoczmy łuki AD, BE, a spuściwszy pionowé DF, GE, linie CF, CG będą prostopadłé do kierunków tych sił, któré cisną albo ciągną punkta D i E. Że tróykąty CFD, CEG, są podobné, przeto CF: CG = CD: CE = CA: CB. Jeżeli więc ciężar na B, nazwiémy p, ciężar zas na A, nazwiémy P, a te ciężary na dzwigni AB, są w równowadze, to iest, p. CB = P. CA, czyli p: P = CA: CB, będzie p: P = CF: CG, skąd wypada p. CG = P. CF, to iest, wagi ciężarów są równé w każdém położéniu dzwigni, z czego się pokaznie, że ta dzwignia we wszelkiém położéniu zostaie równoważną (§. 13.). Punkt C, utrzymuie tylko ciężar P + p i tymże ciężarém na doł iest ciśniony.

§. 14.

---

cém w górę, drugim na dół stawaią. Dzieie się to z takowéy przyczyny, iż w szalkach srzodek ciężkości nie przypádá, pospolicie w punkcie ich zawieszéniá, ale albo wyżey albo niżéy tegoż punktu, gdyby zaś szalki tak sporządzoné były, iż by punkt zawieszéniá przez srzodek ciężkości przechodził (czego dokazać możná) w tén czas ciężarami równémi z obu stron, tak poziomé iako téż iakokolwiek pochylone (bez odmiany iednak ciężarów) zawsze zostawałyby w równowáżności. Tak właśnie, iak ciała twardé równą ciężkość z wodą maiącé w téy głębokości zostaią, do któréy ie zanurzámy.

§. XIII.

Używanié dzwigni iest powszechné, ieżeli n. p. w dzwigni AB. iest iedno ramié AC do drugiégo CB w stósunku 1: 15 a na punkcie A ciężar od 150 funtów, na punkcie B, dosyć iest położyć tylko 10 funtów żeby dzwignia stanéła w zupełnéy równoważności. Cisnąc tedy nie co mocniéy na punkcie B. n. p. 11 funtami, to iest równą siłą téy, którą możémy podniéść 11 funtów, w ręku, cały ciężar od 150 funtów na A podniesiémy. Piętnaście razy wprawdzie prędzéy biédz musi punkt B, niż ciężar idzie w górę gdyż tak BE, i AD razém przebiégané bywaią, a są do siebie iak CB : CA, iak 15: 1; iednakowoż iest bardzo wygodnie że małą siłą od 11. funtów, można podniéść za pomocą dzwigni ciężar, któryby ręką nie mógł bydź podniesiony bez dzwigni, chyba używszy siły daleko większéy od 150 funtów. Przydatność dzwigni. Fig. 17.

§. XIV.

Widzieć się daią skutki dzwigni nie tylko u Rzemieślników ale i w pospolitém użyciu nawet natury dziéłach. Gdy trzeba podniéść kamiéń, przyciężki, grubą drzewa kłodę, albo inné tym podobné ciało, podsuwamy pod nié drąg mocny, który na kamiéniu albo na innén iakiém ciele tęgiém, nie daleko od ciężaru położoném opiéramy, żebyśmy mieli pewny punkt Podkładka.

nie

nieruchomy, a potém drugi iego koniec ciśniémy na dół dla dźwigniénia ciężaru. To ciało na którém się dźwignia wspiéra nazywamy *podkładką* (hypomochlion) a ciało, które dźwignią podnosimy albo poruszamy, ciężarém (onus).

§. XV.

Różné dźwigni używanié. Mularze, Cieśle, Młynarze i inni rzemieślnicy używaią drążka żelaznégo wałkowatégo, który z iednégo końca iest nieco zakrzywiony. To narzędzié ABC,

Fig. 18. pod ciężar D podłożywszy, i punktém zakrzywiénia B na podkładce oparłszy, ciężar D, mierną siłą na C będącą podnosić mogą; gdyż ramié BC daleko dłuższé iest od ramiénia AB. Rzemieślnicy czasém używaią rzeczonégo narzędzia w tén sposob, że koniec iego A wpiéraią w ziémię, a zakrzywiéniém podnoszą ciężar. W tym razie wystawuią nám przed oczy dźwignią iednoramiénną, któréy punkt C trzeba podnosić, ieśli chcémy ciężar podźwignąć. W obu przypadkach tén iednakową siłą ciężar łatwiéy podnosić,

Fig. 19. który kierunkiém prostopadłym CF, dźwignią w górę lub na dół, niżeli tén, który podnosi ciężar kierunkiém ukośnym (§. 11.). Taczki nawet pospolité własność dźwigni maią; gdyż srzedni punkt C

Fig. 20. w ich kółku iest niby punktém nieruchomym, bo się zniżyć nié może, na A ciężar P ciśnie, a przy B siła w górę podnosi.

Im

Im tedy dłuższa iest rękoieść CB od części swéy CA, tém łatwiéy iest ciężar podnosić. Podobnież i mosty zwodzoné przy bramach miást, klészcze, nożyce, młótki i noże, ponieważ maią pewny punkt nieruchomy, około któréqo się obracaią, są niby dzwigniami. Samé kości w zwiérzętach, przez muszkuły ruszané, są wyobrażéniém dzwigni, czego nas Anatomia dokładniéy naucza.

§. XVI.

Jak mocná powinná bydź podkładka.

Podkładka dzwigni dwuramiénnéy wytrzymuie razém ciśniénié siły i ciężaru, to iest summy z siły i ciężaru, zaś dzwigni iednoramiénnéy wytrzymuie tylko ciśniénié różnicy między siłą i ciężarem. Stąd można dochodzić iak mocná podkładka w każdym z tych razie bydź powinná, ile ciężąru na drągach utrzymywanégo przypadnie na każdégo n. p. z dwóch ludzi lub zwiérząt dzwigaiących ciężar. Jeżeli bowiém dwóch ludzi maia nieść ciężar D, na drągu poziomym CB utrzymuiąc iego końce na C i B, łatwo zrozumieć, że ow drąg iest niby dzwignia iednoramiénna, którému niby za podkładkę ieden z dzwigaiących, drugi zaś siłę podnoszący wyrażá. Jeżeli ciężar iest umieszczony pośrzód drąga, siła, która go podnosi, ma bydź połowie ciężaru równá, (§. 8.) a drugą połowę ciężaru utrzymuie podkładka, tak dalece, że w tym razie cały ciężar na obudwóch Fig. 21.

dwóch dzwigaiących równie się rozdziéla. Lecz pomykaiąc ciężar bliżéy ku punktowi B, niż iest ta, którą się równa połowie ciężaru, na punkcie C ubywa ciśniénia; przeciwnie rzecz się ma, gdy ciężar zbliżamy do C. Jeżeli tedy ieden z dzwigaiących iest słabszy od drugiégo, na tén czas zawsze trzeba zbliżyć ciężar ku stronie mocnieyszégo. Tak n. p. gdy iedén na C 100. funtów, drugi na B 50 tylko wygodnie niéść może, a cały ciężar waży 150 funtów, trzeba żeby była odległość CA: AB = 1: 2 w tén czas bowiém będzie CA: CB = 1: 3, a siła na B wynosi $\frac{1}{3}$ D, czyli 50 funtów, siła zaś na C, $\frac{2}{3}$ D, czyli 100 funtów.

§. XVII.

W jaki spo sób niesiony ciężar náymniéy ciśnie.

Człowiek dzwigaiący sztabę żelaza, równie wszędzie grubą i gęstą, lub inny iaki ciężar, gdy go nie ciągnie po ziémi trzeba żeby go tak ułożył na ramię, iżby srzedni punkt na nim się wspiérał; gdy bowiém sztaba równie wszędzie iest grubá i gęstá, łatwo stąd wniéść, że ta sztaba srzodkiém swoim oparta, równoważność zachowa. Więc tén punkt podparłszy człowiek dzwigaiący sztabę wytrzymuie ciśniénié od niéy saméy. Lecz gdy się tén punkt srzedni nie wspiérá na nim, ale część sztaby z tyłu n. p. iest dłuższá niż z przodu, dzwigaiący musi krótszą iéy część ręką

przy-

przyciskać, ażeby z dłuższą była w równéy wadze. Zaczém w takowym razie ramié wytrzymuie powiększoné ciśniénié od owéy siły która ręką przyciska sztabę, i która się łączy z ciężarém saméy sztaby.

ROZDZIÁŁ III.

o środku ciężkości.

§ I.

Śrzodek ciężkości.

Fig: 22.

W ciele twardém iakiegokolwiek kształtu wystawmy sobie w myśli, że tylko dwa punkta fizyczné A i B są ciężkié (Wstęp. Rozd. XV. § 8.) reszta zaś ciała tynaymniéy nie ciężży; w takim razie będzie odległość tych dwóch punktów nieodmiénná dla twardości tegoż ciała w jakimkolwiek iego biegu. Zaczém liniia AB może wyrażać dzwignią prostą, tęgą nié maiącą ciężkości, i na A ciężarém P punktu A, na B zaś ciężarém p punktu B ciśnioną. Jeżeli tedy ieſt AC: CB = p: P tedy podparłszy punkt C, punkta A i B będą się między sobą równoważyły, a to nie tylko gdy liniia ieſt AB pozioma, ale i w jnném iakiémkolwiek iéy położeniu, iakożkolwiek poruszy się ciężar, byleby tylko punkt C był podparty, (Rozd: II. § 13.) który zawsze wytrzymuie ciśniénié równé

wné summie ciężarów $P + p$. Jeżeli więc daléy przypuścimy, że w ciele znayduią się 3 punkta ciężkości A, B i D, i że ciężar punktu D iest b, liniia CD będzie dzwignią obładowaną na C ciężarém $P + p$, a na D ciężarém b. Zróbmy więc $CE : ED = b : P + p$, a będą wszystkie trzy punkta, iakiekolwiek położenie maiąc około punktu E w równoważności, gdy tén punkt E iest podparty. Jeżeli w tén sposób co raz więcéy punktów ciężkich będzie przybywało bez końca można postępować i zawsze znaleźć iaki punkt, ktory podparłszy, wszystkie punkta ciężkié, w każdém położéniu ciała zostaną w równoważności i który przyciską podkładkę ciężarém wszystkich punktów. Zaczém taż sama prawda mieyscé téż mieć będzie, chociaż wszystkié punkta, z których się ciało składa, są ciężkié. Każdé więc ciało twardé ma pewny punkt, który podparszy, całé ciało w jakiémkolwiek położéniu utrzymywać będzie równoważność i który tylé ciśniénia wywiéra na podkładkę, ilé iest ciężaru w całém ciele, i ten to punkt nazywamy *śrzodkiém ciężkości w ciele.* (centrum gravitatis corporis.) A taki śrzodek ciężkości iako widzimy iedén tylko w każdém ciele bydź może, iak na przykład w kuli pół ołowianéy, a pół drewnianéy, śrzo-

dek

dek ciężkości iest w częsci ołowianéy téy kuli, a zatém nie w jéy śrzodku. Przystępuiąc Nauczyciel do wyłożénia Uczniom nauki o śrzodku ciężkości, niech im pokaże różné ciała figury regularnéy i z jednéy materyi, gdzie na oko obaczą, że tam śrzodek figury tych ciał iest oraz śrzodkiém ciężkości, w jnnych zaś nie regularnéy figury lub nie z jednéy materyi ciałach pokaże im śrzodek ciężkości odmiénny od śrzodka figury.

§ II.

Wszystkié ciała nawet ciekłé maią śrzodek ciężkości.

Jakiékolwiek ciało twardé nie tylko pełné i wydrążoné, czyli wewnątrz próżné ma śrzodek ciężkości, który to wprawdzie śrzodek, ieżeli ciało iest pełné, w samém ciele, ieżeli zaś wydrążoné, wewnatrz iego wydrążenia pospolicie przypada. Nad to i w każdém ciele ciekłém musi bydź śrzodek ciężkości, około którégo utrzymowałoby się ciało w równoważności, gdybyśmy ie zamknéli w naczyniu nié maiącém ciężkości. Gdyż ciecza zewsząd zamknięta, tak się w cale ma, iak ciało tęgié; bo odległości między iéy cząstkami zgoła się nie odmiéniaią. Nawet zbiór iakiéy liczby ciał od siebie odległych miałby spólny śrzodek ciężkości, około którégo utrzymywałyby się té ciała w równoważności, coby i na oko pokazać mo-

można gdyby ie liniiami tęgiémi, i cięż-kości nié maiącemi połączono. Ta prawda łatwo się okazuie w ten sposób, którym dowiedliśmy wyżéy, (§ 1.) że w jakimkolwiek układzie punktów cięż-kich, dzwigniami złączonych, zawsze się znayduie śrzodek ciężkości; gdyż każdy takowy punkt można mieć za śrzodek ciężkości iakiégo ciała, a tak spólny śrzodek między punktami będzie śrzodkiém powszechnym ciężkości wielu ciał.

§ III.

Śrzodki ciężkości w kulach i w jnnych ciałach iednorodnych.

Śrzodek iakieykolwiek kuli iednorodnéy iest oraz śrzodkiém iéy ciężkości; gdyż każda liniia prostá, poprowadzoná przez śrzodek kuli w tymże śrzodku dzieli się na dwie części równé, i każdy punkt ciezki z jednéy strony téy linii ma w jednakowéy odległości od śrzodka punkt sobie odpowiadaiący, równégo ciężaru na drugiéy stronie, tak dalece, że summa ciężaru wszystkich punktów z obu stron iest równá. Zaczém każda z osobna z tych liniy trzymá równoważność około śrzodka liniy (Roz. II. § 12.) Zaczém i cała kula, iako mogąca się podzielić na takié liniie fizyczné (Wstęp XV. § 8.) ma śrzodek swéy ciężkości w śrzodku kuli. Ogólnie zaś mówiąc wielé iest ciał takich, któré maią taki śrzodek swoiéy wielkości (centrum magnitudinis) czyli punkt przez

który każdá liniia od iednégo końca do drugiégo przeciągnioná dzieli się na dwie części równé. Tu należy nie tylko kula ale i sześcian, wałek, graniastosłup i t. d. Przeto łatwo wyrozumiéwamy, że w każdém takiém ciele zbiór ciężkości przypádá tam gdzie wielkość ciała má swóy śrzodek, ieżeli ciało iest iednorodné (Wstęp. XV. § 17.) i równie wszędzie pełné.

§ IV.

Śrzodek ciężkości nié odmiéniá się, gdy ciężar każdégo punktu z osobna w iednakowym stósunku pomnáżamy albo zmnieyszámy.

Idzie zatém że w kuli złotéy równie iak i w żelaznéy, drewnianéy, szklanéy i t. d. śrzodek ciężkości má mieyscé w śrzodku kuli, a ogólnie mówiąc w jakimkolwiek układzie punktów ciężkich, śrzodek zupełnie ténże sam zostaie, chociaż każdégo z osobna punktu ciężkość wszędzie iednakowo się powiększá, albo zmnieyszá. Daymy bowiém, że ciężar punktu A iest = P, punktu B = p, punktu D = b, i t. d. Potém zaś na mieyscu A, połóżmy ciężar 2P, na mieyscu B, ciężar 2p, na mieyscu D, ciężar 2b, to iest powiększmy ciężar każdégo z osobna punktu w iednakowym stósunku 1: 2, a iest rzecz oczywistá, że punkt C, który wynayduiémy kładąc AC: CB = p: P, będzie śrzodkiém ciężkości, nawet pomnożywszy ciężary, gdyż p: P = 2p: 2P, a zatém i 2p: 2P = AC: CB.

CB. Podobnymże sposobém, ponieważ iest CE: ED = b: P + p, a zatém iest E śrzodkiém ciężkości ciężarów b, P, p, zatém będzie także E śrzodkiém ciężarów 2b, 2P, 2p, gdyż 2b: 2(P + p) = b: P + p = CE: ED. Że zaś tym sposobém można iśdź daléy bez końca pomnażaiąc coraz bardziéy a bardziéy liczbę punktów ciążkich, ogólnie się pokazuie, że wielekolwiek iest punktów ciężkich, byleby się odległości między niémi nie odmiéniały, śrzodek spólny ciężkości zawsze iest ténże sam, i żadnym się sposobém nie odmiénia, byleby w tymże samym stósunku powiększał się albo zmnieyszał ciężar każdégo w szczególności punktu. Przeto wszelkié ciała iednorodné, równéy wielkości, i cale do siebie podobné, maią w sobie śrzodki ciężkości podobnie leżącé, bądź iakokolwiek iedno ciało iest cięższé lub lżeyszé od drugiégo.

§ V.

Śrzodki ciężkości ciał różnie wielkich, ale podobnych co do kształtu

Lecz i układy punktów ciężkich różnéy wielkości byleby były tylko sobie podobné co do kształtu i ciężaru, maią w sobie śrzodki ciężkości podobnie leżącé. Daymy bowiém, że dwa układy punktów ciężkich A, B, D i P, Q, R wielkością różnią się wprawdzie, ale nie ciężarém części, tak że punktu A i P cię-

ciężar iest równy *P*, ciężar punktu B i Q = p, punktu D i R = b i t. d. Toż ieżeli rzeczoné układy punktów i co do kształtu są sobie podobné, będą odległości między którémikolwiek dwóma punktami sobie odpowiadaiacémi w obu układach wszędzie w tymże samym stósunku stałym, to iest AB: PQ = BD: QR = AD: PR i t. d. i kąty między témi liniiami, iakoto przy Q i B, tudziéż przy P i A, przy R i D i t. d. równé. Jeżeli tedy naprzód w obu układach po dwa tylko biérzémy punkta A i B, P i Q, a mieysca C i S są zbiorami ich ciężkości, będzie QS: PS = P: p = CB: CA, a zatém obadwa zbiory podobnie leżą, co do punktów, których są śrzodkami ciężkości. Jeżeli trzeci dodaiemy punkt, w obu układach R i D, a T i E są zbiorami ciężkości wszystkich trzech punktów w obu układach znowu będzie ST: TR = CE: ED. Zaczém zbiór T takowé ma położénié względém zbioru S, iakié zbiór E, względém zbioru C. Lecz dla téyże przyczyny śrzodek T względém punktów danych P i Q, których zbiorém iest S, toż samo położénié mieć będzie, które ma śrzodek E, względém odpowiadaiących punktów danych A i B, których zbiorém iest C. Że bowiém tróykąty PQR i ADB są podobné, położywszy punkt D, na pun-

i ciężaru swych części, całe podobné maią położénié.

Fig: 24.

kcie

kcie R, i bok DA na boku RP, bok DB pada na bok RQ i AB iest równoodległa od PQ. Zaczém liniią AB tak przecina liniia RS, że iey części są w stósunku PS: SQ. A że w saméy rzeczy iest AC: CB = PS: SQ liniia DC pada na RS. Tymże samym sposobém pokazuie się, iż położywszy punkt B, na punkcie Q, i bok BD na boku QR, liniia BE pada na QT, albo punkt A położywszy na punkcie P, i bok AD na boku PR, liniia AE pada na PT. Zaczém wszystkié trójkąty podobnie ułożoné, to iest: CBE, i SQT, EBD i TQR; EAD i TPR; EAC i TPS są sobie podobné. Zaczém zbiór T, względem punktów P i Q, toż samo ma położénié, co i zbiór E, względém punktów A i B. Przydawszy do tego w obu układach czwarty punkt ciężki, zbiór ciężkości wszystkich cztérech punktów, w témże samém położéniu będzie względém zbioru T, iak w drugim układzie względém zbioru E. Zaczém toż samo położénié będzie co do punktów S, R i C, D których zbiory są na T i na E. Więc toż samo będzie względem punktów P, Q i A, B, których zbiory ciężkości przypadaią na S i C. Tym sposobém można postępować bez końca, iakakolwiek liczba będzie danych punktów i dowieść, że zbiór ciężkości zawsze iednakowé ma położénié w jednym

dnym układzie, iak w drugim względém wszystkich punktów danych. Z czego wyrozumiéwamy, że i we wszelkich ciałach podobnych co do kształtu i co do ciężaru cząstek, iakożkolwiek wielkością różnych, zbiory ciężkości podobnie leżą. Ani potrzeba tego, żeby ciężary punktów z osobna sobie odpowiadaiących, w obu układach równé były, ale dosyć iest, gdy tylko maią stósunek wszędzie stały; gdyż powiększywszy, albo zmnieyszywszy ciężar wszystkich punktów w jakiém ciele podług stósunku stałégo, zbiór ciężkości w niém się nie odmiénia.

§. VI.

Każdé ciało, którégo srzodek ciężkości pod pień nie iest podparty, własnym ciężarém obalá się.

Jeżeli ciało twardé pewnym punktém E, albo B na dole się wspiérá, albo też w górze z punktu D, lub A iest zawieszoné, a liniia pionowá DE przez punkt oparty idącá nie przechodzi razém przez srzodek ciężkości ciała, wtedy ciało z położénia swego się wyruszá i upádá. Lecz ieżeli liniia pionowá AB przechodzi przez srzodek ciężkości C, ciało nieporuszénie w swoiém położéniu zostaie i nie wywrácá się. Że bowiém punkt E, który iest podparty odstępuie od linii pionowéy AB przechodzącey przez srzodek ciężkości C, i zostaie na spodniey powiérzchni ciała; więc przeciągnąwszy przez tén punkt E liniią FC, ta będzie nám wystawiała dzwignią prostą FCE, pochyło do AB, gdzie Fig. 25.

G punkt

punkt podparcia iest E, na iednym końcu téy dźwigni cały ciężar ciała w srzodku ciężkości C zebrany, a na drugim końcu F, nic nié masz takiégo, coby tén ciężar utrzymywało w równowadze, więc ciało na tę stronę gdzie iest srzodek ciężkości C, upadnie. Toż samo, i tymże sposobém okazać można, gdy nie punkt dolny E iest podparty, ale punkt ciała wiérzchni D odpowiadaiący punktowi dolnému E, iest przybity lub zawieszony. Gdy zaś podeprzémy punkt dolny B albo przybiiémy lub zawiesimy punkt wiérzchni A z których tak iedén iak i drugi znayduie się na linii pionowey AB przechodzącéy przez srzodek ciężkości C, wtedy liniia AB wystawiać nam będzie dźwignią pionową ACB, gdzie cały ciężar ciała zebrany w srzodku ciężkości C, całym sobą ciśnie w kierowaniu téy dźwigni pionowéy ACB; a zatém ciało w żadną stronę tey dźwigni upaśdź nié może.

§. VII.

Jakim sposobém srzodek ciężkości wynayduie się przez doświádczénié

Można tedy przez doświadczénié srzodek ciężkości wynaléźć w jakiém ciele, wkładaiąc ié na graniastosłup albo na inné ciało graniasté, i z wolna iuż w tę, iuż w owę stronę pomykaiąc dopóty, póki na saméy krawędzi graniastosłupa w równoważności nie stanie. Natychmiast bowiém będzie się równoważyło, skoro iego srzodek ciężkości weydzie na liniią pio-

pionową do krawędzi graniastosłupa (§. 7.). Zaczém płaszczyzna pionowa przez tę krawędź równoważności przechodząca, oznacza przecięcié ciała, na którém to przecięciu srzodek ciężkości iego znayduie się. Pod takié doświadczanié ma podpadać długość, potém szérokość, a na koniec i grubość ciała; co uczyniwszy będziémy mieli trzy płaszczyzny, których spólné przecięcie się iest tylko punktém, który to punkt inny bydź nié może, iedno sam srzodek ciężkości Jeżeli zaś iakié ciało iest tak wielkié, iż srzodek ciężkości iego tym sposobém wynaydować nié można, trzeba udziałać inné ciało małé podobné wielkiému i na tém doświadczénia czynić: gdyż srzodek ciężkości cale podobné ma położénié względém części w małém takiém ciele iak i w wielkiém (§. 6.).

§ VIII.

Kiedy ciała mocno stoią na płaszczyznach poziomych?

Żadné ciało na płaszczyznie poziomey postawioné własnym ciężarém nié może się obalić, póki srzodek iego ciężkości iest na linii pionowéy nad podstawą choćby rzeczona podstawa była iednym punktém tylko (§. 7.). Tak kula iednorodna na takowéy płaszczyznie nie poruszénie stoi, gdyż punkt, w którym się płaszczyzny dotyka, iest pod srzodkiém ciężkości na linii pionowéy (§. 4.). Ani kula kierunkiém poziomym na płaszczyznie popchnięta

tá mogłaby dlá ciężaru swego obrácać się ále to czyni tarcié, że ią widzimy i posuwaiącą się i obrácaiącą razém, bo cząstki na powiérzchni kuli styrczącé, ustawicznie zaczépiaią się o podobnéż cząstki na płaszczyznie i témiż odparté bywaią; tak n. p. koła suwaią się poniekąd po lodzie, a na bruku obrácaią (Wstęp XII. § 4.) Gdy zaś liniia pionowá przez srzodek cięžkości przechodząca za podstawą przypádá, ciało przez własny ciężar obálá się. Z téy to przyczyny wszystkié mury, ściany, płoty &c. stawiaią się pionowo, bo ukośnie ustawioné z czasém obaliłyby się, pomimo utwiérdzénié w ziémi ich fundaméntów, albo przynáymniéy nie byłyby tak mocné iak w położéniu pionowém. Daią się wpráwdzie widzieć tam i owdzie wieże osobliwą niby sztuką starożytności tak zbudowané, że znacznie są pochyłé, ale i w tych liniia pionowá przez srzodek cięžkości części pochyłéy przechodzącá między fundaméntami wieży przypádá.

§ IX.

Kiedy zwierzęta i ludzie mocno stoią na płaszczyznach poziomych.

Niektóré ciała nie na gruntowéy podstawie, ale na nieiakich podporach utrzymuią się, iako to zwiérzęta na nogach. Mieyscé między témi podporami będącé zastępuie podstawę, i łatwo wyrozumiéwámy, że ciało nié może się obálać, gdy liniia pionowá od srzodka cięžkości spuszczoná na to mieyscé pádá. Przeciwnie zaś

zaś tak ludzie iako i zwierzęta obálaią się, gdy z jakiey przyczyny do takiégo położénia przychodzą, że taż pionowa przez srzodek ciężkości idąca bardziéy od stóp oddala się. Człowiek nie równie większému niebezpieczeństwu upádaniá podlégá niż bydlę, i dziecię z wielką trudnością chodzić się uczy; gdyż mieysce cztérema nogami zwierzęciá obięté iest znaczniey-szé, a srzodek ciężkości prawie nad srzodkiém tego mieysca przypádá. Lecz w chodzéniu człowieka, cały iego ciężar, nie wielkié mieyscé má za podstawę, i dla téy przyczyny za każdym krokiém nie co się na bok pochylámy. Ogólnie téż powiedzieć można że ciała przy iednakiéy wysokości i ciężarze tém trudniéy obálaią się, im większą maią podstawę, iako to widzieć można na Figurze 26.

§ X.

Ciało, gdy inné okoliczności są iednakowé tém łatwiéy się obálá, im wyżéy má swóy srzodek ciężkości

Fig. 27.

Podobnymże sposobém okazuie się, że ciała równéy ciężkości P i podstaw AD = FH, których srzodek ciężkosci C i I, przypádaią nad srzodkami podstaw B i G, tém łatwiéy się wywrácaia, im rzeczoné srzodki wyżéy wyniesioné są nad podstawami. Niech albowiém będzie wysokość IG większá od wysokości CB, będzie téż i samo ciało FN, wyższé od ciała AM. Uderzywszy więc oba ciała poziomé w górnych punktach E i L siłą v, wági ciężaru P× GH, i P× BD, będą równé, gdy bie-

bierzémy GH = BD. Lecz waga siły v. HN. w wyższém ciele większa iest od wagi siły v. MD. w niższém (§. 11.); zaczém też łatwiéy się wywraca ciało wysokié. Ale choćby ciało ~~wysokié~~ FN nie było wyższé od ciała AM, przecięż liniia CD przez większy kąt przechodzić będzie niż liniia HI przechodzi przez kąt IHN, nim ciało się obali. Że bowiém zawsze iest IG > CB przeciągnąwszy liniią BC, zróbmy OB = IG, a oczywiście się pokazuie, iż kąt ODM mnieyszy iest od kąta CDM. Jeżeli tedy ciało FN iest też i wyższé od ciała AM, dwoiaka znayduie się tego przyczyna, dla któréy trzeba, albo dłużéy albo mocniéy to potrącić niż tamto, żeby upadało. Stąd poznaiémy, za co trzęsieniém ziémi wieże, kominy, i gmachy wyższé daleko prędzey i łatwiéy się obalaią iak niższé.

§. XI.

Odmiana srzodka ciężkości w jakiém ciele pochodząca z przełożénia iego części, albo dodaniá nowych.

Fig 28.

Zeby więc iakié ciało nie łatwo upadło, trzeba się starać, ażeby srzodek ciężkości tegoż ciała nie był wysoko nad podstawą. Możémy zaś srzodek ciężkości w jakiém ciele zniżyć, albo ogólnie mówiąc, niby na inné mieysce przenieść, ieżeli do niego inné ciało przyłączymy. Niech albowiém będzie ciało AB obciażoné innėm AD albo w jakikolwiek sposób z niém połączoné. Zawieśmy oba té ciała na dzwigni poziomėy FG z punktów C i E, na których srzod-

srzodki ich ciężkości przypadaią, a iawna iest rzecz, że punkt nieruchomy H, około którego dźwignia, a zatém oba ciała połączone będą w równoważności, zawsze przypadnie między F i C. Zaczém srzodek ciężkości ciała, do którego się dodaie drugie, przypadnie na linii pionowéy n. p. HI, (§. 7.) między punktami C i E, i bliżéy téy strony, z któréy iest ciężar większy, niż tey gdzie iest srzodek ciężkości C, ciała samégo AB. Przeciwnie ieżeli ciała złączone za iedno mamy, odiąwszy z jednéy strony część AD, srzodek ciężkości posuwa się ku przeciwnéy stronie z linii HI na punkt C. Jeżeli tedy srzodek ciężkości ciała, które obciężamy, ma zostać na téyże linii pionowéy a nie ustępować ku ciężarowi, trzeba i z drugiéy strony B iakie ciało nowe dodadź.

§ XII.

Okręt naładowany trudniéy się wywraca, niż próżny.

Z tego co się powiedziało, łatwo zrozumieć, czemu okręt naładowany, gdy nań z boku wiatr, albo fala uderza, nie tak łatwo się wywraca iak próżny. Gdyż srzodek ciężkości okrętu obładowanégo iest niżéy, niż próżnégo, bo go ciężar niby na dół ściąga (§. 8.). Nad to okręt naładowany będąc cięższym mocniéy się opiéra wywróceniu. Dla tego żeglarze, gdy im zbywa na towarach muszą piaskiém na dnie okręt wyładować. Podobna iest przyczyna co do karet i wozów, które ieżeli

chcé-

chcémy żeby nie były wywrótné, trzeba ié tak sporządzać i obładowywać, iżby srzodek ich ciężkości iak náyniżéy przypádał.

§. XIII.

Odmiana srzodka ciężkości w zwiérzętach.

Wielé ieszcze rzeczy podług nauk danych wyłożyć można, które się zdarzaią w poruszeniach ciał tak ludzi iak i zwiérząt. Zwiérzęta bowiém nié maią ciał zupełnie tęgich, ale maią ciała różnémi sposobami wyginać się mogącé, przez co się dzieie, że czasém niektóré części z jednego boku przechylaią się na drugi, a zatém srzodek ciężkości ku temuż bokowi przenosi się właśnie iakby tam nowé ciało dodané było. Tak ludzie dzwigaiąc ciężar na plecach, schylaią się na przód, i którzy w jednéy ręce iaki ciężar trzymaią, drugą ręką wyciagaią, żeby iéy wágę pomnożyli względém srzodka ciężkości schylaią się całémi sobą w stronę ciężarowi przeciwną; bo tym sposobém dokazuią, iż srzodek ciężkości nie schodzi z linii pionowéy która w obrębie podstawy przypádá. (§. 10.) Náylepiéy się znaią na téy sztuce po sznurach chodzący, iak niezliczonémi sposobami, w momencie czasu, tak się ułożyć, żeby srzodek ciężkości zawsze należycie był utrzymany. Samé nawet zwiérzęta są w téy sztuce biegłé. Tak ptástwo u którégo szyie są przydłuższé, gdy z ziémi podlatuie, wznosi ié prosto, żeby srzodek ciężkości przypádał między skrzy-

skrzydłami, a całé ciało niémi się równoważyło. Wyciągnąwszy bowiém naprzód szyię, równowążność nié mogłaby się utrzymać, ale srzodek ciężkości pomknął by się nad to ku przednim częściom ich ciała.

§. XIV.

Jeżeli srzodek ciężkości D iakiégo ciała pod pion w górę ciągniémy nicią DL, a siłą całému ciężarowi ciała P wyrównywaiącą nié może się ciało ruszyć, bo cały ciężar P w punkcie D iest niby zebrany (§. 1.). Niech tedy liniia DL oznaczá rzeczony ciężar P, i niech będzie liniia DG równoodległa od AB iakokolwiek do windodrąga nachylona, LI od niéy równoodległa, LG zaś i DI do teyże linii DG prostopadłé, a można rozdzielić siłę DL na dwie inné DG i DI, (Roz. 1. §. 14.) tak dalece, że zamiast nici DL z jednakowym skutkiém można użyć do utrzymania srzodka ciężkości dwóch razém nici DG i DI, z którychby iedna była ciągniona siłą DG, druga siłą DI. Tym sposobém cały ciężar ciała w równowążności będącégo rozdzieli się na dwie części, z których iedna sile DI, druga sile DG wprost przeciwná i równá iest (Rozd. 1. §. 14.). Jeżeli tedy ciało wspiérá się na płaszczyznie tęgiéy AB równoodległéy od linii DG a do AC nachylonéy, maiącéy wysokość BC, ta częśc windodrąga ciężaru, która ma kierunek prostopa-

Znaléźć siłę któraby dany ciężar iákiegokolwiek ciała zatrzymać możná na płaszczyznie pochyłéy.

Fig. 29.

stopadły DF do płaszczyzny, przez odpór płaszczyzny cale ginie (Rozd. 1. §. 1.). Zaczém można odiąć nić DI, a ciało iescze się będzie równoważyło nad płaszczyzną, bylebyśmy ié tylko ciągneli siłą i kierunkiem DG. Są zaś tróykąty DLI i ABC podobné, a zatém siła DG do siły DL, czyli do całégo w ciele ciężaru P, iest iak BC: AB, a przeto taż siła DG = P× Wst. A, podobnie téż druga siła DI = P. Dost. A. z czego się pokazuie że ciało w tym zupełnie iest stanie, iak gdyby obydwie siły tam się znaydowały gdzie iest srzodek iego ciężkości.

§. XV.

Używanié płaszczyzny pochyłéy w podnoszéniu ciężarów.

Zaczém im większá iest wstawa kąta A, tém większey siły potrzeba do utrzymania ciała D, a przeto i do popędzénia go w górę. Z téy to przyczyny trudniéy iest ciągnąć ciężary na góry przykré, niż z lekka pochyłe. Gdy iednak rzeczona siła DG zawsze mnieyszà iest od ciężaru (który wyżéy oznáczaliśmy przez liniią DL) łatwo wyrozumiéwamy, że płaszczyzna pochyła do podnoszénia ciężarów, równie iak dzwignia iest bardzo zdatna. Tak n. p. niech będzie wstawa A dziesiąta częścią wstawy całéy, a ciężar od 100 funtów, każdy widzi, że ten znaczny ciężar na płaszczyznie w namieniony sposób pochyłéy, może bydź utrzymany małą siłą 10 funtów, a zatém że trochę większą siłą n. p. 11 funtami

tami może bydź w górę podniesiony, chociaż moc podnosząca musi przebiedź mieysce AB, dla podniesienia ciężaru do wysokości CB, to iest: *dziesięć razy większe, niż iest wysokość.*

§. XVI.

Wiémy iuż iakiéy potrzeba siły aby (§. 15.) ta będąc równoległą do równi pochyłéy równoważyła z ciężarém P na niéy się znayduiącym, a tą iest DG = P wst. A. Daymy teraz że ciągniémy nazad ciężar P nie iuż w kierunku równoległym do równi ale ukośnym n. p. DH. Liniia DH wyrażać będzie w tym razie siłę czyniacą równowagę na równi z ciężarém danym. A że siła DH rozebrać się może na dwie siły DG, GH, iest zaś DH > DG, iako przeciw prostokątna od iednego z ramion wchodzących w kąt prosty G: wnieść więc należy ogólnie, że siła nie równoległa do równi pochyłéy koniecznie musi bydź większa od siły równoległéy do téyże równi aby z ciężarém równoważyła. Stąd tu wyrozumieć można, dla czego n. p. konie ciężar iaki pod górę ciągnąc, wszedłszy na wiérzch góry, skoro na równinie staną, daleko mocniéy ciągnąć muszą, niż pod górę ciągnęły.

Siła ukośna czyniącá równowágę z ciężarém na równi pochyłéy iest większá od siły równoległéy z tymże ciężarém równoważącym.

Fig. 29.

§. XVII.

W jakiém razie ciało wywrácá

Lecz ieżeli ciała iaką siłą na płaszczyznie nie utrzymuiémy, tedy to ciało ciężarém swoim po płaszczyznie spadá. Je-

szcze

się na płaszczyznach pochyłych.

Fig. 30.

szcze gdy liniia pionowá CD, od srzodka ciężkości C idącá pádá w obrębie podstawy na któréy ciało AB wspiérá się, każdy punkt iego na dół leci równym biegiém iednostaynie przyśpieszonym, bo położénié cząstek względém srzodka ciężkości, bynaymniéy się w tym razie odmiénić nié może. (§. 7.) Zaczém całé ciało spádá biegiém postępnym równie przyśpieszonym ale się nie obálá na płaszczyznie pochyłéy (Rozd. 7. §. 4.). Lecz ieżeli liniia pionowá GH, od srzodka ciężkości G ciała EF idącá za obrębém podstawy pádá, łatwo ciało obálá się i spádá po płaszczyznie; gdyż ogólnie mówimy wszelkié ciało, któré nie iest podparté w prost srzodkowi swóiéy ciężkóści obálá się (§. 7.). Sama tylko kula iednorodná, toczyłaby się na dół po płaszczyznie pochyłéy własnym ciężarém, choćby żadnégo tarcia nie było; gdyż liniia pionowa DE pádá za punktém F, na którym się iedynie kula wspiérá. Jeżeli tedy wystawimy sobie myślą przez punkt F, przechodzącą płaszczyznę pionową, któráby była prostopadłą do płaszczyzny ABC, rozdzieli kulę na dwie części nie równé, z których przednia iako cięższá wráz z srzodkiém ciężkości na dół poleci, a zatém pociągnie za sobą i część poślednią. Lecz chociáż srzodek kuli na dół spádá, wszelako też samę ma zawsze odległość od płaszczyzny pochyłéy, tak dalece,

ce, że bieg tego srzodka kuli, tenże sam iest co i punktu po takiéy płaszczyznie spádaiącégo (Rozd. 1. §. 4.). Ludzie także i zwierzęta gdy na górę wstępuią, nachylaią się, zstępuiąc przeciwnie wyprężaią, i tym sposobém dokazuią, że liniia pionowá przez srzodek ich ciężkości przechodzącá w obrębie podstawy pádá; gdyby inaczéy szli, upaść by musieli.

§. XVIII.

Wahadła zawszé są pionowé czyli prostopadłé do windodraga.

Trzymaiąc ukośnie nić z ciężarém na niey zawieszonym, gdy tén ciężar z ręki wolno wypuścimy, nić wráz z nim wezmie położénié pionowé. Jeżeli bowiém iakié ciało B, albo raczéy srzodek iego ciężkości na nici ukośnie trzymanéy CB iest zawieszoné, á pionowá BE oznáczá cały iego ciężar P, liniie zaś EF, DB do przeciągnionéy CB są prostopadłé, rozdzieli się siła BE na siły BF i BD (Rozd. 1. §. 14.) Piérwszą siłą nić się wyciągá, ale ruch żaden stąd nie nastąpi: drugá zaś siła BD pędzi ciało kierowaniém stycznéy BD przez łuk kolisty BA. (Xię. 1. Rozd. 6. §. 11.) ta zaś BD albo EF = P. Wst. C, bo kąty ACB i EBF równé są. Za zniknieniém kąta C, gdy punkt ciężki iest na A, a nić pod pion stawá, siła też BD ginie, a cały ciężar P na ciągniénié nici wywiérá się. Z téy przyczyny i rzemieślnicy kierowań pionowych dochodzą przez piony, bo żadné ciało ciężkié na nici wolnie zawieszoné, Fig. 31

szoné, nié może spokoynie wisieć, gdy nié nie iest prostopadła do windodrągu.

§. XIX.

Wykład pewnégo ruchu, który zdaie się bydź przeciwny własności ciężaru ciała.

Fig. 32.

Fig. 33.

Nie kiedy ciało, gdy iego srzodek ciężkości na dół idzie, taki ma ruch, że nieświadomém zdaie się iakby szło w górę. Ciało n. p. iednorodné A maiacé kształt dwóch ostrokręgów równie z soba złączonych, ieżeli położymy na dwóch listewkach w ostry kąt B złożonych, przy C zaś i D całą długością tegoż ciała A od siebie odległych, a oraz na C i na D wyższych tylé niż na B, żeby taż wysokość nie dochodziła połowy grubości srzodkowéy ciała A; uyrzymy, że się będzie toczyło ciężarém własnym ku C i D. Dwuostrokrąg bowiém położony na silni CBD na B, w tén sposób, iżby oś iego była pozioma częścią swoią grubszą, to iest srzodkową z obu stron tamże wspiéra się, a zatém srzodek O iego ciężkości, który tu iest w srzodku ciała, to iest w srzodku podstawy obu ostrokręgów, ten mówię srzodek ciężkości znacznie iest wyniesiony nad naywyższą listewkę powiérzchnią RP. To iest: gdy PQ iest wysokością którą iedén koniec listewek wznosi się nad drugi, a gdy liniia QNR iest pozioma, tedy pionowa ON będzie prawie równa połowie grubości srzodkowéy tego dwuostrokręgu, połowa grubości większa iest niż wysokość PQ, tak dalece, że pozioma OM przypáda nad punktém P. Położy-

łożywszy tedy dwuostrokrąg na PQ, gdzie listewki całą długością iego są od siebie odległé, ponieważ dwuostrokrąg z obu stron iest kończasty, tam oprzéć się nié może, chyba temiż końcami, które są na osi iego. Zaczém w tym razie oś dwuostrokręgu iest na P, a przeto srzodek iego ciężkości tylko do wysokości PQ nad liniią poziomą RQ iest wyniesiony. Zaczém rzeczony srzodek ciężkości spada na dół z wysokości MP, gdy dwuostrokrąg z N bieży do Q. Zaczém w saméy rzeczy spadać będzie od N do Q własnym ciężarém, bo srzodki ciężkości ciał zawsze spadaią z wyższych mieysc na niższé, gdy nié ma przeszkody. W saméy rzeczy w tym przypadku dwuostrokrąg spada po płaszczyznie pochyłey, chociaż się zdaie iż po téy płaszczyznie idzie w górę.

ROZDZIAŁ IV.

o ruchu wahadeł.

§. I.

Jeżeli ciało iakokolwiek bieży po linii prostéy tęgiéy i nieruchoméy AB, a na mieyscu B, toż ciało bierze kierunek CB, i przebiéga mieyscé CB, w tymże samym czasie, w którymby przebiédz mogło liniią DB bieżąc iednostaynie; prowadziwszy liniią DC, i dopełniwszy równoległoboku pro- Ciało po wielu płaszczyznach złączonych bieżącé, na każdém załamaniu

sto-

stokątnégo DCBE, rzeczony bieg DB, rozdziélá się na dwa biegi iednostayné BC, i BE (Xię. 1. Rozd. 1. §. 8.) Jednym z tych biegów BC, punkt bez żadnéy przeszkody na linii BC, tęgiéy iśdź zaczyna, ale bieg BE, ponieważ przypada w prost na liniią tęgą i nie poruszoną BC, oporém téyże linii zupełnie ginie. (Rozd. 1. §. 1.) Że tedy bieg BC, zawsze iest mnieyszy od biegu B D, punkt musi zawsze tracić nie co z biegu swego, gdy przechodzi z jedney linii na drugą przez załamanié, gdzie się łączą linie; a tém samém, gdzie się kierowanié biegu odmiénia.

tych płaszczyzn gdzie się kierowanié iego odmiénia część biegu swégo traci.

Fig. 34.

§. II.

Jest zaś BC= $\sqrt{(BD^2 - DC^2)}$ Jeżeli tedy kładziémy, że DC, iest = $\frac{1}{10}$ BD, będzie BC = BD$\sqrt{\frac{99}{100}}$ = 0, 99. BD, to iest: różnica między liniiami BD i BC wynosi połowę iednéy części setnéy z linii BD, albo połowę dziesiątéy części z linii DC. Gdy kładziémy, ze DC iest $\frac{1}{100}$. BD, będzie BC = 0, 99995. BD, to iest różnica między liniiami BD, i BC, wynosi pół iednéy części dziesiątotysięcznéy z linii BD, albo pół iednéy setnéy części z linii DC, i tak daléy. Z czego wyrozumiéwamy, że gdy kąt CBD, staie się nieskończénie małym, tedy i liniia CD iest cząstką nieskończénie małą linii BD (Wstęp XV. §. 2.) to iest różnica między liniiami B D i B C zasadza się na cząstce nieskończénie małéy, téy cząstki

Ta część biegu, która przez odmianę kierowania ginie, czasém iest cale nieznaczná

także

także nieskończénie małey z linii B D, tak dalece, że ta różnica, choćby też nieskończénie się powtórzyła, iednakowoż nie uczyniłaby większéy summy, iak tylko równą cząstce nieskończénie małéy z linii BD.

§. III.

Ciało na powierzchni krzywéy iakożkolwiek biegące, z biegu swego nic nie traci, chociaż ustawiczne odmiénia kierowanie.

Zaczém punkt, który na iakiey linii krzywéy tęgiéy i nieruchoméy bieży iakożkolwiek, nic nie traci z biegu swego prócz ustawiczne odmiénianié kierowania; gdyż na każdém mieyscu swoiéy drogi krzywéy ma kierowanie podług stycznéy (Xię. I. Rozd. VI. §. 11.). Przeto bieg ma taki iakby miał na stycznéy tęgiéy i nieruchoméy. Jm bliżéy siebie leżą punkta zetknięcia (contactus) iakiégo łuku krzywégo z styczną, tém mnieyszy też iest kąt między stycznémi, tak dalece, że w reszcie staie się nieskończénie małym, gdy punkta zetknięcia nieskończénie coraz bliżéy a bliżéy do siebie przystępuią, bo w tym razie obydwie styczne, za iedno niemal mogą bydź wzięté i kierunek ich będzie prawie iednakowy. Zaczém kierunek punktu na linii krzywéy bieżącégo, w tén się sposób odmiénia, iak gdyby ténże punkt przebiégał linie pod nieskończénie małémi kątami połączoné. A chociaż ta odmiana na każdym punkcie linii krzywéy zachodzi, a tém samém nieskończénie się powtarza, iednakowoż i nieskończénie powtórzona, nie

może zmnieyszyć biegu więcéy, iak czastkę nieskończénie mała (§. 2.) Zaczém punkt przebiegaiąc całą liniią krzywa przez ustawiczną odmianę kierowania, traci tylko czastkę biegu swégo nieskończénie małą, to iest cale nieznaczną a prawie żadną.

§. IV.

Prędkość punktu po wielu płaszczyznach złączonych zstępuiącégo albo wstępuiącégo.

Fig. 35.

Daymy, że liniie proste AB, BC, CD są tęgie i nieruchome na iakiéy płaszczyznie pionowéy. Niech będzie IA liniia poziomá, HC zaś GB i ID pionowé, spuszczoné od rzeczonéy poziomé y. Niech spádá punkt cięžki z mieysca spoczynku A własnym cięžarém, a będzie miał prędkość na mieyscu B do wysokości GB należącą (Rozd. I. §. 8.). Daymy tedy, że kierowanié owego punktu bez ubywania prędkości odmiéniá się na B i ténže punkt będzie miał na C prędkość do wysokości HC należącą, a na D prędkość należącą do wysokości DI, a tak zawsze iego prędkość na każdém mieyscu do całéy wysokości, z któréy spádá należy, iakażkolwiek liczba będzie liniy połączonych, gdyż tu bierzémy, iakby żadnégo tarciá i oporu nie było od powietrzá. Nie mniey pod temiż warunkami punkt cięžki, który idzie w górę z D prędkością do wysokości ID należącą przez DC, CB, BA na każdém mieyscu wznosi się prędkością do téy wysokości należącą, do któréy pozioma IA nad owém mieyscém iest wyniesioná (Rozd. I. §. 10.)

§. V.

§. V.

Ruch wahania.

Że tedy każda liniia krzywa składa się niby z nieskończénie wielu cząstek nieskończénie małych, na które się iéy styczne dzielą, i po niéy punkt bieżący nic nie traci z swego biegu przez ustawiczną odmianę kierowania, (§. 3.) idzie stąd, że ieżeli ADB iest liniia krzywa pionowo stoiąca tęga i nieruchoma, po którey punkt ciężki, od linii poziomey AB z mieyscą B spada na sam dół D, prędkość punktu ciężkiégo, gdyby nie było żadnégo tarcia i oporu od powietrza, na którémkolwiek mieyscu n. p. na F, należałaby do wysokości pionowéy FI, a zatém na D do pionowéy czyli do wysokości DC. Że tedy punkt ciężki wszędzie bieży kierowaniém stycznéy z mieysca D, prędkością odpowiadaiącą wysokości DC, więc przebieży w górę DHA aż do A, i będzie miał na iakiémkolwiek mieyscu n. p. H prędkość należącą do wysokości pionowéy IH, która prowadzona iest do poziomey AB. Takie zaś własnym ciężarém ciała przyśpieszoné spadanié i na przemiany opóźnioné ustępowanié, nazywamy *ruchem wahania* (*motus oscillationis*) a każdé takié ciała iścié lub powrót z jednégo punktu górnégo do drugiégo nazywamy wahaniém (oscillatio) I tak n. p. położywszy kulę gładką na powiérzchni krzywéy także gładkiéy, albo wpuściwszy ią w ryniénkę krzywą i do-

Fig. 36.

brze wygładzoną żeby iak naymniéy było tarcia, ta kula własnym ciężarém spada na doł, i w górę idzie ustawicznie przez długi czasu przeciąg. Ale iéy wahania z wolna coraz bardziéy się zmnieyszaią, iuż oporém powietrza, iuż téż tarciém, tak dalece, że na koniec na samym dole powiérzchni krzywéy spokoynie stanie taż kula.

§ VI.

Ruch ciał wiszących iest ruchém wahaniá.

Punkt ciężki gdy spada na którémkolwiek mieyscu, n. p. na F w tén sposób bieży, iak gdyby zostawał na stycznéy tęgiéy GF owego mieysca (§. 3.) schylonéy ku linii poziomęy DL, pod katém FGL. Lecz po takiéy linii punkt spada siłą, która iest do iego ciężaru iak wsta: G: 1. (Rozd. I. §. 14.). Jeżeli tedy liniia krzywa ADB iest łukiém kolistym, który się ze srzodka C, promiéniém CF wykréśla, przeciągnawszy tén promiéń na M, będzie kąt GFM prosty. A że GFL z kątém LFM także czyni kąt prosty; zaczém kąt na G równa się kątowi LFM, to iest, kątowi DCF, czyli C; zaczém ta siła, która pędzi punkt na mieyscu F, iest do ciężaru L punktu, iak wsta. C: 1. Lecz gdyby ténże sam punkt wisiał na nici CB, przywiązawszy C, także przebiegałby liniią krzywą BDA, i taż sama siła pędziłaby go na którémkolwiek mieyscu F krzywéy iego drogi (Rozd. III. §. 20.). Jest tedy ruch wahadła, (tak się bowiém nazywa punkt na linii prostéy za-

wie-

wieszony i koło iakiégo punktu nieruchomégo téyże linii wahany), całe ténże sam, co i ruch wahania po łuku kolistym, tęgim i nieruchomym.

§ VII.

Że tedy kąt C i iego wstawa ustawiczney odmianie podlega, gdy się punkt ciężki waha, dowodnie wyrozumiéwamy, iż siła, która go porusza ustawicznie się odmiénia nie tylko co do kierunku, ale i co do wielkości, zaczém ta *siła* nie iest *iednostayna*, (Rozd. I. §. 11.) chociaż od ciężkości swóy początek wzięła. Przeto i ruch punktu wahaiącégo się, iest *nie iednostaynie* iuż *przyśpieszony* iuż *opoźniony*; gdyż widoczna iest rzecz, że tegoż biegu ustawicznie przybywa do połowy łuku, a przez drugą połowę ubywa: nié może zaś przybywać albo ubywać biegu iednostaynie, chyba że siła iest iednostayna.

Ruch wahania iest nieiednostaynie przyśpieszony albo opoźniony.

§ VIII.

Ruch wahadeł nieiakiégo nad sobą wymaga zastanowiénia przezeń czas iak naydokładniéy wymiérzamy i na części iak naymnieysze dzielimy. Przez wahadło niezłożone (pendulum simplex) rozumiémy punkt ciężki zawieszony na linii prostéy nié maiącéy ciężkości, i około iakiégo punktu nieruchomégo teyże linii, który *punktém zawieszénia* (punctum suspensionis) nazywa się, ruchomy. Długością wahadła iest odległość punktu ciężkiégo od pun-

Wahadło niezłożone

punktu zawieszénia. Nié masz w saméy rzeczy wahadła niezłożonégo, ale się tylko w myśli wystawuie, gdyż wszystkié wahadła, których w saméy rzeczy używamy, są ciałami ciężkiemi, a zatém złożonémi na nieiakich ciężkich prętach lub nitkach zawieszonémi, ale ruch ciał tak zawieszonych dokładnie zrozumieć nié możemy, ieżeli piérwéy nie przenikniémy własności wahadła, któréby było niezłożoném, i dla téy przyczyny należy zaczynać od tego wahadła, które potém bez żadnégo dodatku wahadłém zwać będziémy.

§ IX.

Pół wahania są równé i równowczesné.

Dopuściwszy, że żadnégo tarcia i oporu od powietrza, słowém; że żadnéy przeszkody do ruchu nié ma, łatwo wyrozumiéwamy, iż półwahania w wieszadle nie tylko się odprawuią przez łuki równé, ale téż iż przez równy czas trwaią, czyli

Fig. 36.

że są równowczesné (isochronæ). Niech albowiém będzie tak łuk BDA koła zatoczonégo ze srzodka C, na którym punkt ciężki waha się, a na D sam spód tegoż łuku dóydzie łuk po spadniéniu z B aż na A, do téyże saméy poziomé linii AB, z któréy spadł, (§. 5.) a zatém łuki BD i DA w połowach obu wahań będą równé. Nad to zróbmy kąty DCF, DCH równé, a będą styczne na F i H pod równémi kątami do dzwigni nachyloné. Niech będą Hh i Ff dwie cząstki równé, bardzo małe

z tych

z tych stycznych, iawna iest rzecz, że, ieżeli punkt ciężki przebiéga przez rzeczoné cząstki, ponieważ prędkości na F i H do równych wysokości FI = HI należą, a tém samém tak iako prędkości na f i h są między sobą równé, ow punkt w iednakowym czasie spadnie przez Ff i póydzie w górę przez Hh (Rozd. I. §. 10.). Toż samo okazanié waży względém którychkolwiek innych dwóch punktów na łuku BDA wziętych. Im zaś mnieysza iest cząstka styczné Ff, tém bardziéy się ma ku linii krzywéy, a gdy w reszcie bierzémy nieskończénie mała, zupełnie z liniią krzywą zchodzi się. Takowych zaś cząstek nieskończénie małych i równych zawiérá w sobie łuk DHA tylé, ilé łuk DFB, i gdy każda cząstka na iednym łuku w równym czasie przebieżona bywa, iak iéy odpowiadaiąca iednakowo nachylona w drugim łuku; idzie stąd, iż też punkt przez cały łuk DHA podnosi się w równym czasie, iak przez drugi BFD na dół spada.

§. X.

W jakim czasie punkt ciężki spada przez styczne łuków koła.

Gdyby iaki punkt ciężki na F położony stamtad spadał przez cięciwę FD, potrzebowałby do spadniénia takowégo czasu, w jakimby z mieysca spoczynku wolnie spadał przez wysokość 2 CD to iest przez srzednicę koła całégo, którégo na figurze iest tylko połowa ABD (Rozd. I. §. 7.). Tén zaś czas iest dwa razy tyli, iak ow

w któ-

w którym z mieysca spoczynku wolnie spádá przez $\frac{1}{2}$ CD, i który nazwiémy t, gdyż wysokości w spádaniu wolném są w stósunku kwadratów z czasu, a zatém będzie $4t^2: t^2$ albo $4: 1 = 2CD: \frac{1}{2} CD$. Gdyby więc tén punkt cięžki przez równą i podobną cięciwę DH znowu szedł w górę, bez uszczérbku swéy prędkości, cały czas przez którýby wstępował i zstępował byłby 4t. Gdyby zaś przez styczną FG spádał, tedy czas na przebieżénié téy linii pochyłéy łożony byłby do czasu 2t bieżénia przez drugą liniią pochyłą FD, z téyże saméy wysokości FL, iak FG: FD, (Rozd. I. §. 4) a przeto ténże czas przez $FG = 2. \frac{FG}{FD} t.$

Teráz bierzmy, że punkt spadłszy przez FG bez żadnégo zmnieyszénia prędkości na G, bieży z G na D, prędkością nabytą, a łatwo się pokazuie iż bieg punktu przez GD iest iednostayny, bo liniia GD iest poziomá, i nadto iedna styczna koła DG, rówńá się drugiéy FG, a zatém punkt nabytą prędkością na G mógłby przebiédź liniią 2 DG w tym czasie, w którym przez FG spádá (Rozd. I. §. 5.). Zaczém w połowie tego czasu z G, przechodzi na D, a zatém cały czas w którym styczne łuku BFD przebiégá, iest $= 3. \frac{FG}{FD} t.$ i gdyby z drugiéy strony przez podobné i równé styczne szedł w górę, tedy cały czas ustępowania

wania i zstępowania iego byłyby $= \frac{6\,FG\,t}{FD}$.

§. XI.

W jakim czasie punkt spáda przez styczne małego łuku.

Poprowádźmy promién CG, któryby przecinał cięciwę na N, a będzie FN = DN, i kąt na N, prosty; zaczém tróykąty CFN, NFG są podobné a kąty NFG i GCF równé. A że FG: FN = 1: dost: C przeto gdy kąt C iest iednéy minuty lub mnieyszy, będzie FN prawie = FG, i FD = FG + GD = 2 FG, i T = 3 t, (§. 10.). Jeżeli się kąt GCF powiększá, tedy czasu T przybywá, ale iednak bardzo pomału dopóty, póki ow kąt iest niewielki. Dáymy bowiém że iest 5°, będzie iego dostawa = 0,9962, gdyż wstawa cała u nás zawsze iest = 1. Więc na tén czas FN = 0,9962. FG, i FD = 1,9924. FG a zaś T = 301. t, a zatém tylko setną cząstką czasu t będzie większé od 3t. Możémy tedy, gdy łuki wahań są bardzo małé zawsze brać prawie T = 3t, z czego się pokazuie, że lubo summa stycznych FG + DG, w małych nawet kątach większá iest nieco od cięńciwy FD, przecięż do przebieżéniá stycznych zawsze znacznie krótszégo czasu potrzeba, niż do przebiéżéniá cięńciwy, bo prędkości między F i D, na stycznych wszędzie są większé, niż na cięńciwie, co nám pokazuią pionowé, gdy ié od poziomėy FH do stycznych i do cięńciwy poprowadzimy.

§. XII.

§ XII.

Czas spádaniá przez łuk mnieyszy iest od czasu spádaniá przez cięciwę łuku, a większy od czasu spádaniá przez styczne.

Dáymy, że wahadło poiedyńczé na punkcie C zawieszoné wahá się po łuku FDH, czyniąc kąty małé nie przechodzącé n. p. 5° i owszém mnieyszé od 5° (iak się powszechnie rozumié gdy o wahaniach wahadeł się mówi bez dodatku). Jeżeli mówię wahadło poiedynczé z punktu C zawieszoné wahá się przez łuk FDH, łatwo okazać można, że czas iednégo wahaniá całégo zawsze przypádá między 3 t, i 4 t, iakoby granicami. Że bowiém FG + GD, w łuku małym DPF, cale prawie iest = FD cięciwie, zaś sam łuk DPF mnieyszy od summy FG + GD, a większy od cięciwy FD, iasná iest rzecz, iż ténże łuk ieszcze mniéy się różni od cięciwy, niż summa stycznych różni się od téyże cięciwy. Ta zaś w krótszym czasie bywá przebiégana niż cięciwa, dlá większych prędkości (§. 11.). Przeto na łuku FPD, gdzie prędkości wszędzie większé są, niż na cięciwie FD, a mnieyszé niż na stycznych, wypádá stąd, iż z równych prawie dróg FG + GD, FPD, i FD pierwszá przebieżoná bywá w náykrótszym, drugá w srzednim, trzeciá w náydłuższym czasie. Przystępuie zaś czas łożony na przebieżénié łuku, gdy łuk iest nader mały, bardzo blizko do czasu łożonégo na przebieżénié stycznych, bo punkt na początku i na końcu łuku FPD iednakowo bieży, iak

przez

przez styczne FG i FD; (§. 3.) iednakowoż różnica między témi obudwoma czasami zawsze znaczna będzie w wahadłach przydłuższych, nawet gdy łuk iest nieskończénie mały, tak właśnie, iako i różnica czasu w przebiéganiu cięciwy i stycznych zawsze się równa $\frac{1}{3}$ T, choć łuk iest bardzo mały.

§. XIII.

Czas wahaniá náymnieyszégo.

Że tedy czas T wolnégo spádaniá iest kresém czasu D, w którym wiészadło iedno wahanié odbywá, tén zaś kres większy iest w łuku większym, niż w mnieyszym (§. 11.) iest rzecz bardzo dowodná, że i czas D razém z łukiém się powiększá nieco, i przeto większé wahanié w większym także nieco czasie dzieie się niż mnieyszé, różnica zaś między témi czasami, byleby obadwa wahaniá były bardzo małé, niezmiernie iest mała, tak dalece, że chyba długo powtárzaná, ciągłém ruchém wahadła, nakoniec może się okazać znaczną, gdyż kres T w bardzo małych wahaniach zupełnie niemal iest ténże sam. Ta wpráwdzie rzecz zupełnie się potwiérdzá przez dokładnieyszé ruchu wahadeł roztrząśniénié, ale razém przytrudnieyszé, niżby na tém mieyscu wyłożyć ié możná, z którégo pokazuie się iż blizki kres czasu D iest $3\frac{1}{7}$ t prawie czyli ogólnie πt. gdzie π oznáczać będzie okręg koła, którégo srzednica iest 1. i żę do tego kresu tém bliżey

bliżey przystępuią wahania im mnieyszé są, má się więc czas wahaniá bardzo małégo do czasu wolnégo spádaniá przez pół długości wahadła niezłożonégo iak π: 1. albo iak okręg koła do swoiéy srzednicy.

§. XIV.

Czasy wahań przez równé kąty, są w stósunku piérwiástków kwadratowych długości wahadeł.

Jeżeli tedy ze dwóch wahadeł poiedyńczych iedno długości L, wahá się przez kąt bardzo i niby nieskończénie mały w czasie D, drugie zaś długości l, w czasie d, a iest T czasém wolnégo spádaniá przez $\frac{1}{2}$L, i t przez $\frac{1}{2}$l, będzie D $= \pi$ T, zaś d $= \pi$ t, zatém D: d $=$ T: t, a że iest $T^2 : t^2 = \frac{1}{2} L : \frac{1}{2} l = L : l$, więc D^2 i d^2, czyli kwadraty czasów náymnieyszych wahań, w tymże stósunku są z długościami; owszém i większé wahania, ieżeli tylko kąty ich są równé, ténże sam stósunek długości wahadeł zachowuią względém kwadratów czasu. Zaiste iest to prawda, że większego wahania w jednêm wahadle czas iest nieco większy niż π T, i drugiégo wahadła także trochę większy niż π t, ale zawsze podług stósunku kąta wahaniá. Jeżeli tedy oba rzeczoné wahadła wahaią się przez kąt równy, czasy tych wahań zawsze będą w stósunku π T: π t, albo T: t, albo D: d, tak dalece, że wahadło we czworo dłuższé, od drugiégo we dwoie powolniéy się waha, we czworo krótszé, dwa razy prędzéy i t. d. równé kąty w wahaniu przebiégaiąc.

§. XV.

§. XV.

Wahadła sekundowé.

Czas iakiégo wahania naymnieyszégo w wahadle niezłożoném, ma się do czasu wolnégo spadania, przez pół długości wahadła, iak 3, 14 :1. blizko, a zatém kwadrat iednégo czasu, do kwadratu drugiégo iak 9,86:1. Jeżeli tedy wahadło w 1″ raz waha się, przypuściwszy, że punkt ciężki na mieyscu bezpowietrzném wolnie spada w 1″ przez $15\frac{1}{12}$ stóp Paryzkich, to iest: przez 181. calów stopy Paryzkiéy (Xię. I. Rozd. V. §. 2.) będzie 9, 86: 1, iak 181. do pół długości wahadła, (§. 13.) która zatém będzie 18,357. calów. Zaczém długość *wahadła* sekundowégo (tak się bowiém nazywa wahadło, które w 1″ raz się waha) cała iest 36, 714. calów czyli 3 stopy $8\frac{1}{2}$ liniy Paryzkich w tych kraiach, gdzie ciała ciężkié w 1″, wolnie spadaią przez $15\frac{1}{12}$ stóp Paryzkich.

§. XVI.

Wahadło złożoné umysłowé.

Fig. 37.

Gdy wielé punktów ciężkich od siebie odległych, ale mocno połączonych około tegoż samégo punktu zawieszénia, razém się wahaią, takié wahadło nazywamy złożoném (pendulum compositum). Jak w wahadle AC, oprócz punktu A, ieszcze może bydź inny punkt ciężki G, albo nad punktém zawieszénia C, albo niżéy tegoż punktu, a w tén czas wahadło CGA, będzie iakoby złożoné z dwóch innych CG, CA poiedyńczych ale gdyby też wahadła nie

byty

były z sobą złączoné, piérwszé prędzéyby się wahało, drugié powolniéy w stósunku $\sqrt{CA} : \sqrt{CG}$ (§. 14.). Łatwo tedy wyrozumiéwamy, że w wahadle złożonémCGA. bieg cięźkiégo punktu A, a dalszégo od punktu zawieszénia C, przez bieg punktu G bliższégo tego zawiészénia pospiészá się, bieg zaś punktu G, przez bieg tamtego opóźnia się; bo obadwa są z sobą złączoné i razém się wahać muszą, tak dalece, że to wahadło składané wolniéy biégá od poiedyńczégo CG, a śpieszniéy od niezłożonégo CA. Jeżeli tedy PR wahadło iest niezłożoné, które biegiém swoim wymiérzá kąt równy w tymże czasie co i składané CGA, i ieżeli CH = PR, punkt H *srzodkiem wahaniá* (centrum oscillationis) w wiészadle składaném nazywá się, a CH iest tego wahadła długością. Taki srzodek w każdém wahadle składaném znayduie się, gdyż zawsze będzie iakie wahadło poiedyńczé, któréby w tymże samym czasie naymnieyszé wahaniá czyniło, iak i składané. Jest też i takowé wahadło składané w którém punkta N i A mocno złączoné nie przypadaią na iednéy linii przez punkt zawieszéniá prowadzącéy; gdyż za podniesiéniém się iednego takiégo punktu drugi spádá, a zatém bieg iednégo opóźniá się albo przyśpiészá przez bieg drugiégo.

§. XVII.

§. XVII.

Gdyby punkta A i G i t. d. były złączoné na O, gdzie ich srzodek ciężkości przypádá, wahałyby się całym swym ciężarém; lecz gdy są od siebie oddaloné nié mogą się inaczéy wahać, tylko tak, że iedno wywiérá dzielność swoię na drugié; to iest punkt tym prawie sposobém działa iak to ciało ciężkié, któréby upaśdź nié mogło, chyba pociągnąwszy za sobą inné ciało spoczywaiącé, albo wolniéy od niego biegącé. Jako tedy takié ciało powolniéy spádá, niż gdyby samo przez się upádało, bo część iego ciężaru dzieli się na ciągniénié drugiégo ciała, tak też i w wahadle złożoném punkta A i G od siebie odległé nié mogą się tak wahać, iakby się wahały, gdyby złączoné były w srzodku ciężkości O, w którymby cale na siebie wzaiemnie sił nie wywiérały, a zatém aniby traciły iakiéy części swego ciężaru. Przeto wahadło złożoné CA powolniéy się wahá, niż wahadło poiedynczé CO. Że zaś wahadło poiedynczé PR w tymże samym czasie wahá się w którym składané CA, idzie stąd, że PR a tém samém i CH iest dłuższé od wahadła CO (§. 14.). Zaczém srzodek wahaniá zawsze się różni od srzodka ciężkości w wahadle składaném i bardziéy iest oddalony od punktu zawieszéniá C.

W wahadle złożoném śrzodek wahaniá zawsze niżéy przypádá niż srzodek ciężkości.

§. XVIII.

Jeżeli na linii nié maiącey ciężkości zamiast iednégo punktu ciężkiégo, zawiesi-

Wahadło

my kulę, albo innė ciało, tedy wahadło będzie złożonė, ponieważ mieć będzie w sobie wielė punktów ciężkich oddalonych, z których zatém każdy opóźnia bieg drugiégo. Zaczém w samém tém ciele będzie srzodek wahania, który pod srzodkiém ciężkości iego przypada. (§. 17) Wszelako iednak łatwo wyrozumiéwamy, że gdy ciało iest małė, odległość między srzodkiém części i srzodkiém wahania powinna bydź nader mała, dla tego, że wszystkiė punkta w swém ciele nie daleko leżą od powszechnégo srzodka ciężkości, a zatém prawie zupełnie taki ruch maią, iak gdyby na iedném mieyscu z niém były: i z téy przyczyny wahadło takowė wahadłém niezłożoném fizyczném; bo chociaż w saméy rzeczy nie iest niezłożoném, iednakże między wahadłami składanémi do wahadła poiedyńczego nayblizéy przystępuie: składa się zaś z nici bardzo lekkiéy i z kulki nie wielkiéy, iednorodnéy, gatunkowo bardzo ciężkiéy, a długość iego rozciąga się od punktu zawieszénia aż do srzodka kuli. Takowégo wahadła srzodek ciężkości przypada wprawdzie nad srzodkiém ciężkości kuli, to iest między srzodkiém kuli i nici. Lecz że odległość iego od srzodka kuli iest do odległości iego od srzedniego punktu nici, iak ciężar kuli do ciężaru nici, ciężar zaś kuli prawie dziesięć tysięcy razy większy iest od ciężaru

niezłożonė fizycznė.

ru nici w wahadłach sekundowych, więc stąd wypada, że srzodek takowégo wahadła całégo bardzo mało wyżéy będzie, niż srzodek kuli. Że zaś srzodek wahania nieco iest niżéy od srzodka wahadła, więc będzie można bez znacznégo uchybiénia brać go za srzodek wahania całégo wahadła. Takie tedy niezłożoné wahadło fizyczné, obok z wiészadłém składaném zawiesiwszy, ieżeli ié potrosze skracamy albo podłużamy, póki dokładnie w tymże samym czasie naymnieyszych wahań nie będzie czyniło tak, iak składané i tym podobnie wahadła złożonégo srzodek wahań wynaléźć możémy (§. 16.).

§. XIX.

Wahadeł fizycznych wahania tarciém około sztyfcików, na których wiszą, i przez opór powietrza ustawicznie co raz bardziéy a bardziéy się zmnieyszaią, aż na koniec ze wszystkiém ustaią, i wiészadła do pionowégo położénia na koniec przychodzą. Nad to dla oporu powietrza wielka kula ołowiana powietrzém otoczona dłużéy się waha, niż mała (Wstę. X. §. 23) a między wielą kulami równémi, gdy inné okoliczności są iednakowé, korkowa prędzéy przestaie się wahać, niż z kości słoniowéy a ta prędzéy, niż ołowiana: bo korek od kości iest rzadszy, ołów zaś od korka i od kości gęstszy (Wstęp X. §. 24.). Ale i wahadło w po-

Kołysania wahadeł zmnieyszaią się i opóźniaią przez tarcié i opór powietrza

wietrzu, że nieiaką część swego ciężaru traci, (Wst. IX. §. 18.) wolniéy się wahi niżby się wahało na mieyscu wolném od powietrza. Prawda, że bardzo mała iest ta różnica w wiészadłach gatunkowo znacznie ciężkich, przecięż nie trzeba iéy zaniedbywać. Z téy przyczyny pod szklanną bania powietrzociągu, gdy się z niéy powietrzé wyciągnie, postrzegamy, iż tož samo wahadło prędzéy się waha niż w powietrzu, a nie równie powolni'y chodzi w wodzie albo w jnnych cieczach.

§. XX.

Hugeniusz przydáł wahadło do zégarów.

Galileusz był piérwszym, który na początku przeszłego wieku przez pilné uważanié biegu wahadeł, docićkł, że wahadło we czworo dłużzé dwa razy, dziewięć razy dłuższé we troie i t. d, powolniéy się waha: a ogólnie, że czasy kołyśnień są w stósunku dwudzielnym długości wahadeł, piérwszy także używał go do wymiaru i podziału czasu. Astronomowie używali potém dosyć przez długi czas wahadeł wolnie wiszących i ręką poruszanych, których wahania rachowali. Ale chociaż iuż Galileusz zamyślał złączyć wiészadło z zegarém i chociaż iego syn Wincénty Galileusz to złączénié w Roku 1649 uczynić usiłował, iednak dopiéro sławny Hugeniusz w Roku 1657 tego dokazał, i stał się piérwszym wynalazcą zegaru z wahadłém złączoné-

go,

go, którégo ieszcze dotąd używamy. I całą naukę o ruchu wahadeł i o srzodku wahania podług prawdziwych zasad piérwszy okazał, i do niniéyszéy doskonałości ią przyprowadził.

§. XXI.

Pożytki złączénia wahadła z zégarém

Przez złączénié wahadła z zégarém nie równie wygodnieyszém się stało do używania, niż było przedtém. Naprzód bowiém nie trzeba więcéy ręką niekiedy poruszać wahadła i iego rachować wahania, bo zégar wagami idzie i liczbę wahań okazuie, oprócz tego za pomocą samégo wahadła krótkié tylko czasu przeciągi rachować, miérzyć i dzielić możémy nie odstępuiąc od wahadła, lecz na zégarach wahalnych naydłuższé czasu przeciągi mogą bydź miérzoné i w naszéy nieprzytomności, bo takowé ciągiém wahadło tak iest złączoné z zegarém, iż zatrzymawszy ruch wahadła zégar stawa, a zatém bieg przez kołysanié wahadła wymiérza się i iednostaynym czyni. Lecz wzaiémnie i wagi zégarowé za pomocą *górnégo kółka*, wieszadłém władaią, przywracaiąc mu to, co przez tarcié i opór powietrza z swégo ruchu traci, tak dalece, że wahania zawsze są sobie równé byleby tylko zégar był dobrze zrobiony; z czego się pokazuie, że zégary daleko piérwéy przed Hugeninszem wynalezioné, ale bez wahadeł; Hugeniusz swoim przemysłém doskonal-

szé uczynił, iako téż i wahadło, w tén sposób z zégarém złączoné iednostayniéy się waha, niż samo, które czasém ręką trzeba było popchnąć, żeby w biegu cale nie ustało; gdyż owé wahania raz większé, drugi raz mnieyszé, nigdy nie ze wszystkiém są iednostaynie długié; (§. 13.) że zaś i ich prędkość iuż iest większa, iuż mnieysza, samo powietrzé, to więcéy to mniéy oporu czyniąc, (Wstę. X. §. 25.) ieszcze ié czyni iednostaynieyszémi.

§. XXII.

Jak wahadło przyprawić do zégaru.

Rzeczona równość szczególnych wahań tak mocno potrzebna w zégarach, przez dwie rzeczy naybardziéy się otrzymuie: *naprzód*, ieżeli sam zégar robimy z jak naywiększą dokładnością w tén sposób, iżby we wszystkich iego częściach wielkości i odległości, które równé bydź powinny w saméy rzeczy iak naydokładniéy równémi były: *powtóre* ponieważ téy iak naydokładnieyszéy równości między częściami zégaru nawet i naywiększégo usiłowania przyłożywszy, zupełnie otrzymać nié możémy, tak wahadło przyprawimy do zégaru, iż tylko bardzo nie wielkié wahania czynić będzie. Acz bowiém takié wahania nie koniecznie są równé, wszelako prawie iak naydokładniéy w jednakowym czasie dzieią się na mieyscu wolném od powietrza (§. 13.) nad to ieszcze żadnégo od powietrza oporu nie ponoszą

noszą dla bardzo małéy ich prędkości. Przeto tego sposobu którym Hugeniusz złączył wahadło z kołami zégaru, już więcéy teraz nie używamy, ale innégo, który w Anglii wynaleziono, przez który kołysania wahadeł staią się daleko mnieyszé, niż ié mógł uczynić Hugeniusz.

§. XXIII.

Opisanié wahadła Astronomicznégo.

W zégarach naydokładnieyszych, których Astronomowie używaią, iedno wahanié odbywa się w jednéy sekundzie, a zatém ma długość 440,5 liniy Paryzkich prawie (§. 14.). Składa się pospolicie z pręta żelaznégo, który u dołu nosi ciężar figury soczewkowéy(lenticularis) znaczny z ołowiu po tymże pręcie posuwać się mogący tak, iż podnoszonym nieco i spuszczanym bydź może. Że bowiém wahadło zégarowé iest niby dzwignia, na którą z jedney strony wywiéraią siłę koła zegarowé, a z drugiéy strony ciężar zawieszony ciągnie, więc powiększywszy ten ciężar wahadła, bardziéy się opiérać będzie zegarowi, a zatém kołysania wahadła mniéy odmienné bydź mogą przez działanié zégaru, które zawsze iest cokolwiek nierówné. Że zaś ów ciężar we srzodku wypukły w obwodzie iest spłaszczony, przeto powietrzé, które się nim przedziéla w ruchu mniéy mu oporu czyni (Wstę. X. §. 22.). Jeżeli postrzégamy że zégar znacznie się późni, podnosimy nieco rzeczoną

czoną soczewkę, wzwyż pręcika, ażeby za podniesiéniém się srzodka cięźkości razém ze srzodkiém kołysania wahadło samo krotszém się stało i biegu prędszégo nabyło: przeciwnie zaś opuszczamy soczewkę, gdy zégar bardzo prędko idzie (§. 16.).

§. XXIV.

Wahadło kraciasté.

Fig. 38.

Że wszystkié ciała ciepło rozszérzą a zimno ściská, (Wstę. XIII. 9.) pręt też wahadła rozgrzany będzie nieco dłuższy, a krótszy gdy ostygnie. Przeto też zégary choć z naywiększą dokładnością zrobioné, i z takiém wahadłém iakiésmy opisali, w naszych kraiach latém, kiedy wahadło dla gorąca się przedłuża w przeciągu 24 godzin, 20 blizko albo 30 sekundami później idzie niż w zimie. Zégarmistrze różnémi sposobami starali się i tę nieiednostayność wahań poprawić, między którémi nayznacznieyszy iest *Graham*, którégo bardzo dowcipna silnia *wahadłém kraciastem* zwaná, (pendulum craticulatum) má w sobie różné pręciki żelazné i mosiężné w tén sposób połączoné, iż soczewka wahadła, gdy się pręciki ciepłém podłużaią, przez té tylé się podnosi, ilé na dół razém opádá, a przeto ustawicznie w jednakowéy iest odległości od punktu zawieszéniá. Już poznano przez wielê doświádczéń, że zégar dobrze zrobiony, maiący wahadło kraciasté, naywięcey dwiéma sekundami tylko, we 24 godzinach, późniéy u nas latém

látém idzie niż zimą. Bardzo dobrze zaś doświádczać można zégaru przez bieg gwiazd stałych, gdyż każdy z osobna obrót gwiazdy stałey odprawuie się $23^g \cdot 56' \, 4.''$ (Wstęp XII. 15.).

§. XXV.

Wykład wahadła kraciastégo.

Żebyśmy zaś ułożénié wahadła kraciástégo nieiako zrozumieli, trzeba pamiętać, że przez iednakowy stopień ciepła mosiądz bardziéy się rozszérza niż żelazo w stósunku 12: 19. (Wstęp XIV. 16.). Daymy tedy że pierwszé z pobocznych pręcików 1 i 1 są żelazné i maią w sobie długości 32 calów Paryzkich, i że pewnym stopniém ciepła podłużaią się ilością n. p. 1, a zatém niższy pręcik poprzeczny (regula) tém podłużéniém opadnie na 1. Drugi pręcik mosiężny 2 i 2 niech będzie z obu stron o 30 calach Paryzkich, tedy się na dół przez 1 tén pręcik podłuży; ponieważ do tegoż pręcika poprzecznégo AB iest przybity, póydzie zaś w górę przez $\frac{9}{16}$ razém z pręcikiém ruchomym CD w końcach pręcików będącym. Bo podłużénié pręcika mosiężnégo o 32 calach iest blizko $\frac{3}{5}$ podłużénia w pręciku równym żelaznym o 32:'' że zaś mosiężny pręcik iest tylko tu 30'' calów; zaczém całé iego podłużánié wynosi $\frac{5}{3} \cdot \frac{30}{32} = \frac{25}{16}$. Że tedy opádá na dół częścią $= \frac{16}{16} = 1$, a więc równie w górę się podnosić musi razém z pręcikiem CD przez $\frac{9}{16}$. Tymże samym sposobém wyrozu-

rozumiéwamy, że trzeci z obu stron pręcik żelazny 1 i 1 na 26 calow długi idzie na dół razém z pręcikiém EF, przez mieysce $\frac{4}{16}$, i że czwarty mosiężny 2 i 2, 24 cale długi, i razém z górnym pręcikiém GH idzie w górę przez $\frac{16}{16}$, czyli przez 1. Daymy tedy, że srzedni pręcik żelazny na którym osadzona soczéwka ma 32 cale stopy Paryzkiéy aż do srzodka wahań, tén pręcik podłuży się na dół przez 1. Ale, że ténże pręcik z pręcikiém GH iest złączony póydzie razém w górę, będac od tegoż pręcika podniesiony także przez 1. Z czego się pokazuie, że srzodek wahania podłużéniém kruszcu tylé zawsze się podnosi, ilé na dół idzie, a zatem nieodmiénnie w jedném mieyscu zostaie.

§. XXVI.

Kołysania ogólné własności.

Żadné wahanié od ciężaru ciała pochodzącé zacząć się inaczéy nié może, chyba że przystąpi jakie poruszénié zewnątrz, albo rzucénié, którém się srzodek ciężkości ciała podnosi. W tym razie albowiém ciało natychmiast swym ciężarém nazad spada i przyśpiésza biegów w spadaniu. Jeżeli zaś bieg iego iest taki, którymby z samégo dołu mogło póyśdź w górę z prędkością w spadaniu nabytą, tedy rzeczą samą idzie w górę i ustępuiac ustawicznie bieg opóźnia. Zaczém straciwszy na koniec prędkość własną, znowu opada, i tym sposobém bez przestanku wa-

ha się. Przeciwnie zaś ciało, które się obráca około srzodka swéy ciężkości iakby około punktu nieruchomégo bynaymniéy się nie waha; gdyż ruch takiégo obrótu nié może bydź ani przyśpieszony ciężkością ani opóźniony: bo srzodek ciężkości z mieysca się nie porusza. Zaczém takowé ciało nié może bydź miané za wahadło mogącé się kołysać.

§. XXVII.

Różné przykłady ruchu wahalnégo.

Dzwon razém z sercém waha się gdy wéń dzwonią: bo i dzwonu i serca srzodek ciężkości siłą zewnętrzną pędzi się w górę, i potém na przemiany to na dół, to w górę idzie. Gdy tedy oba ciała w jednym czasie wahaią się, sercé przy bokach dzwonu niby się zatrzymuie i w dzwon nie uderza, lecz gdy weń biie, w innym czasie osobné wahanié odbywa, a przeto iakby wahadło składané odmiénną ma długość niż dzwon (§. 16.). Tymże sposobém i okręt na morzu się waha, gdy fala nań z boku biie, i srzodek iego ciężkości do góry wznosi. W samych wodach bywaią wahania; gdyż mocą wiatru wznosi się wał wodny, i srzodek iego ciężkości do pewney idzie w górę wysokości. Stamtąd zaś własnym ciężarém opada z prędkością w spadaniu nabytą znowu się podnosi, i tym sposobém wały wodné po wiérzchu wody iśdź nie przestaią, na przemiany podnosząc się i opádaiąc.

XIĘ-



XIĘGA III.
o dalszych przyczynach ruchu nie zawisłych od ciężkości.
ROZDZIAŁ I.
o wahaniu ciał sprężystych.
§. I.

Ciężar wyrównywaiący sile sprężystości strony.

Fig. 39.

Poznawszy iuż iakokolwiek ruch pochodzący od siły ciężkości, zastanówmy się teraz nad ruchém nie iuż od ciężkości, ale od innych iakich sił pochodzić mogącym tak n. p. od sprężystości. Siła ta, iak wiémy, (Wstęp X. 1. 2. 3. 4. 5.) znayduiąc się w rozmaitych ciałach, znayduie się téż i w stronach muzycznych bądź z kiszek zwiérzęcych, bądź z jedwabiu, bądź z jakiégo kruszczu zrobionych. Strony takowé, gdy naciągamy, przedłużaią się i razém dla sprężystości swoiéy usiłuią skurczyć się, a to ieszcze z tém większą siłą, im mocniéy są naciągané. Skoro się więc strona siłą iaką zewnętrzną wypręża i nie powraca do dawnégo stanu, lecz zostaie w równowadze, w takowym razie, siła iéy sprężystości, wyrównywać musi sile zewnętrznéy onę naciągaiącéy; gdyż dwie siły wprost przeciwnie na się działaiąc, nié mogłyby się znieść, nie będąc równémi. Skąd się wnosi, że łatwo znaléźć

łéżć można ciężar, któryby w każdym przypadku wyrównywał sile sprężystości danéy strony, a przeto też siłę sprężystości można odnosić do ciężkości. Niech więc AB wyraża stronę poziomą założona na dwóch kółkach niewzruszonych A i B, (gdzię przypuszczamy, że naymnieyszégo tarcia nié masz) zawieśmy na niéy dwa ciężary rowné P i Q; naciągana więc będzie taż strona siłą czyli ciężarém P + Q = 2P, a tak tedy siła iéy sprężystości będzie w tym razie = 2P.

§ II.

Siła sprężystości na dół albo w górę nagląca punkt srzedni strony poiedyńczéy.

Dlá należytégo wyrozumiénia ruchu w rzeczonéy stronie od iéy sprężystości pochodzącégo, przypuśćmy, że taż strona AB iest poiedyńczą (simplex) to iest, że iest giętką liniią bezciężką, któréy cała miąższość znayduie się zebraną w srzednim iéy punkcie; dáymy ieszcze, że tenże punkt srzedni siłą iaką zewnętrzną, albo się zniżá do E albo się podnosi do D, w takowém więc zdarzéniu, znayduiąc on się na E ciągniony będzie od ciężarów P i Q w kierunkach EB, EA, znayduiąc się zaś na D, téż ciężary ciągnać go będą w kierunkach DB, AD. Połóżmy, że liniia CD = CE, liniie DB i AE, iako téż i liniie AD i EB będą równoodległé i równé; że zaś i ciężary P, Q są także równé, mogą się więc wyrazić przez liniie AD, DB, albo przez liniie AE, EB. Zaczém siła

złożo-

złożoná w obydwóch przypádkach będzie $= DE$ (Xię. II Rozd. I. §. 14.) i tą to siłą punkt srzedni strony naglony będzie w górę, albo na dół: ma się więc taż siła złożoná do ciężaru P, iak DE : EB. Gdy więc liniia ED iest znacznie mała względém strony AB, (iak powszechnie uważá się w ruchach stron) liniie EB i CB niemal zupełnie równé są. Zaczém w takowym przypádku możná powiedzieć bez znacznégo błędu, iż zebraną miąższość w E nagli siła $\frac{P.\ EC}{BC} + \frac{Q.\ EC}{AC} = \frac{2P.EC}{BC}$ w kierunku ED, i że na każdém innćm mieyscu n. p. na F, ténże sam punkt naglony iest w kierunku ED siłą $= \frac{2P.\ FC}{BC}$; przeto że siła w F, iest do siły w E $=$ FC: EC.

§. III.

Strona natężoná wahá się, będąc uderzoná.

Jeżeli więc srzedni punkt strony AB pewną siłą zewnętrzną zniżá się na E, skoro ta siła działać przestaie, punkt w górę idzie przez liniią EC, a idzie siłą sprężystości taką, która na którémkolwiek mieyscu n. p. na F. iest w stósunku mieysca FC przebieżonégo iak w tym razie FC, iest więc oná nie iednostayná, gdyż od samégo dołu ustawicznie się zmnieyszá, a w reszcie na C zupełnie ginie. Ta więc siła bieg punktu po linii EC ustawicznie przyśpieszá, tak dalece, że prędkość iego na C iest naywiększá. Z tą zaś prędko-

ścią

ścią nabytą punkt nad C wstępuie ku D, a że i na owém mieyscu taka siła znowu go pędzi do C, która zawsze iest w stósunku mieysca przebieżonégo nad C i która tém samém ustawicznie się pomnaża; przeto bieg punktu przez tę siłę już się opóźnia ustawicznie, a w reszcie nad D cale ustaie; już znowu z tąż samą siłą zstępuie ku E, a potém wstępuie ku D, zaczém śrzedni punkt strony waha się biegiém koleynym raz przyśpieszonym, drugi raz opóźnionym i wahałby się bez przestanku, gdyby drganié stron muzycznych, i przez tarcié w mieyscach A i B i przez opór powietrza ustawicznie się nie zmnieyszało. Podobnym sposobém wykłada się wahanié strony, gdy ią w początku siła zewnętrzna nagli ku D.

§. IV.

Niech będzie miąższość strony poiedyńczéy zebrana w srzednim punkcie téyże strony = p, a siła iéy sprężystości = 2 P, nad to niech połowa strony BC ma taki stósunek do wahadła poiedyńczégo ON maiacégo na końcu N ciężar p. iak 2P: p. Podnieśmy stronę i wahadło tak, żeby liniia QL prostopadła do ON była = CE, a będzie siła, która porusza wahadło na

Wahania stron poiedyńczych są równoczesné.

Fig 40 i 41

$L = \frac{p \cdot QL}{ON}$. (Xię. II. Rozd. IV. §. 6.) siła zaś, przez którą się strona porusza na

E =

$E = \frac{2P \cdot EC}{BC}$ (§. 2.) a zatém té siły są sobie równé, bo QL = CE, i BC: ON = 2P: p. Niech znowu będzie siła w wahadle na $M = p \cdot \frac{PM}{ON}$ siła zaś w stronie na $F = \frac{2P \cdot CF}{BC}$ a zatém poślednia znowu rowna się piérwszéy sile, bo CF = PM. Jéżeli tedy wahania są bardzo małé, niemal zupełnie będzie ML = FE i srzedni punkt strony i nayniższy wahadła iednakową miąższość maiącé na mieyscach równie od E i L odległych, równémi siłami są naglone. Zaczém srzedni punkt strony w tén sposób rusza się, iak gdyby ciężarém własnym po łuku LMN zstępował. Prawda, że rzeczonégo punktu drogą iest liniia prosta, lecz że punkt po łuku koła zstępuiący, nic cale nie traci z biegu swego choć się ustawicznie odmiénia iego kierunek (Xię. II. Rozd. IV. §. 3.) a przeto bieg iest tenże sam, czyli to punkt po linii prostéy idzie a siła go nagląca ustawicznie iednakowy ma kierunek, czyli po linii krzywéy, a siła zawszę ma kierunek iey styczney. Zaczém i strona BA w tymże samym czasie raz się waha, w którym i wahadło ON. A że wahania wahadeł nader małé są równoczesné (Xię. II. Rozd. IV. 13.) więc i wahania stron bardzo małé są także równoczesné.

§. V.

§ V.

Niech będzie długość strony poiedyńczéy BA = L, wahadła także poiedyńczégo długość ON = l, będzie $\frac{1}{2}$ L: l = 2P. p (§. 4.) zatém l = pL. A że czas wahania
4P.
wahadłowégo iest √l (Xię. II. Rozd. IV 14) to iest: iak √pL idzie stąd, że strony tém
4P
powolniéy wahaią się, im są cięższe czyli grubszé i dłuższé, tudziéż im słabiéy są naciągnioné. Prawda, że strony muzyczné używané do instruméntów są składané a nie poiedynczé, a zatém nie wahaią się ráz w tym czasie, w którym strony poiedyńczé iednako długié i iednako natężoné wahaią się, iednakże byleby tylko wszędzie iednostaynie były grubé, czasy iednego wahania także są w stósunku dwudzielnym to iest w prostym ich ciężarów czyli miąższości i długości, a odwrótnym sił naciąganych, oraz wszystkié drgania bardzo małé, są równoczesné.

Czas iednego wahaniá strony zależy od iéy ciężaru długości i siły ią naciągaiącéy

§. VI.

Wszakże trzeba mieć wzgląd i na grubość stron muzycznych. Gdy bowiém stronę ciągniémy do góry albo na dół, ta w saméy rzeczy staie się dłuższą, a zatém mnieyszéy grubości nabywá, tak dalece, że iéy cząstki dlá dziurek próżnych różnéy wielkości rozmaicie od siebie odległé,

Dwoiáki ruch w ciáłach dzwięk lub brzmiénié wydaiących.

(Wstęp

(Wstęp XV. 9.) schodzą się zwłaszcza gdy ią uderzamy ciałém twardém, albo sprężystém. Zaczém rzeczoné cząstki namienionym sposobém ściśnioné odskakuią i na około się rozchodzą. Że zaś tén zbieg cząstek i uderzénié się wzaiémné, tylé się razy powtarza, ile razy strona odbywa wahanià, albo ié zaczyna; przeto cząstki w stronie bez przestanku koleyno, to przystępuią, to odstępuią od siebie, to iest drgaią, kiedy więc strona i owszém każdé inné ciało brzmiénié lub dzwięk wydaie, dwa w niém ruchy znayduią się to iest drganié całkowité, które mniéy lub więcéy odmiénia kształt ciała, i iest prawdziwie tém, co nazywamy wahaniém, i drganié cząstkowé, które zdaie się bydź prawdziwą przyczyną dzwięku; gdyż pociągnąwszy po stronach skrzypców smyczkiém łoiem nasmarowanym, strony te wahaią się tylko, a przeto odmiéniaią kształt swóy, ale nie wydaią żadnégo głosu: przeciwnie zaś smyczek natarty żywicą twardą ciągnąc po stronach, téż strony brzmią.

§. VII.

Blachy sprężysté wahaią się.

Nie tylko strony, ale inné ciała sprężysté drgaią i dzwięk wydaią. I tak tafla kruszczowa albo szklanna, czyli ogólnie mówiąc blacha twarda i sprężysta drga czyli iednym tylko końcém iest utkwiona czyli obudwoma czyli na nici wisi.

Niech

Niech będzie n. p. takowa blacha prosta CD utkwiona w murze AB, gdy ią uderzeniém nagniémy do CE, nie tylko powróci sprzężystością swoia do dawnégo kształtu, i do prostégo położénia CD (Wstęp X. 3.) ale nadto przychodząc na CD, a maiąc tam nabytą pewną prędkość, musi postąpić do CF, stamtąd zaś siła sprężystości znowu ią odciąga, i tak nakształt strony waha się, o czém nas doświadczénié przekonywa. Zawiesiwszy zaś blachę AB, na nici AC, gdy ią uderzamy w mieyscu n. p. D w témże mieyscu nakrzywia się w kształt AEB, który kształt potém natychmiast odmiénić a zatém wahać się musi, z przyczyny sprężystości swoiéy. Wreszcie blachy sprzężysté maią także owo drganié wewnątrz, gdy się wahaia, przez które cząstki ich koleyno do siebie to przystępuią, to odstępuią, owszém to drganié w nich iest znacznieysze niż w stronach.

tak iak strony.

Fig. 42.

Fig. 43.

§. VIII.

Niech będzie obręcz ADBE twarda i sprężysta, któréy srzodek iest C, srzednica zaś DE do drugiéy srzednicy AB prostopadła. Rzeczoną obręcz w jakikolwiek sposób zawiesiwszy, gdy ią wewnątrz na A uderzamy, w owém mieyscu na kształt blachy prostéy sprężystey zawieszonéy, naybardziey się wygina, a zatém z okrągłéy odmiénia się w podługowatą od A do B.

Jak drgaią dzwony i inne ciała podobné

Fig. 44

Zaczém sprężystością swoią potém nie tylko do dawnégo kształtu powraca, ale punkta A i B, bliżéy ieszcze niż zrazu do siebie przystępuią, tak dalece, że obręcz znowu się robi podługowatą, ale ku stronie DE: zaczém odległości AB i DE na przemiany iuż się powiększaią, iuż zmnieyszaią, i tym to sposobém obręcz drga, z czego się okazuie iakim sposobém dzwony naczynié szklanné, i inne tym podobné ciała, które niby z wielu obręczy iedne na drugie włożonych składaią się, dzwięk czynią gdy w nié uderzamy.

§. IX.

Wysokość tonów zawisła od liczby drgań czyli wahań w pewnym czasie odbywaiących się.

Gdy się w stronie zmnieyszá albo długość albo grubość, albo gdy ią większą siłą natężamy, taż strona zawsze daie ton ostrzeyszy niż piérwéy dawała, z czego się pokazuie, że tém wyższy iest ton, im strona prędzéy drga, a tém niższy, im powolniéy drga (§. 5.). Zaczém wysokość każdégo tonu zawisła od liczby drgań w pewnym czasie sprawionych, tak dalece, iż gdy wzruszénia powietrza od ciała brzmiącégo sprawioné aż do uszu naszych dochodzą, my z saméy równości przeciągów czasu, w których owé wzruszénia iedné po drugich następuią ton a nie dzwięk słyszymy (Wstęp X. 28.). Przeto gdy dwie strony brzmiąc razém różné wydaią tony, można będzie wynaléźć stósunek między témiż tonami, to iest, stósunek

mię-

między liczbą drgań czyli wahań, które obydwie strony w pewnym czasie odbywaią. Na tén koniec używa się *narzędzié iednostronne* (instrumentum monochordum) na którém strona iednostaynéy grubości zawsze równą siłą nateża się, ale raz ią przedłużaiąc, drugi raz skracaiąc. Jakoż liczba wahań w pewnym czasie od strony odbytych iest iak $\sqrt{\frac{4P}{p.L}}$; (5) wziąwszy więc P za ilość stateczną, p zaś w stósunku długości L, rzeczona liczba wahań będzie iak $\sqrt{\frac{1}{LL}}$ czyli iak $\frac{1}{L}$. Strona więc we dwoie dłuższa dwa razy, we troie dłuższa, trzy razy i t. d. powolniéy drgać będzie, gdy inné okoliczności są iednakie. Podobnież inne przypuszczénia czyniąc nad ilościami P, p, L różné wyciągniémy wnioski względém liczby drgań stron w różnych okolicznościach. Ton więc każdy ma swoie określénié, i dla tego żadnégo zgoła tonu nie słyszymy, gdy strona albo zbyt prędko, albo nadto powoli drgania swoie odbywa.

§. X.

Ton, do którégo inné odnosimy nazywa się *tonem głównym* (tonus principalis). Jeżeli dwie strony w równym czasie robią liczbę drgań w stósunku 1: 2 tony ich na- Względność tonów.

zywámy *osemkami* (octava) iest więc piérwszy względém drugiégo osémką niższą, a drugi względém piérwszégo osémką wyższą. Ton, który co do liczby drgań iest względém drugiégo iak 2: 3 nazywá się *piątką większą* (quinta major) tego ostatniégo; kiedy zaś iak 4: 5 *tróyką większą* (tertia major); kiedy 5: 6 *tróyką mnieyszą*; kiedy 3: 4 *czwártką większą* (quarta major), kiedy 5: 8 *szóstką mnieyszą* (sexta minor) i t. d. I té to tony nazywaią się *czystémi* czyli *całkowitémi*: są inné nieczysté, czyli *umiarkowane* (intervala impura vel temperata) któré albo nie dochodzą całkowitych, albo ié przewyższaią, i té w brzmiéniu zdaia się prawie nic nie dochodzić od całkowitych. I tak piątka większá względém swego głównégo tonu nie iest zupełnie w stósunku 2: 3, ale 2: $\sqrt[4]{80}$ czyli 2:2,9906; chociaż zaś wszystkié prawie tony wyiąwszy osémkę na zwyczaynych narzędziach muzycznych nie są ze wszystkiém całkowité, wszelako uszom naszym są przyiemné. Skąd wnieść musimy, że przyiemność niektórych tonów muzycznych razém słyszanych nie pochodzi od prostości ich stósunków czyli całkowitości (*).

§. XI.

(*) Dlá dokładnieyszégo rozpatrzeniá się i objaśniêniá w téy materyi może Nauczyciel, gdy znaydzie sposobność, udać się do xiążki iakiéy o Mu-

§. XI.

Strony nazywaią się zgodnémi (chordæ harmonicæ) gdy tony od nich wydane są w stósunku 1: 1, albo 1: 2 albo 1: 3 albo 1: 4 albo 1: 5, albo 1: 6 i t. d. Doświadczénié zaś pokazało, że takié strony, gdy są blizko siebie, poruszywszy iednę, która w tym razie będzie główną i inné natychmiast drgać zaczynaią: drugie zaś strony z piérwszémi niezgodné nic się nie wruszaią, choć są bliższémi strony główney. I to ieszcze strony wyższégo tonu wahaią się tylko, gdy główną stronę poruszamy, lecz strony niższégo tonu tak się poruszaią, iakby ie na części równé przedziélały iakie punkta nieruchomé albo węzły, z których części każda z osobna w takowymże czasie drga, w jakim i główna strona. Ton wyższy, który się ma do tonu głównégo iak 2: 1, iest osémką piérwszą, tén który, iak 4: 1, osémką drugą, ten który iak 3: 1 albo iak 3 × 2: 2×1 osémką piątki większéy, a który iest, iak 5: 1 =5×4:4×1 zowié się osémką drugą tróyki większéy tonu głównégo (§. 10.). Podobnymże sposobém ton niższy, który się ma do tonu głównégo iak 1: 3=1×4: 4×3, iest osémką drugą czwór-

Strony zgodné.

---

o Muzyce n. p. Pana Dallemberta lub Russeau, alboli téż do znaiącégo dokładnie muzykę, z Uczniami zaś niecháy się obszérniéy w téy materyi nie rozwodzi, ale niech tylko ogólny im tego obráz wystawi.

czwórki mnieyszéy, tén który, iak 1: 5 = 1×8: 8×5, iest osémką trzecią szóstki mnieyszéy tonu głównégo (§. 10.). Nauczá zaś doświádczénié, że coraz z toném iedno brzmiącym i osémkami tonu głównégo słyszeć się daią osémki wyższé piątki i tróyki większéy, iako téż i osémki niższé czwartki i szóstki mnieyszéy, i wráz ustaią z toném głównym. Wszakże tony te różné razém słyszané pospolicie słabé są.

§. XII.

Wykład brzmiéniá stron zgodnych.

Jeszcze Galileusz doświádczył, że i znacznie ciężkié wahadło lekkiém dmuchaniém widocznie poruszané bydź może, ieżeli to dmuchanié zawsze się dzieie w równych czasu przeciągach, w tak wielkich, iakich wahadło potrzebuie do odbyciá iednego wahaniá całkowitégo. Lecz ieżeli rzeczoné przeciągi czasu większé są albo mnieyszé, wtedy dmuchaniém wahadło znacznie się nie poruszá. Ztąd się okazuie, że gdy strona głównâ za każdém wahaniém pędzi powietrzé na blizkie strony, tedy strony téż podobnym sposobém iak wahadło owém bardzo małém powietrza uderzaniém znacznie się poruszaią, a to wtedy, kiedy téż uderzaniá powtarzané są zawsze zgodné z ruchém stron: przeciwnie zaś dzieie się, gdy uderzaniá takowé są przeciwné i niezgodné z drganiami ich. Toż samo się prawdzi i na innych ciałach sprężystych; i tak naczy-

czynia szklanné częstokroć znaczny dzwięk wydawaią, będąc zbliżoné do ciał brzmiących, owszém niekiedy kruszą się od tego.

§. XIII.

Częśći dzwona dzwięk wydaiącégo, są iakoby strony zgodné.

Wystáwmy sobie w myśli, że iaki dzwon iest podzielony na obręcze bardzo cienkié i od podstawy równo odległé, i że żadnégo między témi obręczami nié ma spoiénia, a iawna iest rzecz, że każda z takowych obręczy iest na kształt strony napiętéy, i ton iey zawisł od szerokości i grubości, tak właśnie iako i ton zależy od iéy długości i grubości (5.). Zaczém gdy wszystkie obręcze, takiémi są w swoiéy wielkości, iż w równym czasie swoie wahanié osobné odbywaią, poruszywszy razém wszystkié w jednakowy sposób wszystkié także iednakowo ściągać się i rozciągać razém będą i w jednymże czasie wszystkié oraz iednakowy ton wydadzą. Gdy więc wszystkié obręcze w ten sposób drgać mogą nawet w tén czas, gdy są spoioné z sobą, iawna iest rzecz, iż dzwon cały w tén czas nawet gdy iego części są złożoné tymże sposobém brzmi i ténże ton wydaie, który poiedyńczé iego obrączki wydaią każda z osobna, lecz daleko mocnieyszy. Ta rzecz potwiérdza się nawet przez doświadczénié, gdy ténże sam ton słyszymy, gdy w dzwón szklanny iakim pręcikiem mocno uderzámy, bądź lekko igłą tylko po nim drapniśmy. Gdy bowiém

wiém po dzwonie igłą drapiémy, niektóré tylko obręcze iego bardzo mało wzruszaią się, lecz gdy go mocno uderzamy w jakię mieyscé, uderzanié w krótkim czasie rozchodzi się po całym dzwonie, i każda z osobna obrączka dla spoiénia swoiego z jnnemi, tak się wzaiémnie poruszaią, iak strony sobie blizkié brzmią przez poruszénié pośrzedniégo między sobą powietrza (12.). Zaczém ieżeli obręcze zgodné drganié drugich powiększaią, słyszymy ton mocny często z jnnemi tonami zgodnémi pomieszany i cały dzwon za ustaniém bicá przez nieiaki czas znaczny drgać i brzmieć nie przestaie. Lecz ieżeli mało iest zgodnych z sobą obręczy, uderzywszy w dzwon, wychodzi tylko dzwięk z wielu tonów słabych, bardzo różnych między sobą złożony i ruch iednéy obręczy ruchém drugiéy przytłumiá się, t k dalece, że gdy uderzénié przestaie, i dzwięk natychmiast razém ginie, co się zdarzá w tym razie, gdy dzwon iest spękany w jakiém mieyscu, a zatém ma wiele obręczy rozerwanych; gdyż obręcz rozerwana, ani iednakowym sposobém ani w takim czasie nié może się wahać, w ktorym obręcz nie zepsutá swoie drganié odbywa.

§. XIV.

Które ciała

Podobnież się dzieie i z jnnémi ciałami tęgiémi, które znacznie są sprężysté; gdyż ich cząstki są nakształt stron napiętych,

tych, w których na tén czas tylko postrzégámy znaczną sprężystość, gdy są natężoné. Zaczém téż wszystkié ciała takie uderzoné, albo ton daią albo dzwięk, i wysokość tonu w nich zawisła od grubości ich i długości. Ogólnie zaś mówiąc ciała albo zbyt długié lub nad to grubé, albo nad to szczupłé lub krótkié, uderzoné nie daią tonu, bo albo bardzo powoli cale drgaią, albo bardzo prędko (9.). Lecz ieżeli przyzwoitą maią grubość i długość, a taki kształt, że się wielé części w nich znayduie z sobą zgodnych, daią ton; że zaś nié może to bydź, ażeby zgoła wszystkié ich części, w tymże samym czasie razém drgały, ton, który wydaią pospolicie zmiészany iest z różnémi stronami zgodnémi, a dosyć wydatnémi. Jaki bywá ton dzwonów iako też graniastosłupów stalowych przydłuższych na nici zawiészanych. We wszystkich ciałach przygrubszych znayduią się cząstki niezgodne z sobą, lecz ieżeli ich liczba względem części zgodnych iest bardzo mała, w takim razie ani dzwięk od nich wydany do uszu naszych dochodzi, ani ich ruchém drgania części zgodnych znacznie osłabioné bydź mogą. tegié wydaią ton, gdy w nie uderzámy.

§. XV.

Wszelkié drzewo składá się z włokién różną grubość i sprężystość maiących, które są spoioné inną materyą, ani tak Drzewo

sprę-

sprężystą ani tak tęgą iak są samé włokna. Zaczém gdy té włokna lubo razem drgaią wcale w przeciągach czasu bardzo różnych, przeto drzewo za uderzéniém w nie, nie wydaie tonu ale tylko dzwięk, który iednak do natężénia tonów pospolicie bardzo iest zdatny. Jeżeli bowiém dosyć nie wielką ma w sobie grubość, wszystkié iego włokna, w nieiaki sposób drgać mogą, i za uderzéniém od powietrza wzruszać się tym sposobém, w którym się wzruszaią strony brzmiéniém tonu głównégo (11.). Że zaś włokna bardzo różną maią sprężystość i grubość, każdy ton blizki bądź iest wyższy bądź niższy, znayduie dla siebie niektóré włokna zgodné w drzewie, których wzruszeniém natężà się. Z téy przyczyny w narzędziach muzycznych pod stronami prawie zawsze znayduie się drzewo ciéńkie, wydrążoné, przez któré tony stron niewymównie się powiększaią.

Zdatné iest do powiększania dzwięków

§. XVI.

Każdy ton iakiżkolwiek poiedyńczym się wydaiący z wielu tonów iest złożony. Albowiém nie tylko owé części samé ciała brzmiącégo, od których ton pochodzi odmiennie wysokié daią tony (§. 15.) ale nad to i innych części bardzo wielé, owszém inné ciała blizkie na około, ponieważ niemal wszystkié są sprężysté, wstrząsaią się pospołu i własné dzwięki w ró-

Różnica między głosami iednakowéy wysokości w różnych ludziach i

w różnéy wysokości daią, które to dzwięki wszystkié z dzwiękiém głównym w uchu naszém zupełnie zmieszané, gdy są względém niego bardzo słabé, od tegoż tonu głównégo rozeznané bydź nié mogą, ale nadaią mu iakowąś własność, któréy słowami wyrazić nié można. I tak dobrze rozeznaiémy tony równie wysokié, które różné narzędzia muzyczné wydaią, owszém i głosy rożnych ludzi iednakowo podniesioné albo zniżoné; ponieważ pomiészanié to różnych dzwięków piérwiastkowych w każdym głównym dzwięku słyszanym, koniecznie nieoddzielné od narzędzia muzycznégo, oraz i głosu człowieka, inné iest w iednym a inné w drugim.

narzędziach.

§. XVII.

Strona gdy brzmi, bardzo prędko drga, gdyż tak zwolna drgaiąc, iżby iéy drgania pod widzénié podpadać mogły żadnégo dzwięku nie wydaie. Nie tylko zaś strona w prost leżąca drga, ale i w koło stoczona. Tak blacha stalowa cieńka kształtu wężokrętego, iednym końcém utkwiona, ieżeli iey drugi koniec siłą zewnętrzną ciągniémy, za ustaniém siły ciągnącéy, drgać zaczyna. Że bowiém siła zewnętrzna iéy zakręty sciąga, sprężystość natychmiast wywiérać się zaczyna, i przywodząc blachę do dawnégo kształtu (Wstęp X. 3.) za ustaniém siły zewnętrznéy też zakręty zno-

Drôcik wężokręty dla czego się znayduie pod wagorrnchém w zégarkach kieszonkowych czyli sprężyną.

znowu rozprzestrzénia. Ale zakręty zabawiaiącé się prędkością nabytą daléy za swe położénié piérwszé wychodzącé, taż sama siła sprężystości znowu ściąga, i tym to sposobém blacha kołysze się ściskaniém i rozszérzaniém koleyném swoich zakrętów. Że zaś drgania blachy są bardzo podobné do wahań w stronach, a zatém i w równym czasie każdé z nich dzieie się, ieżeli są bardzo małé, przeto można ich użyć do umiarkowania ruchu w zegarkach kieszonkowych, w których dla tego do osi wagoruchu, iedén koniec drótu stalowégo wężokrętégo iest przyprawiony, drugi zaś do skazówki pod wagoruchém będącéy. Gdy bowiém wagoruch raz przed się, drugi raz wstecz idzie, ściąga téż albo rozszerza koleyno zakręty drótu, ale wzaiémnie przez moc drótu wagoruch raz wprost pociągniony, drugi raz wstecz cofany bywa. Gdy tedy drót swego ruchu odbywać nié może, tylko w przeciągach czasu równych, więc do iednostaynego biegu zégarkowi pomaga. Hugéniusz był piérwszy, co tym sposobém zégarki kieszonkowé poprawił. Jému także winniśmy wynalazek zégarów wahalnych w Astronomii bardzo użytecznych.

§ XVIII.

Zégary ze sprężyną

Im bardziéy ściskaią się kółka rzeczonego dróta stalowégo, tém bardziéy powiększa się iégo sprężystość ; z téy przy-

czy-

czyny skazówka, do któréy iak mówiliśmy ieden koniec drótu iest przyprawiony, w tén sposób iest ruchoma, że drót, gdy skazówka w jednę stronę porusza się, bywa ściśnioną, a tém samém spiesznièy się waha, gdy zaś w drugą stronę skazówka idzie drót się opuszcza i powolniéy wahania swoie odbywa. I tym to sposobém bieg zégarka, gdy iest powolnieyszy albo prędszy niż potrzeba, może bydź poprawiony. Ale ogólnie mówiąc tén stalowy drót wężokręty nie z taką mocą w obrót kółek zégarkowych wpływa, z jaką wahadło: bo gdy zatamuiémy ruch wahadła, zégar natychmiast iśdź przestaie; lecz w zégarku kieszonkowym wagoruch zatrzymawszy palcém, skoro palec odeymiémy zegarek natychmiast iśdź zaczyna. Przeto bieg zegaru bez wahadła, nigdy nie iest tak iednostayny iak z wahadłém. Poprawił wprawdzie przed kilką laty Zegarmistrz Angielski *Harisson* zêgary nié maiącé wahadła, iednakowoż zdaie się iż ich nie doprowadził ieszcze do tego stopnia doskonałości, na którym są zégary wahalné.

nie tak idą iednostay nie iak zégary wahalné.

ROZDZIÁŁ II.

o uderzaniu się ciał.

§ I.

Między przyczynami, od których albo nowé biegi pochodzą, albo iuż będącé od-

Kiedy dwa

miéniaią się, uderzanié się ciał policzyć trzeba, uważać tu zaś będziemy samo tylko ciał o siebie uderzanié, bez względu na tarcié, na opór powietrza, na sprężystość, na ciężkość i wszelką inną przyczynę zewnętrzną. Zaczém ciało A, które bieży kierunkiém AD, a nie podléga działaniu żadnéy siły zewnętrznéy, nie odmiéni ani prędkości swoiéy, ani kierunku, ale biédz będzie iednostaynie dla swéy bezwładności liniią prostą (Xię. I. Roz. II. 2.); i chociażby téż ciało A stykało się z jnném ciałém B, przez to nie poniesie żadnéy odmiany w swym biegu byleby ciało B w jednakim z niém kierunku, równą albo większą ieszcze prędkością biégło. Lecz ieżeli, prędkość ciała B kierunku AD, albo mnieysza iest niż prędkość ciała A, albo cale żadna; ciało A, skoro się zetknie z ciałém B, żadną miarą daléy biédz nié może bez odmiany swego biegu, bo każde ciało iest nieprzenikliwé (Wstęp XV. 10.) a tak dzieie się iż uderzénié i bieg ciała A odmianie podpadać będzie przez uderzénie się o ciało B.

ciała uderzaią o siebie.

Fig. 45.

§ II.

Przez uderzanié się dwóch ciał, bieg ich odmianie podpaśdź może wtedy, kiedy iedno ciało względém drugiégo iest przyczyną zewnętrzną biegu. Summę zaś biegów obu ciał ku stronie AD otrzymamy, gdy bieg ciała A dodamy do biegu

Działanié (actio) wyrównywa odpo-

ciała

ciała B (Xię. I. Roz. I. 2.) i ten to bieg ani przez ciało A, ani przez ciało B w szczególności, lecz tylko przez siłę zewnętrzną odmienionym bydź może (Xię. I. Roz. III. 2.) Zaczém ponieważ wszelką przyczynę takową za oddaloną mieć chcieliśmy, iawna iest rzecz, iż ta summa przez uderzenié się ciał A i B bynaymniéy się nie odmiénia, ale taż sama zostaie po uderzeniu, która i przed uderzaniém była. Zaczém bieg w stronę AD, który przez uderzenié w ciele A ginie, cały w ciało B przechodzi, a zatém i tego ciała stan przez ciało A, iako przez przyczynę zewnętrzną odmiénia się. Zaczém we wszelkiém uderzaniu działanié ciała uderzaiącégo A wywarté na ciało uderzoné B łączy się z odporém ciała uderzonégo B wywartym na ciało uderzaiące A, i ten odpór zawsze iest równy działaniu, bo cale tyleż z biegu w tymże samym czasie uymuie się iednému ciału, ile się dodaie drugiému.

rowi (reactio).

§ III.

Uderzanié się w prost i na ukos.

Fig. 46.

W uderzaniu o siebie ciał naybardziéy wzgląd mieć potrzeba na téich powierzchnie którémi się dotykaią i trącaią. Niech będzie AB powiérzchnia iednégo ciała w któré drugie ciało uderza w punkcie C, kierowaniém DC do AB ukośném tak, żeby kąt DCB był ostry, iawno iest, że to ciało, którégo powiérzchnia iest AB nie ca-

łému

łému biegowi DC punktu uderzaiącégo czyni przeszkodę działaniém swoiém ; gdyż poprowadziwszy liniią DB do linii AB prostopadłą, i wykréśliwszy prostokąt DECB, bieg DC można rozdzielić na dwa biegi EC i BC, a zatém té dwa położyć zamiást tamtego (Xię. I. Rozd. I. 10.). A że bieg BC, ponieważ tu żadnégo tarcia nie przypuszczámy, cale żadnéy przeszkodzie nie podlégá od powiérzchni BA, przeto przez uderzenié odmiéniony bydź nié może. Zaczém tylko bieg EC ciérpi przeszkodę, i przez uderzénié się ciał odmianie podpádá gdyż iego kierowanié EC ze wszech stron iednakowo do płaszczyzny nachy oné żadnéy zgoła nie daie przyczyny, dlá któréyby punkt uderzaiący, któremu tén iedén bieg służy, raczéy w tę niż w jnną szedł stronę, tak dalec , iż rzeczonym biegiém na powiérzchni AB cale postępowáć nié może. To samo będzie choćby powiérzchniá, w którą uderzámy była krzywá, a płaszczyzna AB stykała się z nią w punkcie uderzéniá C. Zaczém powiérzchnią płaską, w którą uderzámy albo płaszczyznę, która się dotyká powiérzchni obydwóch ciał uderzaiących się, w punkcie ich uderzéniá się wzaiemnégo nazwawszy *płaszczyzną uderzéniá* (planum collisionis) tén tylko w tym razie bieg odmiéniá się przez uderzénié, który má kierunek prostopadły do takowéy płaszczy-

czyzny. Jeżeli zaś kierunek biegu w jednem ciele to iest: albo w uderzaiącem albo w uderzonem w obu znayduie się do płaszczyzny uderzenia prostopadły, uderzenie takowe nazywa się proste (collisio directa) względem tegoż ciała, ieżeli inaczey ukośne (obliqua): można bowiem toż samo przystosować do ciała uderzaiącego, cośmy powiedzieli o ciele uderzonem: bo w samey istocie iedno ciało daie odpór drugiemu z takąż siłą, z jaką uderzone bywa (z.).

§. IV.

Uderzenie się srzodkowe i mimosrzodkowe.

Rozróżnić więc należy w uderzeniu ukośnem bieg ciała uderzaiącego *od biegu uderzenia*, to iest, od biegu który się odmienia przez uderzenie (gdyż bieg ciała ukośnie uderzaiącego rozbiera się na dwa biegi: ieden uderzenia, drugi nie odmieniaiący się przez toż uderzenie): w uderzeniu zaś prostem bieg ciała uderzaiącego, iest razem biegiem uderzenia, a zatem i kierunek iego iest kierunkiem tegoż uderzenia, gdyż kierunek biegu uderzenia nie może bydz co innego, tylko *kierunek samego uderzenia*. Jeżeli kierunek ten przechodzi przez srzodek ciężkości ciała uderzaiącego lub uderzonego, (to iest przez ow punkt który srzodkiem ciężkości staie się, skoro tylko ciało bierzemy za ciężkie) na ten czas *uderzenie iest srzodkowe* (collisio centralis) względem tegoż ciała: ieżeli zaś inaczey się rzecz ma, toż *uderzenie iest mi-*

L mo

mosrzodkowé (excentrica). Jeżeli rzeczony kierunek przechodzi przez srzodek ciężkości w obydwoch ciałach, uderzénié też obydwoch ciał iest srzodkowé; ieżeli się inaczéy dzieie, uderzénié albo w jednéin albo w drugiém, albo w obydwoch mimosrzodkowé. Tak w kulę iednorodną nawet z ukosa, nié można uderzyć inaczéy, iak tylko srzodkowo (centraliter) w kulę zaś rożnorodną chyba mimosrzodkowo (excentrice); gdyż liniia prosta do powiérzchni liniy prosopadła, wszędzie do srzodka kuli zmiérza, a zatém i przez srzodek ciężkości téyże kuli przechodzi, skoro kula iest iednorodna; lecz pomiia srzodek ciężkości w kuli różnorodnéy, w któréy srzodek ciężkości nie tam iest, gdzie srzodek kuli przypada.

§. V.

Skutek uderzéniá srzodkowego.

Fig. 47.

Jeżeli ciało BEAD biegiém postępnym na linii BA punktém A wpada na ciało nieruchomé F, tenże punkt A pierwszy między wszystkiémi innémi punktami ciała, bieg swóy traci, a zatém w czasie uderzénia brać go należy za punkt nieruchomy, zaczém inné punkta wcale wywiéraią na siebie wzaiemne siły z pewném natężéniém, bo razém wszystkié tymże samym kierunkiém BA z równą prędkością iuż więcéy biédź nié mogą. Są zaś biegi postępné we wszystkich cząstkach ciała uderzaią-

rzaiącégo (ponieważ z iednakową prędkością idą) iak tychże cząstek miażości (Xię. I. Rozd. II. 5.) a zatém i té siły, którémi naprzeciwko sobie wzaiémnie działaią, i naprzeciwko ciału F, iako swóy początek biérącé, iedynie od rzeczonych biegów są w tymże samym stósunku. Zaczém téż siły tak się maią, iak siły ciężkości, które téż są w stosunku miąższości (Xię. II. Rozd. II. 1.). Zaczém ciało uderzaiącé chociaż w ninieyszych badaniach (1.) bierze się za bezciężkié, z tém wszystkiém na iedno to wypada, iak gdyby ciężyło w kierunku BA i było podparté w A. Jeżeli więc liniia prosta AB przechodzi przez srzodek ciężkości ciała C, to iest: ieżeli uderzénié iest srzodkowé, całé się ciało zastanowi, i całkowitą siłą swoią, iakby zebraną w C, działać będzie na ciało F. Lecz ieżeli O iest srzodkiém ciężkości ciała, za liniią AB położonym, a zatém ieżeli uderzénié iest mimosrzodkowé, co do ciała uderzaiącégo, część iego ADB póydzie w górę kierunkiém AB, druga zaś część AEB na dół opadnie (Xię. II. Rozd. III. 7.

§. VI.

Przez uderzania srzodkowé inny bieg powstać

Stąd łatwo przekonać się można, że przez uderzénié srzodkowé w żadném ciele inny bieg powstać nié może tylko bieg postępny: bo iakakolwiek iest prędkość srzodka ciężkości w ciele BDAE skoro tylko ten srzodek ciężkości przez

 ude-

uderzénié srzodkowé traci prędkość C, i wszystkié inné tegoż ciała punkta rowną tracą prędkość, a zatém bieg stracony w tym razie iest biegiém postępnym. Lecz ieżeli srzodek ciężkości C, ciała BDAE przez uderzénié traci prędkość C w stronę BA: na tén czas w istocie saméy nabywa prędkości = — C w stronę przeciwną AB. Zaczém ieżeli srzodek ciężkości iakiégo ciała przez uderzénié srzodkowé nabywa prędkości C, i AB iest kierunkiém tego nowégo biegu, rzecz iasna, iż przez toż uderzénié i inné punkta w ciele rówwney prędkości C nabywaią ku téyże saméy stronie, a zatém każdy bieg od uderzénia srzodkowégo pochodzący zawsze iest biegiém postępnym. Zaczém wszelkié ciało bądź uderzaiącé, bądź uderzoné przez uderzénié srzodkowé, innégo biegu nabydź nié może, oprócz biegu postępnégo, a zatém ieżeli przed uderzéniém albo spoczywało albo biegło, po uderzéniu téż podobnie albo spoczywa, albo biegiém postępnym uchodzi.

nié może tylko bieg postępny.

§ VII.

Dwie kule iednorodné i równé inaczéy o siebie uderzać nié mogą, tylko wprost i srzodkowo, byleby obydwa srzodki po iednéy linii prostéy biegły. Przypuśćmy, ze dwie kule iednorodné i iednakowéy wielkości bezciężkié w rzeczony sposób po płaszczyznie jeometryczném

Uderzénié prosté i srzodkowé ciał iednym kierunkiém bieżących.

iednostaynie się toczą bez żadnégo tarcia i oporu od powietrza, a potém iedna w drugą uderza. Niech będzie kuli uderzaiącey miąższość A, prędkość P, kuli uderzonéy miąższość B, prędkość Q, a będzie AP + BQ zbiór biegów przed uderzéniém (Xię. I. Rozd. I. 2. Rozd. II. 8.). Że zaś przez uderzénie prędkość iednego ciała ciągle się zmnieysza, drugiégo zaś pomnaża (2.) aż poki każda z nich nie stanie się równa prędkości C; bo wtedy uderzénie ustaie (1.): będzie więc summa biegów po skończoném uderzéniu, które biegi są biegami postępnémi, (6.) $= AC + BC$. Zaczém $AC + BC = AP + BQ$ (2.) i $C = \frac{AP+BQ}{A+B}$. Niech się n. p. toczą dwie kule równe iedna prędkością 7, druga prędkością 5, a będzie prędkość spólna C po uderzéniu się $= \frac{7+5}{2} = 6$. Jeżeli zaś iednéy kuli miąższość $= 2$, prędkość $= 7$, drugiéy zaś miąższość $= 1$, i prędkość $= 1$, będzie prędkość obóm spólna po uderzéniu $= \frac{14+1}{3} = 5$.

§ VIII.

Jeżeli Q iest $= 0$, to iest, ieżeli iedna kula przed uderzéniém spoczywa, prędkość Uderzénié

się prosté i srzodkowe dwóch ciał z których iedno spoczywá.

kość spólná po uderzéniu iest $= \frac{AP}{A+B}$.
Niech n. p. uderzá kula miąższości 2, z prędkością 5, w kulę spoczywaiącą któréy miąższość iest = 3; a będzie prędkość obu kul po uderzéniu $= \frac{10}{2+3} = 2$. Gdyby zaś miąższość kuli uderzonéy była nieskończénie wielka (Wstęp XV. 2.), wtedy byłaby prędkość po uderzéniu nieskończénie mała, to iest = o; gdyż tak się má ta prędkość do prędkości skończonéy P, iak ciało skończonéy wielkości A do ciała nieskończénie wielkiégo A + B. Zaczém miąższość A wszelkiégo biegu pozbywá się, gdy uderzá w jakie ciało mocno spoione z ziemią, którá iest wielkości nieskończonéy prawie względém ciał ziemskich. I z téy to przyczyny takowé ciała wszystkié, *nieruchomemi* się nazywaią.

§. IX.

Uderzénié się prosté i srzodkowé ciał bieżących w kierunkach przeciwnych sobie.

Lecz ieżeli ciało B przed uderzéniém bieży w kierunku wprost przeciwnym z prędkością Q, wtedy summa biegów obu kul przed uderzéniém, podług kierunku biegu ciała A, iest AP — BQ, a zatém $C = \frac{AP - BQ}{A + B}$ (Xię. I. Rozd. I. §. 3.). Niech będą n. p. ciał miąższości A i B iako téż ich prędkości P i Q równé; a wtedy

będzie

będzie C = 0; a zatém po uderzéniu oba ciała zostaną w spoczynku. Jeżeli zaś miąższość ciał oznaczona przez 2, z prędkością 8, uderzą w ciało oznaczoné przez miąższość 1, któré z przeciwnéy strony bieży prędkością 1, w takim razie będzie

$$C = \frac{16 - 1}{3} = 5,$$ to iest: oba ciała po uderzéniu, w kierunku ciała uderzaiącégo, póydą z prędkością 5; lecz ieżeli ciało miąższości 1, poruszoné prędkością 1, uderzą w ciało miąższości 2 naprzeciwko sobie bieżącé z prędkością 8, w tym razie

będzie $C = \frac{1 - 16}{3} = -5$, a zatém oba ciała po uderzéniu póydą w kierunku ciała uderzonégo, i tak ogólnie mówiąc, w takowym przypadku prędkość spólna po uderzéniu iest w tym kierunku, który większému biegowi przed uderzeniém służył.

§. X.

Siła sprężystości sprawuie odmian w uderzaniu się ciał.

Wszystkié ciała chociażby naytwardszé uderzywszy się mniéy lub więcéy ściskaią się w części wzaiémnego dotykania się, tak n. p. kula z słoniowéy kości spuszczona na tablicę oleiém nasmarowaną zostawuie plamę w oleiu, i to tém większą, im z wyższégo mieysca spada; z czego się iawnie pokazuie, iż w rzeczonéy kuli dolna część tém bardziéy się ściska im kula z większą prędkością w tablicę uderza.

Zaczém

Zaczém w każdém uderzéniu się nie tylko iakaś część siły zawsze ginie, która się obrácá na odmiehiénié kształtu w ciałach, a nie na sprawiénié biegu, oraz łatwo widzimy, że té ciała w których siła sprężystości iest znaczna, tąż siłą do dawnégo stanu powracaią, a zatém biegi ich odmiéniaią się. Obaczmy więc iakim sposobém uderzénié się przez siłę sprężystości, odmiénia się, i dla tego przypuśćmy, że tylko rzeczona siła, razém ściśniéniém części w ciałach o siebie uderzonych znayduie się a inné przyczyny zewnętrzné, któréby bieg odmiéniały, żadné zgoła nie wchodzą.

§. XI.

Kula sprężystá ude-rzywszy się o płaszczyznę twardą nieruchomą odska kuie.

Fig. 48.

Jeżeli więc kulę, którą mniemamy doskonale sprężystą i bezciężką rzucamy na płaszczyznę AB, którą płaszczyznę mniemamy bydź znowu doskonale twardą, a kula w nię prostopadle uderzá, iawna iest rzecz, że cały bieg kuli płaszczyzna niszczy, którá to płaszczyzna, że wziętá iest za nieruchomą, możná ią brać za cząstkę powiérzchni drugiéy kuli niezmiernie wielkiéy (8.) i że kula piérwszá przez uderzénié ściśniéniu podlégá, tak dalece, iż srzednica DC zmnieysza się i po skończoném uderzéniu iest = GC (10.) Zaczém przez doskonałą sprężystość kuli punkta D i C, po uderzéniu do dáwnéy odległości natychmiást powrácaią (Wstęp X. 6.)

6.). A że punkt C nié może biédz w kierunku CH, bo płaszczyzna wzięta iest za zupełnie twardą; przeto górny punkt kuli zwraca z G na D, a zatém cała kula odskakuie na téyże saméy linii pionowéy CI, po któréy biegła przed uderzeniém.

§. XII.

Kula doskonale sprężysta, z iaką prędkością uderza się o płaszczyznę twardą nieruchomą, z taką od niéy odskakuie.

Srzodek kuli na początku uderzénia znayduiąc się n. p. na O, ma całkowitą prędkość swoię to iest taką, iaką miał przedtém: prędkość ta w samém uderzéniu co raz bardziéy osłabia się, a to w miarę zbliżania się tegoż srzodka do płaszczyzny AB. Osłabia się zaś siłą sprężystości kuli, która tém większa iest, im bardziéy kula ściska się (Wstęp X. 7) czyli co iedno iest, im bardziéy srzodek przybliża się do płaszczyzny uderzonéy: kiedy więc srzodek kuli przyydzie na N, siła sprężystości będzie iak ON, kiedy przeydzie na P, iak OP. Ale ieżeli wtedy kiedy srzodek iest na P, wszystek bieg kuli ustaie, ustać też musi w tymże moméncie i bieg iéy srzodka, a zatém siła sprężystości natychmiast go stamtąd cofać pocznie aż do O. Widzimy więc, że w tym razie ruch srzodka kuli wcale tenże sam iest, co i ruch punktu srzedniégo strony (Rozd. I. 3.) to iest waha się. A tak tedy przyszedłszy nazad do O odzyskuie prędkość, którą miał przed uderzeniém, a tém samém i cała kula z tą samą prędkością odskakuie od

płasz-

płaszczyzny, z którą o nią się uderzyła. Czasy też wahań kuli zawsze będą równé, gdyż mieyscé OP, zawsze iest nader małé, (acz w rzeczy samey większé lub mnieyszé iest podług większéy lub mnieyszéy siły uderzénia). Czas więc całkowitégo uderzénia zawsze będzie równy w téyże saméy kuli, bądź ona mocniéy, bądź słabiéy uderzá płaszczyznę AB, to iest bądź więcéy bądź mniéy ściská się na téyże płaszczyznie AB, ponieważ czas tén iedynie zawisł od siły sprężystości kuli.

§. XIII.

Uderzénié się kul sprężystych równémi biegami naglonych.

Fig. 49.

Daymy, że dwie kule doskonale sprężysté bieżącé prędkościami C i D będącémi w stósunku odwrotnym miąższości kul M i N spotykaią się z sobą wprostsrzodkowo w O. a iawná iest rzecz, że punkt O spólny obu ciałóm w czasie trwaiącégo uderzania żadnégo biegu mieć nié może, gdyż w tym punkcie schodzą się dwa biegi równé i wprost sobie przeciwné MC, i ND (Xię. I. Rozd. I. 4.). Możémy więc wystawić sobie, iakby rzeczony punkt O padłł na płaszczyznę AB nieruchomą i doskonale twardą, i że uderzénie z obu stron na téy płaszczyznie się dzieie. Zaczém obiedwie kule odskoczą po téyże saméy linii pionowéy NM, i z taż samą prędkością, z którą przed uderzéniém biegły (11. i 12.).

§. XIV.

Uderzénie się kul sprężystych, z których iedna spoczywa. Fig. 50.

Lecz, ieżeli iedna kula sprężysta miąższości N spoczywa, druga zaś miąższości M z prędkością C w kierunku EF bieży, i w kulę N srzodkowo i wprost uderza, możemy myślą wystawić płaszczyznę jeometryczną CD, na którćyby obie kule położone były, i któraby miała bieg postępny z prędkością $\frac{MC}{M+N}$ ku téyże stronie EF, i biegac unosiła razém z sobą obie kule, i że kula M na téy płaszczyznie ma ieszcze bieg osobny z prędkością $\frac{NC}{M+N}$ ku EF, a kula N, bieg osobny z prędkością $\frac{MC}{M+N}$ w przeciwną stronę w kierunku FE. Tak albowiém w samé y rzeczy biegiém składanym kula M postępuie z prędkością $\frac{MC+NC}{M+N.} = \left(\frac{M+N}{M+N}\right)C = C$ w stronę EF; kula zaś N spoczywa (Xię. I. Rozd. I. 2. i 4.). A że bieg płaszczyzny przez uderzénié nié może się odmiénić, biegi zaś osobné kul maią prędkości $\frac{NC}{M+N}$ i $\frac{MC}{M+N}$, którć prędkości są w stósunku odwrótnym z miąższościami M i N, a zatém w tychże samych stósun

kach-

kach zostaną, i po zaszłém uderzéniu zmiéniwszy tylko w stronę przeciwną kierunek (13.), idzie stąd, że po skończoném uderzéniu kula M biegiém składanym póydzie z prędkością $\frac{MC - NC}{M + N.}$, kula zaś N z prędkością $\frac{2MC}{M+N}$. I tak gdy kula doskonale sprężysta, miąższości 2, z prędkością 6 uderzi prosto i srzodkowo w drugą kulę także doskonale sprężystą i spoczywaiącą miąższości 4, ta po uderzéniu bieży z prędkością 4, tamta zaś odskakuie z prędkością 2.

§. XV.

Kula sprężysta uderzywszy się o płaszczyznę nieruchomą sprężystą podobnie odskakuie iak od płaszczyzny twardéy.

Zaczém gdy dwie kule doskonale sprężysté równych są miąższości, a iedna z nich wprost i srzodkowo prędkością C nabiéga na drugą spoczywaiącą, ta po skończonéni uderzéniu pobieży prędkością C kuli uderzaiącéy, uderzaiąca zaś na mieyscu zostanie, gdyż w tén czas iest, MC — NC = o, $\frac{2MC}{M+N.}$ = C. Lecz gdyby kula spoczywaiąca miała miąższość niezmierną, albo była nieruchomą (6.), w takim razie kula uderzaiącá od niéy odskoczyłaby, tak właśnie iak od ciała doskonale twardégo i nieruchomégo (11.). Albowiém ieżeli miąższość N iest nieskończénie wielka, tedy prędkość $\frac{2MC}{M+N}$ staie się

nieskończénie małą, czyli zgoła niknie (8.) a zatém kula N niewzruszoną zostaie. Ale w takim razie i różnica między $\overline{N+M}$ i N, iest nieskończénie mała, to iest żadna, tak daleçe, iż bez żadnégo błędu znacznégo można kłaśdź N zamiast $\overline{N+M}$. Zaczém prędkość kuli nabiégaiącéy po uderzéniu będzie $= - \frac{NC}{N} = - C'$; z czego się pokazuie, że rzeczona kula odskoczy z tąż samą prędkością, z którą na drugą nabiegła.

§. XVI.

Niech biegą dwie kule doskonale sprężysté miąższości A i B z prędkościami iakiémikolwiek P i Q w jednym kierunku, i niech iedna o drugą uderzą wprost i srzodkowo, w takim razie po skończeném uderzéniu prędkość kuli A będzie $= \frac{AP+2BQ-BP}{A+B}$, a prędkość kuli B $= \frac{2AP-AQ+BQ}{A+B}$. Przypuśćmy bowiém, że obie kule są położoné na płaszczyznie jeometryczném CD, któraby postępowała w kierunku obydwoch kul z prędkością Q, kuli uderzonéy B, a iawna iest rzecz, iż przez ten sposób przy kuli A zostanie osobno prędkość P — Q na płaszczyznie, kula zaś B na teyże płaszczyznie spoczywać będzie.

Uderzénié się lub sprężystość iakokolwiek w jednym kierunku bieżących

będzie. Przypuściwszy więc że A iest = M, B = N, P — Q = C, prędkości na płaszczyznę z uderzénia pochodzącé będą następuiącé, to iest A= $\frac{AP-AQ-BP+BQ}{A+B}$, kula B = $\frac{2AP-2AQ}{A+B}$ (14.). Dodáwszy więc do obu prędkości wymiénionych spólną prędkość płaszczyzny, rzecz iest oczywista, iż po skończoném uderzéniu kula A póydzie z prędkością którą można nazwać R= $\frac{AP+2BQ-BP}{A+B}$, a kulą B z prędkością, którą można nazwać S= $\frac{2AP-AQ}{A+B}$ $\frac{+BQ}{B+A}$. A tak, ieżeli kula iest miąższości 4, z prędkością 12, a uderzá w drugą kulę miąższości 6, która témże kierowaniém bieży z prędkością 3, po uderzéniu będzie tamtéy kuli prędkość R = 1, 2, a téy S = 10, 2, obie zaś tém samém kierowaniém póydą, którém szły przed uderzeniém.

§. XVII.

Uderzénié kul sprężystych, które się

Jeżeli kula uderzoná B idzie kierunkiém wprost przeciwnym kierunkowi kuli uderzaiącéy A, tedy prędkość iéy Q iest odiémná, a zatém kula A po uderzéniu pobieży z prędkością R= $\frac{AP-2BQ-BP}{A+B}$ a kula

B pobieży prędkością $S = \frac{2AP+AQ-BQ}{A+B}$. Tak w przykładzie poprzedzaiącym, ieżeli kula 6, wprost się zbiéga z kulą 4 prędkością 3, po uderzéniu kuli 6, będzie prędkość bez R = − 6: a kuli 4, = + 9 = S. Zaczém w takowym razie obie kule odskakuią, uderzaiąca z prędkością 6, a uderzona z prędkością 9. Ale czyli kule biegą témiż samémi, czyli wprost przeciwnémi kierowaniami, zawsze iednak gdy równą maią miąższość przez uderzénié odmiéniaią się ich prędkości i kierunek. Albowiém w tén

z sobą zbiégaią kierunkami przeciwnémi.

czas iest $R = \frac{AP \pm 2AQ - AP}{2A} = \pm Q$;

a $S = \frac{2AP \mp AQ \pm AQ}{2A} = + P$. tak dalece, iż po uderzéniu kula, któréy prędkość była + P ma prędkość $\pm Q$, kula zaś któréy prędkość była $\pm Q$ po uderzéniu dostaie prędkości + P.

§. XVIII.

Dwoiaki skutek uderzéniá.

Przez uderzénié się ciał dwoiaki się dzieie skutek, naprzód kształt ciał uderzonych choć nie zawsze co do oka odmiéniá się, a potém bieg nieiaki z jednégo ciała w drugié przechodzi, kształt we wszystkich przez uderzénié odmiéniá się, choćby też naytwardszych (8.). Przez tę zaś odmianę kształtu zawsze nieiaka cząst-

ka biegu ginie w ciele uderzaiącém, która do ciała uderzonégo nie przechodzi; i z téy to przyczyny, gdy się bawimy wyszukiwaniém praw biegu, zawsze przypuszczamy, że ciała które się uderzaią, ieżeli nie są doskonale sprężysté, przynaymniéy doskonale twardémi bydź muszą, to iest, że przez uderzénié tak mało się ściskaią, iż przy odmianie swoiégo kształtu żadnéy znacznéy cząstki z swego biegu nie tracą. Lecz ieżeli ciała są doskonale sprężysté, bieg który przy odmianie kształtu ginie, natychmiást znowu się przywracá w obu ciałach, chociáż w kierunku przeciwnym, tak dalece, że nawed i w tych ciałach, których prawa uderzeniá dopiéro *Hugeniusz* i *Wreniusz* odkryli, summa biegów iednego kierunku taż sama zostaie po uderzéniu, która i przed uderzéniém była; ieżeli zaś ciała, albo zgoła sprężystości nié maią, albo tylko mało co są sprężysté, summa biegów iednakowego kierunku zawsze znacznie się zmnieysza uderzéniém, chyba że toż uderzénié bardzo iest małe: wtedy bowiém, chociáż toż uderzénié ustawicznie się powtárzá, przecięż wszelki bieg z iednego ciała w drugié przechodzi, bo w takowym razie kształt w ciałach prawie nieskończénie mało się odmiéniá. Ale im z większą prędkością iedno ciało na drugié nabiégá, tém téż większá część biegu ginie, a w uderzéniu tak mocném,

przez

przez które się ciała rozsypuią, żadén bieg często nie powstaie, bo cała siła ciała uderzaiącégo obráca się tylko na odmianę kształtu i na rozerwanie części ciała uderzonégo. Toż samo się prawdzi, gdy iakie ciało ciągniémy a nie uderzamy. Stąd łatwo wyrozumieć można, iż prawa uderzénia, które wyżéy przywiedliśmy piérwszy ráz odkryte przez *Walizeusza* w tén czas tylko maią mieyscé gdy kształt ciał uderzéniém znacznie się nie odmiénia, to iest, gdy uderzénié iest bardzo małé, albo gdy bieg, który w ciele uderzaiącém ginie, iest nieskończénie mały.

§. XIX.

Z téy przyczyny położywszy kulę iaką na táblicy poziomé, gdy ią zwolna iakiém ciałém ciężkiém i kruchém popychámy n. p. rurką glinianą, alboli téż gdy ią pomału ciągniémy nicią cieńką, za czasém możémy iéy wielką dadź prędkość : przeciwnie zaś, ieżeli rzuconą kulę mocno pociągniémy albo popchniemy, nić się zerwie albo rurka się złamie, a kula albo mało co się poruszy albo wcale nic. Podobnymże sposobém, rurka gliniana albo inna rzecz iéy podobna, położona na dwóch naczyniach szklanych, gdy w nią mocno uderzámy, kruszy się, a naczynia nie poruszone zostaią, lecz gdy zwolna uderzámy, rurka cała zostaie, a naczynia albo się wywrácaią albo tłuką. Tak i kule z dział woien-

Przykłady obu rzeczonych skutków.

M nych

nych wystrzelone, gdy uderzaią w ciała dziurawią ié albo kruszą, a ledwie co z mieysca wyruszaią.

§. XX.

Kule sprężysté pod iakim kątém uderzaią płaszczyzny sprężysté, pod takiémiż odbiiaią się.

Fig. 51.

Jeżeli kula doskonale sprężysta iednorodna uderza na płaszczyznę AB nieruchomą a doskonale twardą albo zupełnie sprężystą tak, iżby srzodek rzeczonéy kuli szedł kierunkiém EC pod kątém ECG nachylonym do linii CG równoległéy do płaszczyzny AB, tedy bieg EC, z którym tén srzodek uderza płaszczyznę rzeczoną, rozebrać się może na dwa biegi, to iest na CG, GE czyli FC. Dopełniwszy bowiém prostokąt CG EF, iasno się pokazuie, iż kula ma razém dwa biegi, ieden FC, prostopadły do płaszczyzny AB, drugi GC równoodległy od téyże płaszczyzny, z których biegów poślední uderzéniém odmiéniony bydź nié może; gdyż kula, gdyby tén tylko bieg miała nie uderzyłaby się o płaszczyznę: drugi zaś bieg FC uderzeniem się odmienia na bieg równy i wprost przeciwny (15.). Zaczém wykreśliwszy prostokąt FCIH, podobny i równy prostokątowi FC: EG, iawną iest rzeczą, że kula po uderzéniu postępuie odmienionym biegiém CI = CG, ku J, i razém biegiém CF ku F. Zaczém srzodek kuli będzie po linii CH, to iest odbiie się kula od płaszczyzny tak, iż kąt ECF uderzénia, równy iest kątowi HCI odbicia, a oba té

kąty

kąty na iednéyże płaszczyznie leżą, ieżeli zaś bądź kuli C, bądź płaszczyzny AB, bądź obu sprężystość iest niedoskonała, pewna tylko część n. p. CL biegu całkowitégo FC znowu się przywraca siłą sprężystości: a zatém poprowadźmy linią ML równoodległą od płaszczyzny, poznać można że kula odskoczy wprawdzie kierowaniém CM, ale pod kątém MCI, mnieyszym niż ECG, wreszcie każdy widzi, iż uderzénie rzeczonéy kuli było ukośné, bo kierowanié iéy do płaszczyzny iest ukośné (3) a iednak srzodkowé, gdyż liniia DC, do płaszczyzny uderzénia prostopadła przez srzodek ciężkości kuli przechodzi (4.).

§. XXI.

Skutek uderzénia mimosrzodkowégo.

Fig. 52.

Od uderzénia mimosrzodkowégo zawsze nieiakie wahanié pochodzi. Niech się albowiém uderzaią dwa ciała w punkcie B tak, iżby srzodek ciężkości C, ciała uderzonégo przypadał za kierunkiém uderzénia BD. Dáymy, że na płaszczyznie przechodzącéy przez ténże kierunek BD i przez srzodek ciężkości C, poprowadzona iest liniia FG do linii BD prostopadła, a iawna iest rzecz, iż przez uderzénié ciałém A, drugié ciało tak zaczyna się obracać, iż punkt F z pomiędzy wszystkich innych punktów na linii FG położonych náybardziéy w górę póydzie kierunkiém BD. (5.) Zaczém liniia FG na początku biegu

będzie miała położénié HI nie prostopadłe do DB, lecz ukośné, srzodek zaś ciężkości przyydzie na E. Poprowadźmy więc liniią LM, przez punkt E od liniy FG równoodległą, i równą iéy, a iasną iest rzeczą, iż można uważać iakby wszystkié punkta linii FG biegiém postępnym przeszły na LM, potém zaś iakby rzeczona liniia LM pokręciła się około srzodka ciężkości tak, że punkt L, poszedł w górę przez IH, punkt zaś M razém zstąpił na dół przez MI. Niech będą N i P pewné punkta na linii LM z obu stron srzodka ciężkości leżącé, i niech iedén z nich ma miąższość N, drugi miąższość P, piérwszy samym biegiém kołowym przebieży NO. a drugi w tymże samym czasie liniią PQ wymiérzy, prędkości zaś w kołowaniu tych dwóch punktów są = NO: PQ = EN: EP. Zaczém ich biegi będą = N. EN: Q. EP, to iest: iak wagi punktów, gdy ciało iest ciężkié (Xię. II. Rozd. II. 12.). Że zaś każda waga po iednéy stronie srzodka ciężkości ma równą wagę sobie przeciwną z drugiéy strony tegoż srzodka, idzie stąd, że cały bieg kołowania linii EM, równy iest biegowi kołowania linii EL. Są zaś té biegi sobie wprost przeciwné, czyli iedén z nich iest dodatny, drugi odiémny. Zaczém summa biegu kołowania w całéy linii LM = o, to iest żadnégo biegu pewnym iakim kierunkiém, ani powiększyć ani

zmniey-

zmniey zyć niémoże. Lecz ieżeli pewny punkt n. p. N ciała uderzonégo na płaszczyznie CDB obracać się poczyna około punktu E, całe ciało dla spoyności swoich cząstek razém kręcić się pocznie około osi prostopadłéy przez E do owéy płaszczyzny (Wstęp II. 2.). Co zaś o wagach i biegach iednéy linii prowadzonéy przez srzodek ciężkości ciała powiedzieliśmy, toż samo ma się rozumieć, o każdéy innéy linii, przez ténże srzodek przeprowadzonéy. Zaczém ogólnie mówiąc summa biegów kołowania wszystkich zgoła cząstek w ciele równa iest zero, a zatém biegu w stronie BD, ani zmnieyszyć ani powiększyć żadnym sposobém nié może. Daymy że oba ciała zbiiaiącé się, są doskonale twardé a nie sprężysté, bieg zaś uderzéniém utracony od ciała A iest=Aa, oczywista iest rzecz, że gdy summa biegów w jednę stronę dążących uderzeniém się nie odmiénia (2. 18.) bieg postępny ciała uderzonégo B, którym srzodek ciężkości iego przechodzi z C na E powinién równy bydź Aa, i równoodległy od biegu uderzénia, a zatém ieżeli iego prędkość iest b = CE; Bb iest = Aa zaczém przez uderzénié mimosrzodkowé zawsze dwa biegi powstaią w ciele mimosrzodkowo uderzaném: iedén postępny zupełnie równy tému biegowi, który zginał w ciele uderzaiącém przez owo uderzénié: drugi kołowy

około

około osi przechodzącéy przez srzodek ciężkości pochodzącéy od spoyności cząstek ciała uderzonégo z nierówną prędkością uderzonych.

§. XXII.

Srzodek uderzéniá.

Fig. 47.

Ciało iakie uderzaiąc na inné ciało F nieruchomé i bezsprężysté, traci wszystek bieg swóy postępny, ieżeli uderzá srzodkowo, pozostaie zaś zawsze w niém iakaś część biegu, ieżeli uderzá mimosrzodkowo. Zaczém ciało biegiém postępnym idącé spotkawszy na drodze ciało nieruchomé, wtedy náymocniéy nań uderzá, kiedy toż uderzénié iest srzodkowé. Dáymy, że płaszczyzna DCE przechodząc przez srzodek ciężkości C ciała uderzaiącégo iest prostopadła do kierunku uderzéniá AB, punkt ow téy płaszczyzny, przez który liniia AB przechodzić powinna, ażeby uderzénié na ciało nieruchomé F było naywiększé, nazywá się srzodkiém uderzéniá *centrum percussionis*. Łatwo zaś pokazuie się, że w kafarach, stęporach młyńskich i w jnnych ciałach, które biegiém postępnym na drugié nieruchomé wpádaią, srzodek uderzéniá przypádá tam, gdzie i srzodek ciężkości. Ale ieżeli ciało tęgié uderzaiąc o drugié obrácá się około osi nieruchoméy a oráz nabiégá na iaką przeszkodę nieruchomą, oba srzodki uderzéniá i ciężkości zawsze się od siebie

różnią,

różnią, to iest srzodek uderzénia nie przypádá tam, gdzie srzodek ciężkości.

§. XXIII.

Niech będzie liniia AB maiącá ciężkość, która tó liniia około srzodka czyli około osi zawieszénia A wykréślá biegiém swoim łuk DBE i niech napádá będąc na AF na zawadę czyli na iakié ciało nieruchomé, a iawną iest rzeczą, iż kierunek każdégo iéy punktu a zatém i kierunek, którym idąc w ciało nieruchomé uderzá, iest prostopadły do AF: przeto téż i srzodek uderzénia będzie na téyże saméy linii AF (20.). Lecz ieżeli srzodek wahania téyże linii ciężkiéy iest w punkcie C; tedy ponieważ ona tymże samym sposobém biegá, iak gdyby cała iéy miąższość zebraná była w jedén koniec C linii tęgiéy AC, bezciężkiéy i bezmiąższéy, maiącéy koniec drugi przytwierdzony na A, i ponieważ miąższość gdyby w ten punkt C zebraná była wpádaiąc biegiém postępnym na zawadę nieruchomą, traciłaby cały swóy bieg, nie będąc nawet przyczepioną do punktu A (6.) łatwo się poznaie, że ów srzodek wahania, który się zawsze różni od srzodka ciężkości (Xię. II. Rozd. IV. 17.) w tén czas iest razém i srzodkiém uderzénia; bo rzeczoná liniia tęgá, gdy innym punktém którymkolwiek n. p. punktém O natrafiá na zawadę nieruchomą traci także wprawdzie cały swóy bieg, ale w tym razie wywiérá siłę

Srzodek uderzénia wahadłem ciężkiém.

Fig. 53.

nie

nie tylko na ciało uderzoné, lecz i na oś zawieszénia A: w tén czas albowiém trzeba ią brać za dzwignią prostą, któréy punkt O iest nieruchomy, punkt zaś C pewna siła popędza albo ciągnie, która to siła nié może bydź w równoważności, chyba że i na punkcie A iaka siła znaydować się będzie, któraby tę równoważność utrzymywała. Z czego dochodzimy, że liniia ciężka AF, gdy uderza punktém O, całą swoię siłę wywiéra na ciało uderzoné, lecz ieżeli innym iakim punktém uderza, częścią tylko całéy siły swoiéy biie w ciało, drugą zaś częścią ciągnie srzodek nieruchomy zawieszénia A, a zatém z nay-większą siłą w ciało uderza, gdy punktém C uderza.

§. XXIV.

Srzodek uderzénia w linii iakożkolwiek się obracaiącéy około punktu nieruchomégo, iest srzodkiém iéy wahania.

Niech się liniia AB nie waha, ale siłą iaką inną, nie zaś ciężkością iakożkolwiek się obraca około punktu nieruchomégo A, będzie w niéy zawsze ténże sam srzodek uderzénia. Jeżeli bowiém w uderzaniu tymże samym sposobém rusza się iak gdyby się wahała, iawna iest rzeczą, iż srzodek iéy uderzénia ténże sam zostanie co i srzodek wahania. Lecz ieżeli tylko punkt iéy pewny n. p. O ma równą prędkość gdy się liniia waha, i gdy innym sposobém iakimkolwiek obraca się około A, wszyskié razém inné punkta téyże linii w obu przypadkach równé biegi miéć będą, a zatém

tém i cała liniia w obu zdarzéniach iednakowym sposobém ruszać się będzie: bo którégożkolwiek punktu innégo n. p. F prędkość do prędkości punktu O, zawsze iest iak AF: AO. Jeżeli zaś iaki punkt n. p. O z większą prędkością biega, niżby w położéniu naszego kraiu wahać się mógł, można wystawić sobie, iakby w jnnym iakim kraiu liniia AB wahała się, w którym siła ciężkości większa iest, niż u nas, n. p. przy biegunach: bo czy dla prędkości pomnaża się, czy zmnieysza srzodek wahania w linii AB, ténże sam zawsze zostaie. Zaczém, powszechnie mówiąc, srzodek uderzénia linii AB tam zawsze przypada gdzie i srzodek iéy wahania, bądź liniia rzeczona iest ciężka, bądź nie iest, czyli (co na iedno wychodzi) iakążkolwiek siłą, i w jakikolwiek sposób obraca się około punktu A.

§. XXV.

Jeżeli bierzémy liniią ciężka AB nie prostopadle zawieszona z punktu nieruchomégo A, ale ukośnie do osi poziomey nieruchoméy AD, na nici tęgiéy bezciężkiéy DB wiszącą, ta liniia wahaiac się wykréśli część powiérzchni ostrokręga, a sama będzie wahadłém składaném, w którém srzodek wahania C, od osi nieruchoméy DA daléy przypada, niż srzodek ciężkości O. A że w wahadłach pospolitych które pionowo wiszą na sztyfcikach bar- Srzodek uderzénia w ciele w jakikolwiek sposób obracaiącém się. Fig. 54.

dzo

dzo cienkich, srzodek wahaniá przypádá na linii prostopadłéy do osi nieruchoméy, którá liniia i przez srzodek ciężkości przechodzi, ieżeli względém linii ukośnéy podobnie przypuścimy, że srzodek wahaniá iest na linii EF prostopadłéy do osi, i przechodzącéy przez srzodek ciężkości O, tén srzodek wahaniá F, nie będzie wpráwdzie srzodkiém uderzéniá C, ale wszelako w jednéyże odległości EF = GC od osi nieruchoméy znayduie się. Przeto w każdém ciele całkowitém, które się obrácá w jakikolwiek sposób około osi, srzodek uderzéniá zawsze będzie w téyże saméy odległości od osi, w któréy iest srzodek wahaniá, lubo częściéy przypadnie za tą liniią, którá przez srzodek ciężkości ciała przechodząc, iest do osi prostopadłą.

§. XXVI.

Użytek nauki o srzodku uderzéniá.

Użytek téy nauki o srzodku uderzéniá iest bardzo obszerny. Młotki, siekiéry, i inné tym podobné narzędziá, których w przybiianiu albo rękami rzeczy spoczywaiących, czyli nieruchomych używámy, w czasie uderzéniá ruch kołowy maią około iakiéysiś osi, któréy mieysce przypádá w ręku uderzaiącégo. Zaczém każdému łatwo iest poznać, że kształt tych narzędzi taki bydź powinien, iżby srzodek wahaniá przypádał w owéy ich części, którą się uderzá. Z téy przyczyny rzeczonych narzędzi niższe części czyli rękoieście, z lek-

z lekkiégo drzewa, wyższé zaś z żelaza się robią. Gdy bowiém żelazo daleko cięższé iest od drzewa, srzodek wahania przypada w żelazie, którém uderzamy. Jeżeli zaś rękoieść iest przydłuższa albo przycięższa, tenże srzodek blizko rękoieści przypada, i w tym razie uderzénié od dalszych części pochodzącé słabé iest albo chybné. A ieżeli rzeczony srzodek iest w saméy rękoieści, narzędzié staie się wcale nie użytecznem, i z uderzénia więcéy ręka ciérpi, niż rzecz w którą uderzamy. Z téy to przyczyny lekkié toporki żelazné bywaią z krótkiémi toporzyskami. Taż sama iest przyczyna krótkich rękoieści w szablach: postrzégamy, że lekkié są cięcia końcém szabli, albo mieyscém blizkiém rękoieści, i że daią się czuć ręce uderzaiącéy.

§. XXVII.

Srzodek ciała uderzonégo albo srzodek ruchu udzielnégo

Srzodek uderzenia, o którym dotąd mówiliśmy, zawsze iest w owém ciele, które w jaką zawadę nieruchomą uderza, prócz tego i w ciele uderzoném, bądź to iest wolné ruchomé, bądź obracać się tylko może około osi nieruchoméy: podobny punkt także znayduie się, który zawsze przypada na kierunku uderzénia w tén czas, kiedy ciało uderzoné nabywa nay-większégo poruszénia od uderzénia. Ten punkt niektórzy nazywaią także srzodkiém ciała uderzonégo (centrum corporis per-

percussi) albo srzodkiém biegu udzielonégo (centrum motus communicati); bo gdy wahadło spoczywaiącé uderzamy, żeby przez uderzénié nabyło naywiększéy prędkości, pospolicie nie w srzodek wahania, ani w srzodek ciężkości, ale w jnny punkt iaki uderzyć trzeba; gdy więc srzodek biegu udzielonégo często zupełnie się różni od prawdziwégo srzodka uderzénia, o którymeśmy wyżéy powiedzieli, przeto dla uniknienia błędów oba te srzodki właśne nazwiska mieć powinny.

ROZDZIÁŁ III.

o dzwięku czyli głosie i o rozchodzéniu się iego.

§ I.

Jak się rozchodzi ruch przez kule równé i iednakowo sprężysté rzędêm ułożoné.

Fig. 55.

Jeżeli wielé kul równych iednorodnych i doskonale iednakowo sprężystych tak położymy, iżby wszystkich srzodki A, B, C, D, na iednéyże linii AD przypadały, i gdy piérwsza kula potoczy się biegąc iednostaynie kierunkiém AD, z jakążkolwiek prędkością n. p. p przebiegłszy drogę EF, aż do drugiéy kuli B uderzy w nią wprost i srzodkowo, i po skończonêm uderzéniu stanie: kula zaś B pobieży z tąż prędkością p, z tym kierunkiém, którym kula A przed uderzéniém biegła (Rozd. II. 15.).

Zaczém daléy kula B uderzy w kulę trzecią C, podobnymże sposobém ta w czwartą, i tak daléy aż do ostatniéy, a nakoniec gdy poruszénie przez cały rząd kul przeydzie, wszystkie kule staną na mieyscu, oprócz ostatniéy, która z prędkością p, kierunkiém AD toczyć się będzie iednostaynie. Toż samo stanie się ze sześćścianami, graniastosłupami, walcami, i z jnnémi tym podobnémi ciałami, byleby tylko były iednorodné, równe i doskonale sprężysté, i byleby ich srzodki ciężkości na iednéy linii prostéy przypadały.

§. II.

W jakim czasie ruch rozchodzi się przez kule rzędém ułożoné, równé i sprężysté.

Piérwsza kula nayprzód drogę EF przebiéga, a potém w drugą kulę uderza: ta zaś po uderzéniu toż samo czyni co piérwsza uczyniła, toż samo się dzieie z następuiącemi kulami. Zaczém czas w którym się ruch rozchodzi po całym rzędzie kul AD składa się z czasów uderzénia i z czasów, w których odległości między kulami bywaią przebiégané bywaią. Czas uderzénia dwóch którychkolwiek kul zawsze iest równy (Rozd. II. 12.) a zatém można go oznaczyć przez t, i ieżeli bierzémy równé odległości między kulami, ponieważ każda kula swoię odległość od drugiéy przebiéga z tąż samą prędkością p, z którą piérwsza kula na drugą nabiegła, drugi także czas C w którym się przebywa iednakowa odległość, zawsze iednakowy będzie. Jeżeli

więc

więc są n. p. 4 kule, cały czas, w którym się ruch rozchodzi z A aż do D będzie = 4t + 3 C. Tén zaś czas zaczyna się od chwili, w któréy piérwszéy kuli srzodek z prędkością p, przychodzi na mieysce A, i trwa aż do téy chwili, w któréy srzodek ostatniéy kuli D po skończoném uderzéniu całéy prędkości nabywa p. Prawda to iest, że po skończonem uderzéniu, na ostatniéy kuli srzodek iéy iuż nie znayduie się na D; gdyż srzodek piérwszéy kuli w samém uderzéniu przebiéga nieiaki przeciag d w czasie trwaiącégo uderzénia (Rozd. II. 14 12.) toż samo się dzieie z jnnémi kulami, tak dalece, iż ruch rozchodzi się w czasie 4c + 3C przez przeciąg AD+d. Lecz że przeciąg mieysca d, względém srzednicy kul, iest bardzo mały, przeto zaniechać go można, bez żadnégo błędu znacznégo.

§ III.

Jak ocenić siłę sprężystości z biegu rozchodzącégo się czyli uderzonégo.

Czas nazwany C zależy od prędkości początkowéy, to iest, od prędkości p, która piérwsza kula uderza na drugą: przeto ténże czas tém mnieyszy bydź musi, im większa iest prędkość p. Że zaś czas t, zależy iedynie od siły sprężystości kul, więc on zawsze iest iednaki, bądź prędkość p powiększa się, bądź zmnieyszą się (Rozd. II. 12.). Ruch rozchodząc się przez szereg kul razém i ginie w każdéy kuli uderzaiącéy, i rodzi się w każdéy

żdéy uderzonéy, tak dalece, iż iedna iego połowa od samégo uderzénia nie zawiśle od sprężystości, a druga połowa (Rozd. II. §.) od saméy siły sprężystości razém i niszczy się i rodzi. Ponieważ więc do zniszczénia lub zrodzénia iednakiégo biegu w równym czasie iednakiéy potrzeba siły, idzie zatém że siła sprężystości kul tak wielka iest, iż nią samą w czasie uderzénia, w każdéy z tych zrodzić się może bieg całkowity, którym ona potém bieży.

§ IV.

Zaczém ieżeli wszystkié kule z sobą się stykaią, czas C wszędzie ginie. Przeto gdy wielé kul równych z słoniowéy kości zrobionych wprost leżą z sobą się stykaiące, postrzégamy, że uderzywszy w piérwszą wszystkie na mieyscu zostaią prócz ostatniéy, którá z tąż samą prędkością i tymże kierunkiém toczy się, iak gdyby piérwszá kula w nią sama uderzyła. W tym przypadku będzie cały czas, w którym ruch idzie od piérwszéy kuli aż do ostatniéy, tém krótszy, im większá iest siła sprężystości w kulach (Rozd. II. 12.). Że zaś wszystkie kule są równie sprężyste, i czas uderzénia między którémikolwiek kulami zawsze iednakowy będzie, a zatém ruch rozchodzi się iednostaynie. To iest, czas przechodzénia iego od pierwszéy kuli do któréykolwiek następuiącéy zawsze będzie iak liczba kul, które się iuż poruszyły;

R zchodzénié się ruchu przez kule stykaiącé się.

przez

przez równą zaś liczbę kul, ruch zawsze się rozeydzie w czasie równym, bądź prędkość początkowa iest wielka bądz mała, bo czas C w takowym razie niknie.

§. V.

Jakim sposobém dźwięk po powietrzu się rozchodzi.

To, cośmy dotąd powiedzieli, można przystosować do rozchodzénia się dzwięku po powietrzu. Gdy albowiém strona AB w powietrzu zwolna się waha, powietrzé z iednéy strony zgęszcza się, a z drugiéy się rozrzedza, ale się nie rozrywa, zgęszczoné zaś płynie tak długo ku rzadszému, póki rzeczoné wahanié strony nie ustaie (Wstęp X. 22.). Lecz ieżeli strona drga z wielką prędkością i waha się, powietrzé się rozrywa, i cząstki iego oderwané tym się sposobém wzruszaią, którym ciało osobné, i od reszty powietrza oddzieloné (Rozd. II. 18. 19.). Zaczém gdy w ostatnim tylko razie dzwięk słyszeć się nam tylko daie, (Rozd. II. 20.) idzie stąd, że dzwięk innym sposobém powstać nié może, iedno gdy czastki powietrza poodrywané w takiéy liczbie uderzaią, iak ciała osobné i oddzieloné. Wykładam to iaśniéy, każdy punkt w stronie n. p. D, uderzaiąc w powietrzé kierunkiém CD, odrywa cząstkę powietrza bardzo małą w tymże kierunku i naprzeciw innému powietrzu pędzi. Ta czastka z takąż siłą uderzaiąc w powietrze, z jaką punkt D, odrywa drugą cząstkę powietrzną także bardzo małą w tymże kierunku,

druga

druga trzecią, trzecia czwartą i tak daléy. Stąd łatwo wyrozumiéwamy, że dzwięk rozchodzi się liniią prostą DF tak, iak gdyby na téyże linii prostéy leżało wiele cząstek powietrznych równych i z sobą się stykaiących. Daléy gdy te cząstki wszystkie są równé i doskonale sprężysté (Wstęp X. 6.) każdy widzi, iż dzwięk w tén sposób rozchodzi się przez liniią prostą DF, iak ruch idzie przez szereg kul doskonale i iednakowo sprężystych z sobą się stykaiących, a zatém że się rozchodzi iednostaynie.

§. VI.

Jakim sposobém wiatry rozchodzénié się dzwięku przyśpieszaią albo opóźniaią.

Prędkość dzwięku przez wiatry znacznie się powiększá albo zmnieyszá (Wstęp X. 30.). Albowiém wiatr pomyślny owę liniią powietrzną, po któréy dzwięk się rozchodzi popędzá, przeciwny zaś odpędzá, tak dalece, że prędkość dzwięku gwałtownieyszym nieco wiatrém pomnożyć się albo zmnieyszyć może na 50 stóp w jednéy sekundzie (Wstęp VIII. 9.). Ale dla większéy lub mnieyszéy obfitości wyziéwów ziemi w czasie pogodnym albo pochmurnym, prędkość dzwięku iak doświadczono, ani się powiększá ani zmnieyszá, bo dzwięk nie przez wyziéwy, ale przez samo powietrzé rozchodzi się. Nad to dzwięki słabé i mocné, z jednakowąż prędkością rozchodzą się (Wstęp X. 31.) bo rzeczona prędkość od

samey sprężystości i gęstości powietrza pochodzi, a nie od pierwszego uderzenia w powietrze. Wreszcie dzwięki, bądź wysokie bądź niskie iednakową prędkość maią, bo każde z osobna wzruszenie powietrza tymże samym sposobem z tąż samą prędkością rozchodzi się, bądź powolniey bądź prędzey, iedno po drugiem następuie.

§. VII.

Jak dzwięk działa na ucho.

Gdy ruch od strony albo od iednego ciała brzmiącego udzielony tym sposobem iak powiedzieliśmy do uszu naszych dochodzi, nerwy ucha od powietrza go wypełniaiącego wewnątrz poruszaią się, i słyszymy ton, ieżeli rzeczone poruszenia w powietrzu, iedne za drugiemi w równych czasach następuią, który ton, tem iest wyższy, im przeciągi czasu są mnieysze, (Rozd. I. 11.). A powszechnie mówiąc wszystkie zgoła dzwięki podobnym sposobem daią się nam słyszeć, tylko że często owe wzruszenia powietrza nieporządnie w nierównych czasu przeciągach powtarzaią się. Prawda że każde z osobna poruszenie powietrza, tak słabe iest, i tak prędko iedno po drugiem idzie, że go rozeznać nie można, ale cały szereg poruszeń nerwy tak wzrusza, że go czuiemy. Z tey przyczyny nie czuiemy trącenia w nerwie ucha od powietrza, ale czuiemy przez zmysł słuchu sam dzwięk, *co iest*

słyszeć. Uczucié zaś dźwięku, który słyszymy, nie od własności poruszéń poiedyńczych zależy, ale raczéy od szeregu tychże poruszéń, to iest od większéy albo mnieyszéy prędkości i od porządku, którym iedné po drugich następuią.

§. VIII.

Doświadczénié naucza, że dźwięk nie rozchodzi się, tylko przez liniie prosté (Wstęp X. 34.) czego przyczynę ażebyśmy doskonale wyrozumieli, porównywáymy siłę spręžystości z siłą ciężkości. Gdy wodę albo inny pływ w jakiém naczyniu zamykamy, ten nie tylko dno naczynia tłoczy ale i boki, gdyż ściśnione cząstki iégo na wszystkié strony ustępuią. Podobnymże sposobém i powietrzé w jakiém naczyniu zamknięté, gdy ié ściskamy, nie tylko tym kierunkiém, w którym iest ściśnioné, ale na wszystkié strony rozpiéra naczynié siłą swéy sprężystości, przeto że iest płynné. Lecz gdy woda przez rurę prostopadłą z obu końców otwartą przechodzi, całym swym ciężarém wolnie spada, właśnie iak gdyby rury nie było, a zatém iéy boków nie rozpiérá. Zaczém i dźwięk gdy się rozchodzi przez rurę prostą z obu końców otwartą, w któréy powietrzé strona drgaiąca ściska kierunkiém wzdłuż osi rurnéy idącym, żadnégo ciśnienia nie wywiéra na boki rury ; bo do uczynienia tego ruchu, na którym się

Za co dźwięk przez samé liniie prosté zawsze się rozchodzi

 dźwięk

dzwięk zasadzá, potrzebná iest cała siła sprężystości powietrza, a zatém nic się z téyże siły nie pozostaie, czém by rura ciśnioną bydź mogła; przeto i odrzuciwszy rurkę, dzwięk na boki rozchodzić się nié może, ale zawsze liniią prostą idzie. Różne zaś punkta strony drgaiącéy rozmaitémi kierunkami biią w blizkie cząstki powietrza i ściskaią oné; a że té cząstki tak się poruszaią, iak gdyby oddzieloné były od reszty powietrza (5.) i każdá z nich w tym tylko kierunku porusza się, podług któréy iest ściśnioná, dzwięk więc od strony idzie różnémi promiéniami od siebie odstępuiacé ni. Cząstki powietrza które składaią iaki promiéń, są tak drobné i szczupłé, iż wielká ich liczba, przez otwartość ucha naszego, razém przechodzi, acz ta otwartość iest bardzo mała; ponieważ nie tylko wielé dzwięków razém słyszymy, ale i każdy dzwięk, który słuchém rozeznaiémy powstać nié może inaczéy, tylko gdy wielé promiéni brzmiących w ucho naszé razém wpádá (Rozd. I. 19.)

§. IX.

Dzwięku ubywá w stósunku dwumnożnym odległości

Lubo gdy kula iaká dzwięk wydaie, wszystkié iéy razém punkta drgaią, wszelako wystawić sobie w myśli można iakoby drganié to zaczynało się od punktu szrednié go kuli, który tegoż drgania udzielałby innym punktóm sobie przyległym té

znowu

znowu dalszym co ráz, w taki sposób, iżby dzwięk tén wychodził od srzodka kuli przez linije proste w różne na około strony idące, i co ráz bardziéy od siebie odległe, a im dalsze od srzodka na tych liniach będą punkta drgaiące, tém słabszy dzwięk będzie, tak dalece, że dzwięk w wielkich odległościach przez rozchodzénie się iego promiéni słabicie prawie w stósunku dwumnożnym odległości od ciała brzmiącego.

§. X.

Odmiany mocy dzwięku lub głosu pochodzące od wiatru lub gęstości powietrza.

Wiatr wieiac w tę samą stronę, w którą dzwięk lub głos rozchodzi się unosi promienie iego, a przeto tén sam skutek sprawuie, iak gdyby w powietrzu spokoynem ciało brzmiacé zbliżone było do uszu na pewną odległość, to iest powiększá moc brzmiénia czyli głosu. Wiatr zaś przeciwny tamuiac rozchodzénie się promiéni brzmiénia osłabiá moc iego, tak właśnie, iak gdyby ciało brzmiącé daléy się odsunęło od słuchaiacégo. I znowu gdy promiénie brzmiacé rozchodzac się przez powietrzé natrafiaia na wárstwę iego rzedszą lub gęstszą, w takowéy wárstwie rzeczone promiénie łámia się, a to bardziéy niż przedtém, iuż oddalaiac się, iuż zbliżaiac się ku sobie: w piérwszém więc zdarzéniu moc brzmiénia osłabia się, w drugiém się natężá. I dlá téy to przyczyny łatwiéy słyszeć można na dole stoiąc mówiacych

na

na wiérzchołkach gór wysokich, a niżeli słyszą będący na wiérzchołkach mówiących na dole. Powietrze bowiém im wyżéy nad powiérzchnią ziémi, tém rzadszé iest (Wstęp X. 10.).

§. XI.

Odbiianié się dzwięku od powiérzchni chropowatych.

Jeżeli promién brzmiący biegąc natrafiá na ciało sprężysté, cząstką powietrza rzeczonému ciału bliżka, przebiegłszy mieysce bardzo małé, gdy w nie uderzá (2.) znowu przez takowéż mieyscé od owégo ciała odskakuie. Zaczém promién brzmiący, tak właśnie iako promién światła odbiiá się w tén sposób, iż kąt promiénia odbitégo równy iest kątowi promiénia uderzaiącégo, a oba té kąty na iédnéyże płaszczyznie leżą (Rozd. II. 18.). A że niemal wszystkié ciała, których powiérzchnie są znacznie chropowaté, nie odbiiaią tak dobrze dzwięku, iak zwierciadła odbiiaią światło, ale raczéy zwyczaynie go rozpraszaią; przeto i promiénie brzmiącé odbité, nié mogą dostatecznie poruszyć ucha naszégo, chyba gdy są gęsté, a zatém gdy w wielkiéy obfitości do ucha naszego wpádaią. Są zaś gęstszémi promiénie brzmiącé, gdy się zewsząd odbiiaią od ciał twardych, a nie rospraszaią się na wszystkié strony. Gdy ciała na około będącé, są miękkié nie sprężysté, dzwięku nie odbiiaią, ale w sobie go tłumią. Z téy przyczyny głos albo dzwięk łatwiéy słyszymy na ulicy,

ulicy, niż w polu otwartém, a łacniéy w pokoiu niż na ulicy. W pokoiu nawet głos bardziéy brzmi gdy pokóy iest próżny i ściany są gołé, niż gdy się ludzmi napełni, albo ściany ma obité; przeto i łoskot od grzmotów albo od dział woiennych tęższy iest po mieyscach górzystych, niż na równinach i na mieyscach zewsząd otwartych: głos zaś natęża się, gdy przez trąbę lub rurę mówimy, z czego łatwo wyrozumiewamy skuteczność trąb słuchowych zwanych stentoreyskiémi (tubus acusticus vel stentoreus (Wstęp X. 35.); także i dzielność owych sztuk wydrążonych z drzewa, które się podkładaią pod strony muzyczné (Rozd. I. 18.). Podobnymże sposobém dzwięk w powietrzu zgęszczoném przez powietrzóciąg w bani bardzo się natęża.

§ XII.

Jeżeli dzwięk raz tylko się odbiia od iakiégo ciała twardégo i sprężystégo, tedy promiénie odbité, gdy inné okoliczności są iednakowé, *nayprzód* tém gęstszé będą, im wpadaiącé gęstszémi były: *powtóre* im więcéy promiéni niemal prostopadle do powiérzchni odbiiaiącéy dochodzi. Jako bowiém gęstość światła na płaszczyznie promiéniami równoległémi oświeconéy zależy od kąta, pod którym promiénie na owę płaszczyznę padaią (Wstęp XIII. 2.), tak też i gęstość brzmiących promiéni równoodległych iaką płaszczyzną prze- Kiedy słyszymy odgłos czyli echo.

cię-

ciętych, gdy inné okoliczności są iednakowé, na téyże płaszczyznie iest naywiększá, gdy rzeczoné promiénie do płaszczyzny dochodzą prostopadle. Żebyśmy tedy odgłos słyszeli przez odbiianié się dzwięku, dzwięk który się odbiiá, przymocnieyszy bydź powinién, i większá część iego promiéni powinna dochodzić niemal prostopadle do powiérzchni odbiiaiącéy.

§. XIII.

Różné gatunki odgłosu.

Lecz ieżeli ciało brzmiącé iest bardzo blizkié powiérzchni odbiiaiącéy, a dzwięk główny z odbitym tak się mięszaią, że obu rozeznać nié można, w tén czas rozleganié się dzwięku czyli głosu a nieodgłos słyszymy. Zaczém nie dosyć iest na tém, że promiénie brzmiącé są gęste wtedy kiedy się odbiiaią, ale trzeba ieszcze do słyszéniá odgłosu, aby ciało, któré odbiiá dzwięk od nas i od ciała brzmiącégo, dosyć odległé było. Daymy n. p. że między ciałém brzmiącém i odbiiaiącém iest odległość na 520 stóp Paryzkich, i że dzwięk główny trwá przez 1″, a łatwo iest wyrozumieć, że gdy dzwięk potrzebuie 1″, aby doszedł tam, skąd się odbiiá, i równégo czasu, aby powrócił na mieyscé, z którégo wyszedł; człowiek stoiący nie daleko tegoż mieysca słyszeć może naprzód dzwięk główny a potém odbity: bo dzwięk przymocnieyszy nawet ledwie

iedné

iednę sekundę trwaniém zaymuie. Jeżeli zaś odległość, w któréy iesteśmy od powierzchni odbiiaiącéy, ieszcze iest większą od owego oddalénia, w którém zostaiémy od ciała brzmiącégo, wtedy częstokroć słyszeć się daią kilkakrotnie powtórzoné dzwięki. Tak będąc w wielkiéy odległości od powiérzchni odbiiaiącéy, wielé zgłosek które głośno wymawiamy, a zbliżaiąc się co raz bardziéy mniéy, potém iednę tylko zgłoskę, a nakoniec ani iednéy nawet wyraźnie powtórzonéy nie usłyszymy. Nad to odgłos bywą czasém wielokrotny, ieżeli albo wielé ciał dzwięk odbiiaiących znayduie się w różnych okolicznościach, albo ieżeli promiénie brzmiącé dwa razy, albo trzy, albo i więcéy odbiiaią się od ciał wprost na przeciwko sobie będących, a to tak ieszcze, że każdy z osobna dzwięk odbity rozeznać można.

§. XIV.

Odbiianié dzwięku i światła przez zwierciadła.

Jeżeli powiérzchnia iakiégo ciała sprężystégo, iest bardzo gładka n. p. zwierciadła, tedy promiénie dzwięku i światła co do większéy części porządnie się od niéy odbiiaią, tak dalece, że w takowym razie i przysłabszy dzwięk często słyszymy wyraźnie (a). Chropowatość albowiém przy-

Fig. 58.

(a) Jeżeli CAB iest równorzutnią (Parabola) F iéy ognisko, AE zaś oś, wiadomá iest rzecz, że każdy promień DC, od osi AE równoodległy

Fig. 57.

przyrodzoną wszystkim ciałom gładzéniém wráz bardziéy a bardziéy się znosi, a chociaż i náygładszé powiérzchnie nie są tak doskonale równé, iak powiérzchnie matematycznie uważané, iednakże daleko bliżéy do nich przystępuią, niż nie wygładzoné. Zatém i daleko więcéy promiéni bądź dzwięku, bądź światła odbiiaią, a daleko mniéy tychże promiéni zazwyczáy rozpraszaią. Jeżeli AB iest płaszczyzną jeometryczną, która wszystkié zgoła promiénie należycie odbiiá, C zaś punktém świécącym albo brzmiącym, poprowadziwszy liniią CD prostopadłą do płaszczyzny AB i przeciągnąwszy ią do E tak, iżby było DE = CD, pokazaliśmy wyżéy na

---

gły odbiiá się w równorzutni do F, i wzaiémnie ieżeli w ognisku F znayduie się punkt świécący, każdy promiéń iego tak się odbiiá w równorzutni, iż od osi iéy iest równoodległym. Z czego łatwo wyrozumiéwámy, że ieżeli dwóch téy figury zwierciadeł CAB i GHI, osi, AF i HV na iednéyże linii AH przypádaią, wszystkié promiénie wychodzącé z ogniska F iednégo zwierciadła, znowu się zbiéraią w ognisku V drugiégo. Jest też doświádczéniém rzecz stwiérdzoná, że ieżeli w ognisku F iednégo z takich zwierciadeł położymy zegarek kieszonkowy, gang iego czyli bicié słabé w odległości 50 kroków, przyłożywszy ucho do ogniska V. drugiégo zwierciadła, słyszeć możná, chociáż w pośrzód odległości między zwierciadłami żadnégo biciá gangu nie słychać (Winkler Untersuchungen der Natur und kunst, na karcie 283.).

na innėm mieyscu (Wstęp XI. 8.), że wszystkie promienie tak się odbiiaią, iak gdyby prosto wychodziły z punktu E. Jeżeli więc GBEAF, iest ostrokręgiém, albo ostrosłupém, którégoby wiérzchołek był E, oś Ec, a przecięcie do osi prostopadłe AB, tedy wszystkie promiénie odbite w obrębie tego ostrokręgu, albo ostrosłupa zbiéraią się; lecz ieżeli AB iest płaszczyzną znacznie chropowatą, tedy promiénie odbité na wszystkié się strony rozpraszaią prawie iednostaynie, a zatém daleko rzadszé są w obrębach ostrosłupa albo ostrokręgu GBEAF, niż w piérwszym razie były. Zaczém dzwięk odbity tém łatwiéy słyszany bydź może w pewnych granicach, im powiérzchnia odbiiaiąca iest bardziéy wygładzona (17.). Wreszcie od przygwałtownieyszégo dzwięku przyległych ciał cząstki często drgać zaczynaią (Rozd. I. 19.) których dzwięk pomięszany z dzwiękiém odbitym znacznie go czasém odmiénia i powiększa.

§. XV.

Budowa ucha.

Dzwięki nawet w samém uchu naszém przez odbiianié się i przez drganié cząstek ucha powiększaią się; gdyż ucho iest na kształt prawie léyku albo trąbki słuchowéy, bo część iégo zewnętrzna i wystawiaiąca, którą właśnie *uchém* zowiémy, iest széroka i wydrażona, wnętrzna zaś wąska i prawie wałkowata: Ta część będąc

dąc sprężystą odbiia promiénie brzmiące, a te wielokrotnie odbité gromadzą się w *otworze słuchowym* (meatus auditorius) nieco wałkowatym, gdzie sprężysté chrząstki i twardé kostki sprawuią nowé dźwięki i z dźwiękiém pierwiastkowym ié mięszaią; gdyż wewnątrz ucha niemal wszystkié cząstki, a naybardziéy błona, któré bębenkiém zowiémy, tak są twarde, suche i sprężysté, iż żadnych części innych w ciele ludzkiém mocniéy wyprężonych i ruchliwszych nie znaydziémy. Dźwięk tak natężony dochodzi do nerwu słuchowégo, dzielącégo się na wielé gałązek wewnątrz ucho wykładaiących: z wielu doświadczéń pokazuie się, że dźwięki nawet przez zęby i przez wszystkié kości cząstki aż do nerwów słuchowych dochodzić i tak słyszanémi bydź mogą.

§. XVI.

Dzwiek częstokroć od samégo powietrza pochodzi.

Dźwięk często nie od strony drgaiącéy pochodzi, albo od innégo iakiégo ciała sprężystégo, ale od samégo powietrza, lubo powietrzé drgać nié może. Albowiém każda część powietrza od siły zewnętrznéy naciśniona, natychmiast się rozszérza, skoro taż siła działać przestaie, ale znowu właśną siłą ściśniona bydź a zatém drgać nié może. Jednakże cząstki powietrza gdy się znagła rozszerza, ale nie wszystkié razém pospolicie iedné po drugich rozciągaią się: że zaś każda cząstka rozszérzaią-

cá

cą się wzrusza powietrze na około siebie będące, przeto wiele się w niém dzieie poruszéń, które iedne po drugich bardzo prędko następuią tak, iak gdyby iakié ciało twardé i sprężysté drgaiąc w powietrze uderzało: te iednak uderzénia pospolicie bardzo w różnych czasu przeciągach iedné za drugiémi idą. I taki to iest dźwięk pochodzący od wiatrów, dział woiennych, grzmotów i od innych ciał, które przez powietrze bardzo prędko bieżąc, znacznie go ściskaią (Wstęp X. 2.).

§. XVII.

Dźwięk czyli głos w narzędziach muzycznych.

Podobnież iest przyczyna dźwięku czyli głosu w narzędziach dętych: te albowiém tak są zrobioné, iż gdy ié nadymamy, powietrze do nich nié może inaczéy wchodzić, tylko iakowym otworém ciasnym, co prędkość iego pomnaża (Wstęp VIII. 7.). Zaczém szczupły strumyk powietrzny z wielką szypkością w takie narzędzie wpadłszy, ponieważ słupek powietrza tém narzędziém obięty, prawie żadnégo z niém nié ma spoiénia, srzodkiém obu bieży w stronę, w któréy naymniéy oporu znayduie, a zatém ściska wpodłuż cały słupek powietrzny. Ten zaś ściśniony w części, w któréy tylko może, natychmiast się rozszérza i powietrze blizkié końca tego narzędzia wzruszaiąc nieiaką swą częścią z niéy wychodzi. Zaczém powietrze wdęté natychmiast zaymuiąc mieyscé powie-

wietrza ubyłégo ow. słupek znowu dopełnia. Gdy wdymanié powietrza tym sposobém daléy idzie, słupek powietrzny znowu ucalony tak, iak i piérwéy wzdłuż się ściska, a potém szypko się rozszérzaiąc w przyległé powietrzé zewnętrzné uderzá: i té to słupa powietrznégo narzędziém obiętégo, koleyno ściskania się i rozszérzania w równych czasu przeciągach po sobie następuią; bo równá siła w równéy miąższości w równym czasie, sprawuie ruch iednakowy. Z czego się pokazuie z jakiéy przyczyny piszczałka n. p. w graniu, zawsze daie ton pewnéy wysokości. Słup albowiém powietrzny w narzędziu znayduiący się wcale tak się má, iak strona drgaiącá, z tą tylko różnicą, że on nie zawsze iedénże, lecz coráz inszy, acz zawsze równy sobie. Zaczém wysokość tonu piszczałki pochodzi od długości i miąższości słupa powietrznégo (Rozd. I. 7.), to iest: od grubości i długości piszczałki: sprężystość zaś téy strony powietrznéy, będzie równá słupowi żywégo srébra na 28 calów Paryzkich blizko wysokiému. Jeżeli piszczałka w srzodku má iaką dziurkę otwartą, daie taki ton w graniu, iak gdyby w mieyscu owéy dziurki była uiętá i skróconá.

§. XVIII.

Krtáń i Podobnymże sposobém robi się głos w ludziach i w zwiérzętach. Narzędzie zaś

zaś, którém się głos robi, ma w sobie dwie części, rurkę prawie wałkowatą z płuc wychodzącą, krtaném (Arteria aspera) zwaną i wierzch téyże rurki czyli kanał powietrzny (la rynx), przyłożywszy palce do gardła macaniém, rozeznać ie można. Krtań iest obszernieyszy od kanału powietrznégo, składa się z części twardych chrząstkowatych i kościstych, w górze ma dziurkę podługowatą, która się głośnią nazywa (Glottis). Powietrze w oddychaniu z płuc przez krtań do kanału powietrznégo, a stamtąd przez głośnią do ust wypędzoné sprawuie głos mowę i śpiéwanié. Każdy rodzay zwierząt ma głos sobie właściwy, który cały zależy od kanału powietrznégo i od głośni. U ludzi kanał powietrzny na pół cala podnosić się może nad srzednią swą wysokość, przez co się głośnia ściska i tyléż na dół opada, przez co głośnia rozszerza się. Przykładaiąc palce do kanału powietrznégo, pokazuie się, że dla wydawania głosów wysokich, cały kanał powietrzny podnosić się musi, a niekiedy z takiém natężeniém, iż głowę w tył przechylamy: opada zaś ténże kanał gdy głosy niższe wydaiémy. Zaczém w śpiewaniu kanał powietrzny raz się podnosi drugi raz opada, razém téż głośnia albo się ściska albo rozszerza. W mówiéniu kanał powietrzny spoczywa, bo tony wyniosłością i spuszczéniém nie

kanał powietrzny.

wiele

wiele się różnią, a głosu odmiana przez ułożenié ust dzieie się. Wymawiamy zaś słowa które się z głosek składaią; z tych głosek spółgłoskami zowiémy owé, które wymawiamy przyciśnieniém ięzyka do iakiéy w gębie części, do ust albo do zębów: samogłoskami zaś, które się wymawiaią bez żadnégo przyciśniénia ięzykiém.

§. XIX.

Przyrodzénié światła

Światło do dźwięku bardzo wielkié ma podobieństwo, z wielką nader prędkością idzie prosto tak iako dzwięk, i promiénie iego liczné nie mięszaią się choć przez małą dziurkę różnémi kierunkami przechodzą. Odbiia się od zwierciadeł, od powiérzchni nierównych odbité, tak się rozprusza iako i dzwięk (Wstęp XI. 6. 8. XII. 38.); a iako gdy dzwięk powstaie przytęższy wszystkié ciała blizkié drgaią i brzmią, tak téż i wielé ciał nieprzezroczystych, gdy przez czas są na słońcu, potém w ciémném mieyscu słabé światło z siebie wydaią. Zaczém iest rzecz bardzo podobna do prawdy, że światło w jakiéyś materyi subtelnéy płynnéy i sprężystéy, tém samym sposobém rodzi się i rozchodzi, iak głos w powietrzu; która to materya wszędzie z powietrzém i ze wszystkiémi ciałami ziémskiémi mięszá się, i za obrębém powietrzokręgu naszego po niezmiernych nieba przestrzéniach rozciąga się: oprócz tego zaś bardzo sprężysté bydź musi, gdyż

światło

światło zdaleko większą szypkością rozchodzi się niż dzwięk. Newtona mniemanié nie zdaie się bydź dowodliwé, który sądzi, że zmysł widzenia tak iako i zmysł powonienia, nieiakiémi wyziéwy bardzo cieńkiémi poruszony bywa, i że promiénie światła ze słońca, i z jnnych ciał świécących ustawicznie wypływaiąc przez ciała przezroczysté, i przez samé oczy naszé na wszystkié strony wolné przeyścié maią.

R O Z D Z I Á Ł IV.

o spoyności w ciałach

§ I.

Wszelkié ciało albo iest stałé albo płynné (Xię. I. Rozd. II. 3.). Stałé znowu albo giętkié, gdy się łatwo naginać może, a nie łamie się, albo tęgié: ciągłém zaś to się nazywa, któré badź łatwo, bądź z trudnością znacznie podłużoném bydź może, a nie rozrywa się. Ciało bardzo giętkié iako to strona muzyczna, iest téż ciagłé, i łatwo znacznie się przedłuża zawieszonym iakim ciężarém, i nawet ciała takié, przez samo naginanié rozciągaią się, a zatém ciała té, któré się bardzo naginać mogą, znacznéy téż długości nabywaią bez rozerwania. Tak wiadomo iest przez doświadczénié, że strona długa na 3 stopy

Ciała giętkié tęgié i ciągłé.

O Pa-

Paryzkié ciężarém dwóch funtów Paryzkich przedłużyć się może na 9 liniy, ciężarém dwoistym na 17, troistym na 23. czworakim na 27 liniy, (Mem: de Paris 1705); z czego się razém pokazuie, że takowé ciała przez naciąganié wraz mniéy ciągłémi się staią, i że równym ciężarém tém mniéy się podłużaią, im więcéy są iuż podłużoné i napięté. Zaczém gdy ustawicznie ciężaru przybywa wreszcie rozrywaią się tak, iako i inné ciała wszystkié nieciągłé, których bez rozerwania znacznie podłużyć nié można.

§ II.

Siła spoyności bezwzględna ciał pomnaża się ich ciągłością.

Ciało znacznie sprężysté i ciągłé, odiąwszy ciężar, którym się podłużało, znowu powraca do piérwszéy długości, z czego się pokazuie, że przez podłużénié i wyprężénié iego, siła która cząstki ciała spaia, mnieyszą się nie staie. Zaczém takié ciało ciągłé bez pochyby większy ciężar przyczyniony wytrzymać może, nim się rozerwie, niż gdyby takowąż siłę maiąc nie było ciągłém. W tén czas albowiém ciężar zawieszony natychmiastby zmnieyszał w niém siłę spoiénia, gdy zaś iest ciągłém, trzeba naprzod pewnégo ciężaru iakiego do podłużénia, co gdy iuż iest, powiększywszy ciężar dopiéro się osłabia spoiénié w ciele. Zaczém siła, przez którą ciało opiéra się rozerwaniu, i którą zowiémy *siłą spoiénia bezwzględną* w ciele (vis cohae-

cohaerentiae absoluta) większa się znayduie, gdy inné okoliczności są iednakowé, w ciałach giętkich sprężystych, niż w jnnych.

§. III.

Jakiéżkolwiek ciało iednorodné stałé i nie iednakowo grubé, w tém się mieyscu rozrywa, w którém iest naycieńszé; zaczém ieżeli całé ciało iest iednostaynie grubé, to iest, ieżeli wałkowaté albo graniastosłupowé rozrywa się na przecięciu do swéy osi prostopadłém: bo takié przecięcié między wszystkiémi przecięciami poprzecznémi iest naymnieyszé. Jeżeli więc dwa ciała wałkowaté albo graniastosłupiasté, nie ciągłé, iednorodné, podobnie zrobioné, ciężarami P i p rozrywaią się w przecięciach AB, CD prostopadłych do ich osi, siła spoiénia bezwzględna tych ciał równa iest summie sił, którémi się cząstki na powiérzchniach AB, CD z sobą się stykaiące spaiaią. Gdy więc którékolwiek dwa punkta w jedném ciele iednakową siłą są spoioné, iak dwa punkta w drugiém, idzie stąd, że siła bezwzględna w obu ciałach będzie iak liczba punktów z sobą się stykaiących, to iest, iak przecięcié CD albo AB. Daymy n. p. że ciała są wałkowaté, i że srzednica iednego iest do srzednicy drugiégo iak 1 : 2, tedy bezwzględné siły ich będą, iak 1 : 4, albo ogólnie mówiąc, iak kwadraty srzednic.

Stósunek sił bezwzględnych spoyności ciał nie ciągłych.

Fig. 59.

§. IV.

Stósunek siły bezwzględnéy spoyności w ciałach ciągłych.

Ale ieżeli z dwóch ciał sprężystych iedno iest więcéy ciągłe, drugie mniéy, chociaż oba są iednorodné, to drugié nigdy tylé ciężaru wytrzymać nié może, iakby podług stósunku swéy podstawy wytrzymać powinno (2.) tak sztuki metallowé sprężysté znacznie nagnané i podłużané bydź mogą bez rozerwania, gdy są cienkié, ledwie zaś trochę nagiąć, albo przedłużyć ich można gdy są grubé. Przeto i sztaba żelaza graniastosłupna, któréy podstawa miała w sobie blizko 700 linii kwadratowych Paryzkich, rozerwała się ciężarém 28000 funtów Paryzkich, kiedy drót iedną prawie liniią kwadratową w podstawie maiący, był rozerwany ciężarém 490 funtów (Experiences sur la tenacité du fer, par M. Buffon). W przykładach dopiéro przywiedzionych, stósunek podstawków był 1: 700, stósunek zaś ciężarów 1: 57, a zatém ostatni od piérwszégo blizko dwanaście razy mnieyszy. Sam gatunek żelaza, z którégo sztaba zrobiona była, zdaie się, iż był daleko podleyszy, niż żelazo w drócie, iednakże pewna iest rzecz, że tak wielka różnica w udzielnéy sile spoiénia naybardziéy wyniknęła z różnicy między ciągłością grubégo pręta i ciénkiégo drótu.

§. V.

Siła bezwzględna

Niektóré ciała z włokién się składaia, iako to drzewa, strony, powrozy. Takich

ciał, gdy są wałkowaté albo graniastosłupné siła spoiénia bezwzględna, iest w stósunku podstaw, byleby tylko każdé z osobna włokno chociaż ciągłé, było równie mocné, grubé i iedno od drugiégo równoodległé: albowiém im większa iest liczba włokién, tém téż większégo ciężaru do rozerwania ciała potrzeba będzie, liczba zaś włokién zawsze iest w stósunku podstawy ciała. Zaczém stron i powrozów z jednakiéy materyi, siły bezwzględné spoyności, niewątpliwie byłyby w stósunku kwadratów grubości, gdyby włokna ich były od siebie równoodległé, a niepokręconé: doświadczenié zaś naucza, że powrozy tém mniéy wyciągać się daią, i tém się tęższémi staią, im są bardziéy skręconé. Ani ta rzecz dziwna bydź powinna, gdyż włokna w powrozach samém kręceniém natężaią się i przedłużaią, z czego się pokazuie, że w powrozach bezwzględna siła spoiénia, tém bardziéy się zmnieysza, im powrozy są mocniéy skręconé. Tak ze dwóch powrozów wcale sobie podobnych i równych, ale z których ieden iest daleko mocniéy skręcony, niż drugi, ten ciężarém 6205, tamtén zaś 4095 funtów rozerwany został (Mem: de Paris 1711), w powrozach iednak konopnych grubych a osobliwie przydłuższych, gdy są miernie skręconé, siła spoiénia bezwzględna, póspolicie więcéy się pomnaża, niż

spoyności w powrozach.

niż w stósunku podstáw. Tak powróz z sześciu włokién równych upleciony rozerwał się ciężarém 631 funtów, podobny powróz z dziewięciu włokién złożony 1014 funtami, powróz z 12 włokién 1564 funtami, a powróz z 18 włokién 2148. funtami (Duhamel art de la corderie); gdyż włokna, z których się powrozy składaią zwłaszcza długié są nieiednostaynie mocné, i zawsze maią w sobie niektóré części od innych znacznie słabszé. Gdy się wielé takowych włokién skręca, słabé części iednego włokna ściśle się łączą z częściami mocnieyszémi drugiégo, a tak moc powroza, tém iednostaynieyszą i większą się robi, im więcéy włokién skręcamy. Zaczém iest pewny stopién skręcania w powrozach, od którego ich moc naywiększá zawisła. Jeżeli są mniéy kręconé, tedy słabé części włokién z mocnieyszémi nie tak się ściśle łączą, ieżeli zaś więcéy są skręconé, tedy powrozy bardzo wielé z swoiéy ciągłości tracą, a tém samém staią się słabémi; wreszcie powrozy wilgotné mniéy się wyciągaią, i słabszémi są niż suché.

§. VI.

Różnych ciał rozmaitá spoyność.

Powszechnie zaś doświadczono z porównywania ciał co do wielkości, i co do kształtu zupełnie równych, że bezwzględná ich siła spoyności iest bardzo różná, chociaż samé ciała z jednego materyału,

części

częstokroć udziałané były, bo nie tylko iednego materyału różné się znayduią gatunki, iuż mocnieyszé, iuż słabszé, ale téż i sposób, którym ciała udziałané bywaią, z jednegoż materyału, często wielé wpływa w pomnożénié albo zmnieyszénié ich mocy. Między kruszczami stal i żelazo má náywiększą siłę spoiénia, ołów náymnieysza: przez pomiészanié zaś kruszców i zlewanié, moc iednego różnym się sposobém odmiénia, i nie zawsze w mocy stósunku drugiégo kruszczu. Tak w złocie siła spoiénia bezwzględná srebrém się powiększa a bardziéy ieszcze miedzią, w miedzi cyną, w cynie ołowiém, w ołowiu cyną. Mosiądź, który się robi z miedzi i galmanu, od miedzi iest mocnieyszy. Ale żelazo przymięszaniém cyny, a srébro przymiészaniém ołowiu, kruchém się staie i słabém. Nad to, wszystkié kruszce klepaniém, zbijaniém staią się mocnieyszémi, a czasém we dwoie albo we troie więcéy, iak po odlaniu były, zbyt zaś młotami bité, znowu pospolicie słabieią; tak i ołów kuciém staie się mocnieyszy ale razém i rzadszy, z czego poznaiémy, że moc ciał nie zawisła od ich gęstości. Ale i innych ciał spoiénié często się pomnaża cisnąc, albo biiąc, iako to sukién, które wałkowaniém prawie we dwoie staią się mocnieyszémi.

§. VII.

§ VII.

Tęgość w powrozach.

Fig. 60.

Strony i powrozy czasém z trudnością zginane i zwiiané bydź mogą: doświadczyć zaś ich można tęgości w następuiący sposób. Wałek ABC obwiń sznurkiém iedwabnym bardzo giętkim, i na iednym iego końcu E zawieś ciężar P, na drugim zaś szalę, na która włóż ciężar piérwszemu równy; potém dodaway ciężaru na szali dopóty, póki wałek około swéy osi poziomie utrzymanéy nie zacznie się obracać, tym sposobém wynaydziesz cały ciężar, którégo potrzeba użyć na przezwyciężénié tarciá w wałku, gdy go ciężar P z obu stron ciśnie (o tarciu nie bawiąc mówić będziémy). Toż zdiąwszy sznurek iedwabny okręć około wałka, powróz którégo tęgość chcesz poznać, z obu iego końców téż ciężary zawieś: to zrobiwszy znowu trzeba będzie przydać iaki ciężar na szali, którymby wałek zaczął się obracać, tén nowo przydany ciężar, będzie równy przeszkodzie, która iest z tęgości powroza. Tym sposobém doświadczono, iż w tymże samym powrozie pomnaża się tęgość prawie tak, iak ciężar P, pomnaża się daléy większém zginaniém: im bowiém mnieyszy iest wałek ACB, a zatém im większa iest wałka i powroza krzywość, tém większégo potrzeba ciężaru strony D, żeby wałek począł się kręcić, ze dwóch powrozów wcale sobie podobnych, grub-

szy

szy iest tęższym, a to w stósunku grubości; ieżeli bowiém srzednice powrozów są iak 1: 2 albo iak 1: 3 a oba równy ciężar P wyciągą, będą téż przeszkody w obwianiu obu, iak 1: 2 albo 1: 3. Zaczém gdy liczba włokién grubszégo powroza, który ma srzednicę 2, iest do liczby włokién cięńszégo, którégo srzednica 1, iak 4: 1, idzie stąd, że ieżeli każdé z osobna włokno w jednym powrozie iednakową siłą má ciągnąć iak i w drugim, na grubszym powrozie trzeba zawiesić ciężar 4P, na cieńszym P, w tym razie zaś tęgość piérwszégo do tęgości drugiégo będzie, iak 8 P: P = 8 : 1. Podobnymże sposobém, gdy każdé z osobna włokna w powrozie, którégo srzednica iest 3, ma bydź ciągnioné siłą równą, iak włokna w powrozie maiącym srzednicę 1, trzeba zawiesić na piérwszym ciężar 9P, a zatém tęgość grubszégo, będzie do tęgości cieńszégo iak 27: 1. I tak ogólnie się pokazuie, że ieżeli dwóch powrozów zewszech miar do siebie podobnych, ale nie iednakowo grubych, każdé z osobna włokno równie iest natężoné, że mówię tych powrozów tęgości będą w stósunku sześcianów z srzednic.

§ VIII.

Bardzo wielé ciał tęgich łatwo się łamie, choć miernie ié zginamy, ta siła, którą się opiéraią w łamaniu nazywá się ich *siłą* spoyności względną, (vis cohærentiæ relativa). Względna siła spoy-

ności w ciałach. tiva). Między takowémi ciałami, osobliwégo zastanowiénia godné są balki, w zginaniu podobné są powrozóm tęgim, gdyż równie iako i powrozy z włokién się składaią. Balki poziomey długością, iest tén rozmiar, który idzie kierunkiém włokién w drzewie, wysokością zaś iest wymiar pionowy, a szérokością poziomy, tak wysokość iako i szerokość, iest prostopadłą do długości. Względna zaś siła w balce poziomey, która ma oba końce dobrze podparté równa się summie z połowy ciężaru balki, i z połowy ciężaru, który pośrzód balki ma bydź zawieszonym żeby się zaczęła łamać. Niech albowiém AB będzie liniia pozioma, tęga i iednakowo ciężka, w końcach A i B podparta, rozdzieliwszy ią na dwie części równé AC = BC, obie té części będą dzwigniami prostémi i równémi. Punkt zaś C dzwigni BC, przez swóy ciężar R, tym samym sposobém na dół idzie, iak gdyby ténże ciężar był zawieszony tam, gdzie srzodek ciężkości E w dzwigni przypada, (Xię. II. Rozd. III. 2.). A zatém trzeba go podnosić siłą $\frac{1}{2}$R, żeby dzwignia zostawała w równoważności (Xię. II. Rozd. III 5.). Podobnymże sposobém punkt C w dzwigni AC równą siłą ma bydź podnoszony. Zaczém punkt C na srzodku linii AB przyciśniony iest ciężarém 2 R, całéy linii tak, iak gdyby na nim zawieszony był ciężar

Fig. 61.

$\frac{1}{2}$R +

$\frac{1}{2}$ R + $\frac{1}{2}$ R, czyli R a w saméy linii iak gdyby żadnégo nie było ciężaru. Zaczém i pół tego, co ważą balki, dodać należy do owégo ciężaru, którym się łamać zaczynaią; gdyż względna siła spoiénia w balkach, iest rówwna summie tych ciężarów, albo raczéy bardzo nie wielé od niéy mnieyszá.

§ IX.

Względné siły spoyności w balkach iednakowo grubych i podobnych, są w stósunku nieco większym niż odwrótnym długości balek.

Fig. 62.

Balka poziomá, ciężarém posrzód niéy zawieszonym zginá się w całéy swéy długości, to iest, od iednégo końca podpartégo aż do drugiégo: bo przeciąg iéy między obu rzeczonémi końcami, długością balki podparty nazywámy. Jeżeli zaś srzedni punkt O na osi balki poziomey, któréy długość iest AB, zniżył się na C poprowadziwszy liniie AB, BC łatwo poznać można, że dlá wielkiéy w balkach tęgości, oś ich skrzywioná bardzo mało odstąpić może od linii ACB. Zaczém ieżeli oś balki dłuższéy DE, podobnie się zniżá na F, tak że iest DF : DC = DE: DB, skrzywiéniá rzeczonych balek, tak się prawie maią iak łuki kolisté równoodległé przez punkta A,C,B i D,F,E poprowadzoné, gdyż pospolicie balki miernie tylko nagięté łamią się, a zatém strzały OC, OF, balek skrzywionych wprawdzie, ale nie złamanych, są zawsze małe względém długości AB, DE. Zaczém krzywość balki dłuższéy zawsze mnieyszá będzie niż balki krótszéy. A przeto ieżeli te balki wcale

wcale podobné będą i iednakowo grubé, toiest równie wysokié i szerokié, pewnie tak się do siebie będą miały, iak powrozy tęgié i iednakowo grubé : takowé zaś powrozy więcéy oporu czynią większéy krzywości niż mnieyszéy (7.). Zaczém iest rzeczą dowo liwą, że z balek wcale podobnych iednakowo długich i szérokich, dłuższą mnieyszą siłą zgiętą, a zatém i złamaną bydź może. Wiadomo zaś iest z samego doświadczénia, że się tak rzecz ma, iż siła spoiénia względna w balkach, przynaymniéy w dębowych, w trochę większym stósunku zmnieysza się, iak iest tén, w którym długości balek przybywa. Tak z pomiędzy balek dębowych wcale podobnych na 5 calów stopy Paryzkiéy szérokich i długich. ta się złamała, która była na 7 stóp Paryzkich długą, w przeciągu blizko iednéy godziny ciężarém 11,500 funtów Paryzkich, 14 stóp długą 5300, a 28 stóp długą, 1780 funtami Paryzkiémi: ciężar zaś samych balek był 92, 177 i 562 funtów, (Buffon Experiences sur la force du bois). Zaczém siły spoiénia względné w tych balkach miały stósunek 5,9; 2,7. i 1. (8.) długości zaś iak 1, 2, 4 między sobą były.

§. X.

Względné siły spoyności

Ale dwie balki wcale podobné, równie długié poziomé i w końcach swoich podparté, gdy ich srzodki iednakowym cięża-

rém

rém ciśniémy, iednakowo téż się zginaią. Zaczém ieżeli iedna balka A n. p. na 6, druga B. na 3 cale iest wysoka i széroka, tęgość piérwszéy do tęgości drugiéy, podług wszelkiégo podobiéństwa, będzie w stósunku sześcianów z długości albo z wysokości, to iest iak 8 : 1, bo w obu iako podobnych sobie włokna są równie naciągnioné (7.). Zaczém siły spoiénia względné P i Q rzeczonych balek podobnie będą w tymże samym stósunku, co téż i doświadczénié pokazuie: albowiém z pomiędzy balek dębowych podobnych długich na 12 stóp, iedna która była na 4 cale wysoka i széroka, a ważyła 99 funtów Paryzkich, złamała się ciężarém 2987 funtów, druga zaś na 8 calów wysoka i széroka a 396 funtów ważąca, ciężarém 23450 funtów. Zaczém siły spoyności względné w tych balkach były prawie iak 1 : 8. Lecz ieżeli trzeciéy balki C równą długość maiącéy a do balek A i B wcale podobnéy, wysokość iest 6, széroksość tylko 3. cale, łatwo zrozumieć można, że téy siła spoyności względná iest do siły spoyności względnéy w balce A iak 1 : 2 a zatém = 4P ; gdyż balka A równa iest dwóm balkom C obok siebie położonym, i té balki ciśnioné wcale iednakowym sposobém skrzywiaią się, czyli są złączoné z sobą czyli nie są. Zaczém siły spoyności względné w balkach C i B są między sobą iak

W balkach podobnych i iednako długich i szérokich są w stósunku dwumnożnym wysokości balek.

iak 4. 1, to iest, w stósunku dwumnożnym wysokości. I tak powszechnie okazać można, że balek podobnych równie długich i szérokich siły spoiénia względné są, iak kwadraty wysokości balek.

§. XI.

Jakim sposobém siła spoyności względná danéy balki wyrachowaná bydź może.

Zaczém tęgość balek wcale podobnych i równie długich, iest prawie w stósunku składanym z szérokości i z kwadratów wysokości, albo iak wieloczyn z szérokości przez kwadrat wysokości. A że w balkach podobnych i iednakowo grubych tęgość iest w trochę większym stósunku, niż w odwrotnym długości (9.) łatwo wyrozumieć można, iż doszedłszy mocy w mnieyszym graniastosłupie drewnianym, może bydź wynaleziona przez rachunek, blizko prawdziwie tęgość graniastosłupa podobnégo. Graniastosłupek dębowy n. p. na iedén cal szeroki i wysoki, a na 3. stopy długi przełamany został ciężarém 260 funtów Paryzkich. Daymy więc, że w jnnéy małéy balce bardzo podobnéy do tamtéy, równie grubéy, ale na 12 stóp długiéy tęgość iest do mocy graniastosłupa, iak 1: 5, 9. (9.); pominąwszy iéy własną ciężkość, następuie, że powinna się złamać ciężarém prawie 44 funtów. Zaczém podobna balka dębowa 12 stóp długa, a 8 calów wysoka i széroka, złamie się 44, 8. 8. 8, to iest: 22,528. funtami. A że złamana była w saméy rzeczy ciężarém

blizko

blizko 24000 funtów (Buffon). Zatém stąd także pokazuie się, że każda balka nierówne boki maiąca większy ciężar włożony wytrzyma, gdy się ciężar położy na boku miąższym niżeli na szerszym. Nad to, balka mocnieyszą się staie, częścią przez pale podstawione, czyli przez podpory, gdyż tym sposobém niby na wiele balek podziéla się, których długość taka iest iaka odległość podpór (9.) częścią gdy w jakikolwiek sposób tak iest związana z jnnémi balkami, że inaczéy się złamać nie może, chyba z jnnémi spólnie złamana będzie. Balka obu końcami w mur wpuszczona, nie iest znaczniéy mocnieysza, iak gdy na dwóch podporach obu końcami wolnie leży, co doświadczénie potwiérdza. Balka cała iednostaynie ziemią, albo piaskiém, albo w jnny iakikolwiek sposób obładowana, tak się ma, iak gdyby sama cięższą się stała, a żadén ciężar na nią nie był włożony. Zaczém ieżeli ow cały ciężar obładowania razém z ciężarém całéy balki iest R, tymże samym sposobém obciążona iest balka, iak gdyby pośrzód iéy miał ciężar $\frac{1}{2}$R, (8.) a zatém gdy tak iednostaynie podzielony iest ciężar, we dwoie więcéy wytrzymać może niżby wstrzymała maiąc cały ciężar po śrzodku siebie zawieszony.

§. XII.

Podstawę każdéy kłody, czyli przecięcié do osi kłody prostopadłé można brać Náylepszy

za

kształt balek. za koło, a podstawę każdey balki wyciesa-ney z owéy kłody za prostokąt w tym kole wpisany. A że nieskończona liczba takich prostokątów w tymże samym kole

Fig. 6. AEF wpisanych bydź może, iaki iest prostokąt ABDC, z których każdégo przekątnia CB, równá się srzednicy koła. Zaczém z kłód wcale równych różné balki wyrábiać można iuż szérszé, iuż wyższé. Jeżeli zaś chcémy wiedzieć, któraby balka między innémi náylepszégo kształtu była, szukáymy iaki stósunek między szerokością i wysokością balki, któréy przekątna iest nám wiadomá bydź powinién; ażeby taż balka stała się iak náymocnieyszą, używszy rachunku, znaydziémy, że rzeczony stósunek szérokości do wysokości iest $= 1 \sqrt{2}.$ = (b); z czego się poka-

(b) Dáymy, że CB = 1, a będzie bok CD zawsze mnieyszy od iedności, z dodaniém, albo uięciém ułomka 9, ieżeli przypuszczámy, że $CD^2 = \frac{1}{3} \pm 9$ a tak będzie $DB^2 = \frac{2}{3} \mp 9$, a moc w balce, która má bydź z kłody wyrobioná, (gdy długość teyże balki iest iednakowá) iak $DB^2 . CD$ (§. 11.) $= (\frac{2}{3} \mp 9) \sqrt{(\frac{1}{3} \pm 9)}$ Zaczém f2 iest iak $(\frac{4}{9} \mp \frac{4}{3} 9 + 9^2)$, $(\frac{1}{3} \pm 9) = \frac{4}{27} - 9^2 \pm 9^3$. Że tedy 9 wyráżá ułomek, będzie zawsze $9^2 > 9^3$ a zatém $- 9^2 \pm 9^3$ zawsze ilością odiémną, a przeto f^2 iest zawsze ilość mnieyszá niż $\frac{4}{27}$ bądź 9 znaczy ilość odiémną, bądź dodatną. Zaczém ^{2}, a przeto i moc

pokazuie, że wszystkich bałek, których w budowli używamy, tén kształt bydź powinién, ażeby stósunek szérokości do wysokości przypadał, między stósunkami 2 : 3 i 3 : 4.

§. XIII.

Jeżeli iaką bałkę dużym ciężarém znacznie skrzywimy, i tak skrzywiona zostanie przez czas dosyć długi n. p. przez kilka miesięcy ciągle, złamie się na koniec, chociaż ciężar którym ią ciśniémy nie przechodzi dwóch trzecich części większégo ciężaru, którégoby użyć potrzeba było, gdybyśmy bałkę w przeciągu kilku godzin złamać chcieli. Tego skutku pewnie nie inna iest przyczyna, tylko że drzewa i wielé innych ciał długo ciśnioné albo ciągnioné, część swoiéy sprężystości tracą, przez zginanié zaś bałki się natężaią i rozciągaią. Że bowiém siła, którą bałki w łomaniu opór czynią po części od ich sprężystości zależy, a przez sprężystość tém mocniéy się wspiéraią, im więcéy w nich natężénia i podłużénia przybywa, (1.) nie iest rzeczą dziwną, iż przez ustawiczné zginanié nieiaką część swéy sprężystości utraciwszy łatwiéy zgiętémi, a za-

Moc w bałkach zależy nie od samégo ich kształtu, ale i od innych przyczyn.

P

i moc f bałki iest náywiększá, gdy $\varphi = 0$. W tén czas albowiém f^2 iest iak $\frac{4}{27}$; CD^2 zaś $= \frac{1}{3}$; $CD = \sqrt{\frac{1}{3}}$ DB zas $= \sqrt{\frac{2}{3}}$, a zatém $CD : DB = \sqrt{\frac{1}{3}} : \sqrt{\frac{2}{3}} = 1 : \sqrt{2}$.

a zatém i złamanémi bydź mogą. Przeto też balka którą wciąż przez kilka miesięcy ciężar przywiększy znacznie krzywił ale nie złamał, potém daleko iest słabszá, niż była piérwéy ; gdyż równym ciężarém, owszém i mnieyszym naciśniona znowu często wkrótce się łamie. Zaczém w budowlach długo stać maiących, nigdy nie trzeba obładowywać balek większym ciężarém, iak tylko połową, ktorymby podług wyrachowaniá i doświádczéniá złamanémi bydź mogły w przeciągu kilku godzin. Balki nawet równé podług różnégo drzew rodzaiu, z których się robią, iuż mnieyszym iuż większym ciężarém łamią się. Tak balki z drzew młodych słabszé są, niż balki wyrobioné z drzew które przyszły iuż do pewnégo stopnia doyźrzałości, drewna z gałęzi albo z samégo wiérzchołku kłodziny słabszé są od drewién odziomka, drzewo od kory słabszé iest, niż drzewo od drzénia, także drzewa uschłé słabszé są od żywych. Oprócz tego przez sęki i przez inné włókien przerwaniá drzewa staią się znacznie słabszémi a czasém przez samę ziémię, na któréy rosną.

§. XIV.

Ciała łupné i chropowaté.

Są niektóré ciała, w które wbiiaiąc klin, albo rzecz klinowi podobną, łupaią się dosyć daleko, albo téż na wielé się części rozlatuią, zwłászcza gdy klin uderzéniém

niém wpędzámy w nie a nie ciśniéniém; przyczyna tego zdaie się bydź, że części rzeczonych ciał niby iakiémi nitkami naciągnionémi są złączoné, któré to nitki podłużoné i targnioné rozrywaią się i rozerwané kurczą się, tak właśnie iako i strony natężoné gdy się rwią, części ich wstecz odskakuią. Z tych ciał iedne pewnym tylko kierunkiém szczepaią się iako to drzewa i kamiénie łupkié (schisty) i té łupnémi nazywamy, drugié raz iednym, drugi raz innym kierunkiém na wielé się części rozlatuią, iak szkło, cukier, półkruszce, i té chropowatémi nazywamy (des corps aigres). Z obu tych rodzaiów ciała są twardé i sprężysté, często się łupaią, nawet w tén czas kiedy niektóré ich części bardziéy się podłużą, albo skurczą niż inné, byleby tylko ta nierówność w przedłużéniu albo skurczéniu dosyć wielka zaszła. I tak deski gdy z jednéy strony znacznie bardziéy od ciepła wyschną niż z drugiéy, często z wielkim hukiém pękaią się, gdyż na tén czas włokna w nich bardzo nie równo są ściskané (Wstęp XIV. 17.). Tak i naczynia szklanné albo gliniané, za wlaniém wody wrzącéy pękaią się pospolicie, bo ciepło części ich wnętrzné bardzo rozciąga (Wstęp XIV. 16.). Podobna iest rzecz do prawdy, że z téyże przyczyny i od gwałtownégo dźwięku szkła się rysuią a czasém i pękaią

(III. Rozd. I. 12.); gdyż przez dźwięki iedno brzmiącé wielé cząstek we szkle ruchu nabywa, a zatém iedné z nich skrzywiaią się i podłużaią gdy drugié są nieporuszoné. Przeto i ciała, któré się łatwo rospryskuią, nader kruché bywać zwykły, bo ich części ledwo mogą bydź nieiednostaynie podłużonémi, żeby się nie popsuły.

§. XV.

Łzy szklanné i flaszeczki Boloński é.

Szkła i wiele innych ciał twardych przez natężenié gorąca miękkiémi się i giętkiémi staią, zimném zaś twardnieią i tężeią. Mianowicie szkło stopioné, gdy znagła stygnie, to albo samo przez się pęka twardnieiąc, albo téż bardzo małą siłą kruszy się w drobné cząstki. Takim albowiém sposobém studzoné zewnątrz bardzo prędko, wewnątrz zaś bardzo powoli stygnie, a zatém ieszcze ogniém niemal pała, gdy zewnątrz iuż iest zimné, przez co części iego nader nieiednostaynie podłużénia nabywaią i włokna którémi są spoioné, bardzo wielka siła wypręża. Takiéy zaś siły szkło tym sposobém nabywa, znać to na owych kroplach szklannych, (Fig. 64.) któré łzami szklannémi (lachrymæ vitreæ) zowiémy, te robią się kapaniém szkła roztopionégo w wodę zimną. Składaią się z główki A, i z ciénkiégo ogónka B, który skruszywszy cała łzownica w proch się rozsypuie, a to ieszcze z taką siłą, iż na-

czynié

czynié szklanné wodą napełnioné cząstkami łzownicy rozpryśnionémi, często przedziurawioné zostaią; gdy główka téyże łzownicy, w niém zamarzona pryska. Naywiększa chropowatość owéy szklannéy kropli zdaie się znaydować w częściach iéy wnętrznych które naypóźniéy ostygły. Bo można uderzać, drapać, owszém zwiérzchu osłą główkę przyciérać, a łzownica się nie kruszy. Lecz ieżeli koniec ogónka zginamy, i tym sposobém wnętrzné nitki w kropli bardziéy się podłużaią niż zewnętrzné, kropla natychmiast się kruszy, a to nie tylko w powietrzu, ale i na mieyscu od powietrza próżném. Rzeczona kropla szklanna mocno rozgrzana, a potém zwolna ostudzona traci tę osobliwą własność i za ułamaniém ogónka w proch się nie rozsypuie: łzownicom są podobné owé flaszeczki szklanné nie wielkié Bonońskiémi zwané, które Hutnicy, gdy w nich ieszcze szkło od gorąca prawie iest ciekłé na wolné powietrzé wystawuią, aby znagła ostygły. Bo do tych flaszeczek przez szyykę wpuściwszy kawałek krzémienia dosyć ostry, iżby dno rysował: toż dno acz iest grubé, natychmiast się pęka i wypada, gdy zewnątrz flaszkę można drapać i uderzać bez stłuczénia; gdyż krzémiéniém przerznięté nitki wewnątrz flaszeczki, naymocniéy wyprężoné, potężnie się kurczą, a tak dno rozrywaią. Fig. 65.

XVI.

§. XVI.

Ciała twardé i miękkié.

Wszelkié ciało, które mierną siłą znacznie ściśnioné bydź może, nazywa się *miękkiém*, które zaś tak znacznie się nie ściska *twardém*. Wszystkié albowiém ciała mniey lub więcéy ściskané bydź mogą nawet náytwardszé (Xięg. III. Rozd. II. 10.). Ciała miękkié są dwoiakiégo rodzaiu; *w piérwszym* rachuiémy té, które przez ściśniénié stłaczaią się i gęszczą, iako to: glina mokra, śniég, piłka, poduszka i t. d. *w drugim* ciała których części ciśnieniu ustępuią, ale nie stłaczaią się n. p. woda, i bardzo wiele innych ciał ciekłych, albo ciepłém zmiękczonych, które pociśnioné rozpływaią się, albo rozciągaią albo w górę idą, a żadnéy odmianie w rozciągu swoim nie podpádaią. Przeto samé ciała stałé na twardé i miękkié dzielić się mogą: bo wszystkie ciała ciekłé są miękkiémi drugiégo rodzaiu. Ale i te albo się mogą zgęszczać, iako to powietrzé, albo niemogą, iako woda (Wstęp X. 1.), pęcherz zaś albo inné naczynié giętkié cieczą zupełnie napełnioné iest na kształt ciała twardégo, gdy ciecza zgęszczać się nié może, a na kształt miękkiégo, gdy przez mierné pociśniénié znacznie się ściska. Ciało miękkié piérwszégo rodzaiu, które téż miękkiém bez żadnégo dodatku zowiémy, bądź iest sprężystém bądź nie iest, pewną siłą, w pewnéy tylko części zgęszczoné bydź

bydź może, ale zgęszczá się tém bardziéy, im większá siła ié ściská. Z czego się pokazuie, iż takowé ciało czyli iest sprężystém, czyli nie iest, opiérá się ściśniéniu, i ieszcze tém mocniéy, im go bardziéy ściskámy, przez ściśniénié zaś staie się twardszém. Tak z doświádczénia mamy, że w budowaniu, albo w biciu palów, nie tylko glina, ale i inné gatunki ziémi tém bardziéy twardnieią, im są mocniéy przyciśnioné. Przeto ciała iednakowo miękkié tém bardziéy się zgęszczaią, im z większą siłą mocniéy ié ściskámy, nie iednakowo zaś miękkié równémi siłami tém więcéy im są miększémi, tak dalece że miękkość w ciałach iest w stósunku składanym z prostégo gęstości, a z odwrotnégo sił, którémi się ciała zgęszczaią.

§. XVII.

Odpór ciała ciśniéniém zgęszczaiącégo się.

Gdy kula twardá na powiérzchnią poziomą gliny miękkiéy i wilgotnéy pionowo spádá, doświádczénié pokazuie, iż głębokości, do których taż kula z miernéy iuż większéy, iuż mnieyszéy wysokości spadłszy, w glinę się wbiiá, są w stósunku wysokości spadku. Kula albowiém w glinę wchodząc zgęszczá ią i przebiiá. Że zaś siła poiéniá w mokréy glinie iest tylko mała, odpór iéy pewnie naywięcéy od saméy gęstości pochodzić będzie, przeto tém większym się stanie, im glina bardziéy iest zgęszczoná, i to im z wyższégo mieysca kula Fig. 41.

la

la spádá. Jest więc rzeczą dowodliwą, że spádanié kuli będzie podobne ruchowi strony, która także tém mocniéy się skürczá, im bardziéy od położéniá sobie właściwégo przez natężénié odstępuie (Roz . I. 2.) albo téż ruchowi wahadła, które z punktu náyniższégo N. przez tak bardzo mały łuczek NM, albo ML idzie w górę. Gdy bowiém té łuki są bardzo małe, mogą bydź poczytané za liniie prosté, a zatém póprowadziwszy liniie poziomé LQ MP, prawie będzie LN: MN = QN: PN. Są zaś QN, PN wysokościami, od których zawisły początkowé prędkości na N, a zatém są w stósunku kwadratów z tychże wysokości. Zaczém gdy przez łuki NM, i NL wyrażaią się głębokości dółków w glinie, iasná iest rzecz, że te głębokości powinny prawie bydź w stósunku z wysokościami, z których kula spádá, albo w stósunku z kwadratami prędkości, z któremi kula w powiérzchnią gliny uderzá.

§. XVIII.

Odpór ciáł, których części, albo się kruszą, albo rozciągaią.

Lecz ieżeli kula z pistoletu wystrzeloná w drzewo, albo w jnné ciało, którégo części mocno są spoioné wchodzi, odpór w takiém ciele pewnie od rozrywania iego cząstek naywięcéy zależy. Ponieważ zaś każda z osobna cząstka z równą siłą opór czyni w rozrywaniu, iasna iest rzecz, iż całkowity ciała opór, tém większy będzie, im więcéy cząstek w równym czasie rozer-

rozerwaniu podlégá, to iest im z większą prędkością kula na powiérzchnią ciała wpádá. Podobnymże sposobém, ieżeli kula spádá na powiérzchnią poziomą piasku w kupę zgarnionégo, odpór w tym razie będzie prawie w stósunku prędkości, z którą kula w powiérzchnią piasku uderzá. Kula bowiém uderzaiąc w piasek na około go rozpiérá i rozsypuie na boki a ledwie co zgęszczá. Zaczém z równą siłą wszędzie cząstki piasku opór czynią, a zatém cały opór od kupy piasku tém większy iest, im więcéy się cząstek w iednakowym czasie porusza, to iest im z większą prędkością kula w kupę piasku uderzá. Lecz dwie kule zupełnie równé z nieiednaką prędkością prostopadle wchodzącé bądź w drzewo, bądź w piasek, równie z swych prędkości tracą, gdy równie głęboko wchodzą, bo tyléż cząstek iedna rozerwała, z mieysca wyruszyła, ile i drugá, a każdá cząstka tyléż biegu w obu kulach uięłá. Zaczém ieżeli iedna kula z prędkością C, druga z prędkością 2C ną powiérzchnią ciała nabiégá: piérwszá doszedłszy do głębokości P, cały bieg swóy traci: drugá w równéy głębokości, ieszcze będzie miała prędkość C, a zatém do głębokości 2P dóydzie. Powszechnie zaś mówiąc łatwo wyrozumiéwámy, że głębokości wybitych dołków będą w stósunku z prędkościami początkowémi, co się téż

do-

doświadczéniém stwierdzá. Jeżeli bowiém na proch stłuczémy suchą glinę, albo kawał cegły, kule równé i podobné spadłszy na powiérzchnią poziomą téy kupy prochu wybiiaią dołki, których głębokości są w stósunku trochę tylko większym, niż początkowé kul prędkości; gdyż pewnie byłyby wcale w tym stósunku gdyby proch spadniéniém kuli razém trochę się nie zgęścił (17.).

§. XIX.

Odporém ciał bieg się zwrácá

Fig. 66.

Jeżeli kula twardá maiącá za srzodek C, nieprostopadle ale ukośnym kierunkiém CI przez powiérzchnią FI, ciała miękkiégo P przechodzi; téy kuli nie tylko się prędkość odmiéniá, ale i kierunek, iakiżkolwiek iest odpór ciała P. Rozdzieliwszy albowiém kuli bieg CI na inné dwa biegi do siebie prostopadłé FI i CF, iasná iest rzecz, że przez odpór ciała P nieiaka część n. p. FG, biegu CF ginie, skoro tylko kula do płaszczyzny IF dochodzi w punkcie náyniższym F. Poprowadziwszy więc liniią GH od linii FI równoodległą i równą, możná pewnie poznać, iż kula zacznie biédz kierunkiém CH. Potém gdy kula niżéy powiérzchni IF zstąpi, ieżeli płaszczyzna DE do kierunku kuli iest prostopadłą, przez srzodek zwolna coraz większá z połowy powiérzchni kulistéy DAFE. podobnémuż odporowi podpádá, iak punkt F, od powiérzchni krzywéy i równéy ciała

P,

P, którá się styka ową cząstką powiérzchni kulistéy. Ponieważ zaś bieg kuli równoodległy od powiérzchni ciała P, nié może mieć przeszkody od tegoż ciała, a zatém odpór rzeczonégo ciała na każdym punkcie iest tamże zwrócony ku C, srzedni kierunek, którym srzodek C przez ténże odpór w górę idzie, przypádá między FC i IC. Zaczém ténże srzodek pomału co ráz bardziéy odstępuie od linii CA w górę, a zatém przybiégá liniią krzywą COL. Ale skoro cała kula, aż do náywyższégo punktu I na kole wielkim, które do kierunku kuli LN iest prostopadłym, zanurzy się pod powiérzchnią IF, ow kierunek LN, więcéy się nie odmiénia: bo iak łatwo wyrozumieć można, srzedni kierunek odporu na przeciwko połowie powiérzchni kulistéy IQM, którá sama odporóm ciała P podlégá, przez srzedni punkt Q téyże powiérzchni przechodzi, a zatém iest w prost przeciwny kierunkowi srzodek kuli LN. Zaczém kula którá biegła w powietrzu liniią prostą BC w drzewie, glinie, albo w jnném iakiém ciele gęstszém od powietrza, idzie liniią LN, a zatém od prostopadłéy CP odstępuie, tak iako i światło (Wstęp XI. 12.). Tak kule z pistoletów ukośnie wystrzelone w wodzie nawet zbiiaią się z swéy drogi, bo woda bardziéy przeszkádzá ich biegóm, niż powietrzé. Fig. 67.

§. XX.

§. XX.

Ciało twarde prostopadle spadłszy na inné ciało miększé od siebie, pospolicie odbiiá się od niego.

Jeżeli ciało twardé na inné miększé z miłą prędkością prostopadle nabiéga, tedy od niego pospolicie się odbiiá; gdyż ogólnie mówiąc, ciało uderzoné skruszyć się albo bydź przedziurawioném nié może, chyba że ciało uderzaiącé z dosyć wielką prędkością bieży. Jeżeli prędkość iest przymnieyszá, części ciała uderzonégo nie rozrywaią się, ale się tylko stłaczaią (Xię. III. Rozd. II. 16. 17.). Zaczém ciało twardé zwolna wpadaiąc na miększé, albo wcale żadnégo w niém dołku nie robi, ale go stłaczá tylko, i samo się ciężarem ściská i tym się sposobém odbiiá, gdy iest sprężysté, choć tylko po części (Xię. III. Rozd. II 18.) albo téż dołek w niém robi i wbiiá się, lecz nie głęboko, a w tym razie łatwo także odskoczyć może, i w saméy rzeczy odskakuie: bo prędkość iego przez odpór ciała miększégo ustawicznie się zmnieyszá, a zatém przy końcu biegu cząstki rzeczonégo ciała, iuż się więcéy nie rozrywaią, ale tylko stłaczaią. Tak kula ołowianá albo żelazní z mierną prędkością uderzaiąc w pień odskakuie, bo go przedziurawić nié może, a nawet choć go trochę i przedziurawi, odskoczy iednak. Kula ołowianá, maiącá srzednicę $8\frac{1}{2}$ liniy Paryzkich prędkością którą 1600. stóp Paryzkich w iednéy sekundzie iednostaynie przebiédz może, z pistole-

stoletu wystrzelona prostopadle w pień wiązowy wchodzi do głębokości $4\frac{7}{10}$ calów Paryzkich (Robins Artillerie). Zaczém taż sama kula z wysokości $3\frac{7}{10}$ stóp Paryzkich spadłszy, a zatém pozyskawszy taką prędkość, z którąby w jednéy sekundzie 16 stóp Paryzkich przebiégała (Xię. I. Rozd. V. 2.) gdyby mogła dziurawić pień, nie weszłaby wéń głębiéy iak tylko na pół linii Paryzkiéy blizko, albo na półsetną czastkę $4\frac{7}{10}$ calów stopy Paryz: (18.) a zatém łatwoby odskoczyć mogła, chociażby zostawiła nie wielki dołek w drzewie. A że biegąc z tą prędkością drzewa przedziurawić nié może, przeto odskakuie, a drzewo ściśnioné sprężystością swoią znowu do dawnégo kształtu powraca, a żadén dołek w niém nie pozostaie. Wreszcie każdy łatwo wyrozumieć może, że odpór w ciałach przymiększych ogólnie zależy od kształtu wielkości i ciężkości gatunkowéy ciał twardych (Wstęp X. 23.).

§. XXI.

Kule z dział woiénnych wystrzelone, wchodzą w ziémię, gdy w nią prostopadle uderzaią, lecz odskakuią, gdy znacznie z ukosa w nią biią. Jeżeli bowiém kierunek kuli CI, do powiérzchni ziémi FI pod kątém CIF dosyć małym, iest schylony, prędkość CF, w biegu kuli prostopadłym do ziémi zawsze iest mała, a zatém i ku-

Gdy ciało twardé na miększé wpádá bardzo ukośnie,

i kula małą tylko cząstką około F w ziémię wchodzi i w téy cząstce się stłaczá i odskakuie (20.). Tak więc znowu pod nieco mnieyszym kątem podnosi się (Xię. III. Rozd. II. 20.) i ciężarém swoim przebiégaiąc, tak w ziemię bardźo z ukosa powtórnie uderzá, (Xię. I. Rozd. VI. 8.). Tym sposobém kilka razy odskakuiąc na każdém mieyscu, w którém ziémi dopádá, brózdę podługowatą zostawuie, wráz bardziéy w biegu słabieie, a na koniec biédz przestaie. Kule z dział albo z pistoletów bardzo ukośnie wystrzeloné, także od powiérzchni morza, albo ieziora powielokrotnie wystrzeloné odskakuią, chociáż odpór z przedziélaniá wody pochodzący iest bardzo mały, tak, że kula gdyby zgoła żadnégo biegu nié miała, własnym ciężarém przez całą głębokość wody, na dnoby poszła. Kula C wyrzucona z wielką prędkością, kierunkiém CD, mało co wyniesionym nad powiérzchnią morza poziomą AB, przez znaczny przeciąg téyże powiérzchni tak bieży, iż wielką iéy część widać nad wodą. Zaczém woda przed kulą niby górkę FE czyniąc koło boków téyże kuli nazat spływá, i tém wyżéy się podnosi, im iest większá prędkość kuli (Wstęp II. Rozd. II. 30.). Zaczém dopóki kula tak bieży woda po któréy płynie ustawicznie ią w górę podbiiá; gdyż słup pionowy FH GE zawsze iest wyższy,

choćby też z náywiększą prędkością, tedy iednak od niego pospolicie się odbiiá.

Fig. 68.

wyższy,

wyższy od takowégoż słupa EG IA a zatém ten pośledni ustawicznie się podnosi. Przeto bieg pionowy w kuli iako bardzo mały, tym sposobém ginie, nakoniec że wszystkiém i kula ściśniona odbiia się, byleby tylko wzniesiénié wody na FE, dosyć wielkié było. Podobnymże sposobém i skorupki albo płaskie kamyki, któremi dzieci czasém dla rozrywki na powiérzchnią ieziora albo rzéki bardzo z ukosa rzucaią, po wielé razy odskakuią, a wreszcie za osłabiéniém rzucénia toną.

ROZDZIÁŁ V.

o tarciu

§. I.

Tarcié pierwszégo i drugiégo rodzaiu.

Wszystkich zgoła ciał powiérzchnie nie są zupełnie gładkie, nawet wygładzoné i wypolerowané, i ta nierówność ieżeli nie samém okiém doyrzana, tedy przez drobnowidz postrzeżona bydź może. Zaczém gdy dwa ciała stykaią się z sobą, i czyli własnym ciężarém, czyli inną iaką siłą do siebie są przyciśnione, cząstki styrczącé iednégo, wchodzą pomiędzy cząstki styrczące drugiégo, przez co bieg ich, gdy ié ciągniémy, albo poruszamy przeszkodę ponosi. Tę zaś przeszkodę w biegu *tarciem* nazywamy (Wstęp XIII. 4.) które tarcié iest dwoiakiego rodzaiu: często albowiém

wiém przez wzmiankowaną niegładkość w powiérzchowniach z sobą się stykaiących nie tylko bieg ciałóm udzielony, tamuie się albo osłabia, ale też nadto inny ruch kołowy w nich powstaie. Tym się sposobém koła wozowé, gdy wóz poziomie idzie, obracaią. Gdy bowiém koło ziémi się dotyka na dole, w jednym tylko punkcie fizycznym pociągnąwszy wóz, części owego punktu styrczącé wpadaią na takowéż części ziémi, a koło na rzeczonym punkcie mimosrzodkowému uderzeniu podlégá, a zatém obrácá się (Xię. III. Rozd. II. 21.). Podobnym sposobém kule także i inné rzeczy okrągłe na płaszczyznie poziomény popędzoné obrácaią się razém i biegą. Zaczém *tarcie drugiego rodzaiu* iest na tén czas, gdy przez chropowatość powiérzchni i ich zetknięcié w jakiém ciele powstaie ruch kołowy: *pierwszego rodzaiu*, gdy żadén takowy ruch nie wyniká. Ale trzeba to dobrze pamiętać, że ruch kołowy ciała które podlégá tarciu drugiégo rodzaiu, od nierówności iego powierzchni, i od nierówności drogi, ktora się toczy, pochodzić powinién. Jeżeli bowiém ciało dlá innéy przyczyny obrácá się, iako to błoczek około swéy osi, gdy z jednéy iego strony większy ciężar zawiesimy niż z drugiéy, takié tarcié do piérwszégo rodzaiu należy.

§. II.

§. II.

Gdy ciało D kładziémy na táblicy AB nieruchoméy i poziomie stoiącéy to włásnym ciężarém, albo téż ciężarém sobie przydanym, ciśnie táblicę, a zatém ciągnioné na táblicy poziomie, tarciu podlegá, ani się zaczyna poruszać, chyba używszy znaczné) siły, lubo od náymnieyszéy poruszyć by się powinno, gdyby tarcia nie było; zaczém przez samo tarcié poziomie opiéra się, i nieiako odciągá siłą równą téy sile, z którą pociągnioné zaczyná z mieysca się poruszać. Poki albowiém ciągnie go siła, którá tarcia nie przewyższá, ruszyć się nié może, lecz skoro owa siła co ráz bardziéy lubo zwolna powiększaná, nie co tarcié przewyższy, tedy zaráz ciało się poruszá. Zaczém tę siłę zwolna pomnażaną, wtedy kiedy ciało biedź zaczyná sprawiedliwie poczytuiémy za náybliżéy wyrównywaiącą tarciu. Przeto gdy sznurek iedwabny przyczepimy do ciała, i ténże sznórek założymy na bloch C, w końcu táblicy wprawiony, možná wynaléźć wielkość tarcia przez zawieszony ciężar E. Bądź albowiém, że bieg ciała D podlégá przeszkodzie od tarciá, które blok ma około swéy osi, przecięż tą przeszkoda, tak iest mała, iż zaniechana bydź może, byleby tylko szérokość bloku, względém grubości osi, dosyć znaczna była, a obie powiérzchnie należycie gładkié,

Jakim sposobém wynalezioné bydź może tarcié przez ciężar którym ciało na táblicy poziomey, trzeba ciągnąć, nim biédz zacznie

Fig 69.

gdyż ogólnie wielkość tarcia nawet między ciałami zupełnie równémi i podobnémi, które wcale w jednakowy sposób poruszané bywaią, znacznie iuż większą, iuż mnieyszą postrzegámy, tak dalece, że iey dokładnie nigdy określić nié można, lecz tylko przez przybliżénié do granic, które ona przechodzi, lub nie dochodzi. Te zaś granice inaczéy wynalezioné bydź nié mogą, iak tylko przez wielé doświadczéń. Náywiécéy baczénia na to mieć należy, żeby część sznórka FC była pozioma, bo ta tylko przeszkoda w biegu do tarcia należy, przez którą ciało kierunkiém powiérzchni AB niby się wstecz cofa. To wszystko zachowawszy, gdy zawiesimy szalę na E, kładąc na niéy coráz więcéy ciężarów, póki ciało z mieysca iśdź nie zacznie, summa tych ciężarów i ciężaru szali, będzie równa tarciu ciała D.

§. III.

Jak wynalezioné bydź może tarcié za pomocą płaszczyzny pochyłéy.

Drugi sposób do wynaleziénia tarcia iest takowy, ciężar P, ciała położonégo na płaszczyznie nachylonéy pod kątém A do płaszczyzny poziomey można rozdzielić na dwie siły, na iednę V, przez którą ciało płaszczyznę ciśnie, i która iest = P. dost. A. na drugą F = P Wsta: A, która nagli ciało do spadania (Xię. II. Roz. III. 16.). Zaczém gdy iest P, $= \frac{V}{\text{dost. A}}$, będzie F =

Wsta.

$\frac{\text{V. Wsta. A}}{\text{dosta. A}}$ = V. Stycz. A. Położywszy więc ciało na táblicy ruchoméy, i podnosząc ié zwolna co ráz bardziéy nad płaszczyznę poziomą, ieżeli ciało po niéy spádać nie zaczyná, iedno w tén czas kiedy kąt nachyléniá, między płaszczyzną poziomą i táblicą iest = r, toż ciało na téyże táblicy poziomie siłą V Stycz. r pociągnioné, zapewnéby się ruszyło z mieysca, gdyby táblica była pozioma, a w ciele sam tylko ciężar P, dosta. r = V znaydował się. Zaczém tarcié ciała iest = V stycz. r (2) Tak gdy na desce miernie wygładzonéy kładziémy graniastosłup z drzewa albo z kruszcu zrobiony, nie bardzo ciężki, doświádczénié pokazuie, iż kąt r iest pospolicie od 18. stopniów nieco mnieyszy. Gdy tedy styczna 18°. iest = 0, 32, idzie stąd, że tarcié piérwszégo rodzaiu takowych ciáł pospolicie iest mnieyszé od trzeciéy części téy siły, z którą ciała płaszczyznę cisną.

§. IV.

Prawa tarciá piérwszégo rodzaiu.

I takié to mówiąc ogólnie bywá tarcié piérwszégo rodzaiu, w drzewach, kruszcach, kamiéniach, gdy powiérzchnie tych ciáł, ani są chropowaté, ani z wielką dokładnością wygładzoné, ale miernie gładkie, gdy szérokość i długość powiérzchni z sobą się stykaiących iest znaczná, ani tak szczupła, iżby ciała w częściach dotknięciá kończatémi nazwać się mogły ; gdy na koniec

niec i siła, którą ciała iedné do drugiégo przyciska, iest znaczna. Té trzy warunki przypuściwszy postrzeżono z wielu doświadczéń, że tarcié pierwszégo rodzaiu, między drzewami, kruszcami, i kamiéniami, koniecznie nieco się powiększa, gdy powiérzchni z sobą zetkniętych znacznie przybywa, wszelako naywięcéy zawisło od saméy siły, którą ciała przyciska i téy siły pospolicie iest naywięcéy trzecią częścią, a często ieszcze i mnieyszą, kształt zaś powiérzchni, które się z sobą stykaią, wcale nic do pomnożénia albo zmnieyszénia tarcia nie wpływa; wreszcie bardzo ciężkich ciał których powiérzchnia dotykaiąca się, iest mierna, tarcié daleko mniéy wynosi niż trzecią część ciśniénia. Tak okręty na ziemi nowo zbudowané, przy spuszczaniu na morze własnym ciężarém zsuwać się zaczynaią po płaszczyznie $4\frac{1}{2}$ stopniami do poziomu nachylonéy, i tarcié ich nie dochodzi dwunastéy części ciśniénia, gdyż styczna $4\frac{1}{2} = \frac{787}{10000}$. Co się zaś tycze ciał kończastych chropowatych, albo z wielką dokładnością wygładzonych, lub téż bardzo gładkich, albo małą siłą do siebie przyciśnionych, tych tarcié wprawdzie iest większé, niż w innych, iednakże tak niepewném bywać zwykło, iż go określié zgoła nié można.

§. V.

§. V.

Tarcié się zmnieyszá przez głádzénié i polorowanié mierné, ale przez bardzo wielkié, znowu się pomnáżá: zmnieyszá się też często wléwaniém ciecz pomiędzy powiérzchnie zetknioné. Tak między kruszcami, tarcié łoiém albo oleiém, między drzewami i kruszcami łoiém; między drzewém a drzewém mazią, albo mydłém, między drzewém i kamiéniami wodą się zmnieyszá prawie na szóstą część. Lecz tarcié drzewa o drzewo pomnáżá się oleiém i w powszechności wszystkich ciał tarcié miększém się staie, przez rozsypanié prochu czyli piasku, albo też gdy się ciała bardzo rozgrzeią (Wstęp XIII. 5.). Nad to tarcié między stalą i stalą, między mosiędzém i mosiędzém większé zachodzi niżeli między stalą i mosiędzém, a ogólnie mówiąc pospolicie dostrzégámy, że większé tarcié iest między ciałami iednego niż różnégo rodzaiu, ale nie zawsze; gdyż stal w drzewie większému tarciu podlégá, niż drzewo w drzewie, kruszców zaś z kruszcami mnieyszé tarcié pospolicie bywać zwykło, niż drzewa z kruszcami, albo kruszców z drzewém, náymnieyszé iest między mosiędzém i stalą, a ledwie kiedy szóstą część siły cisnącéy przechodzi, gdy iest z piérwszégo rodzaiu. Są téż niektóré drzew rodzaie, na których powiérzchni żyłki styrczą, twardszé od innych cząstek drze-

Przez co się tarcié powiększá albo zmnieyszá.

drzewa iako to : w jodle w sośnie ; w takich drzewach tarcié iest bardzo wielkié, i często połowę ciśnienia przechodzi, gdy ciężar na nich położony ciągniémy, albo popychamy kierunkiém do żyłek prostopadłym, inaczéy się dzieie gdy go toczymy. W jnnych zaś drzew rodzaiach tarcié prawie iest zawsze iednakowé, bądź po nich tym albo owym kierunkiém ciężar położony suniémy.

§. VI.

Przyczyna tarcia piérwszégo rodzaiu.

Jeżeli iedno ciało ciśnie drugié, i razém po iego powiérzchni bieży, cząstki styrczącé powiérzchni zetkniętych niektóré się stłaczaią, drugié się kruszą i odrywaią, co bez wątpienia iest przyczyną tarcia. Gdyby tylko styrczącé się cząstki zniżały, tarcié zupełnieby było w stósunku ciśnienia, bo cząstki ciał tęgich, sprężystością swoią tém mocniéy się opiéraią, im bardziéy są ściśnioné. I w takowym razie nie trzebaby mieć żadnégo względu na powiérzchnie. Albowiém całkowité ciśnienié na powiérzchnia iest iak mnogość ściśnienia, któremu każdy punkt powiérzchni podlégá, przez liczbę punktów, to iest przez powiérzchnią. W tymże samym stósunku byłoby i tarcié, to iest tém większé im większy opór każdégo punktu, i liczba punktów większa. Zaczém tarcié byłoby zawsze w stósunku całégo ciśnienia, tak w powiérzchni mnieyszéy, iako i w większéy.

Ale

Ale gdyby wszystkié cząstki kruszyły się albo odrywały, każdaby z nich z pewną i okryśloną siłą opór czyniła, a zatém do przezwyciężénia tego oporu tém większéyby siły potrzeba było, im większaby liczba cząstek znaydowała się. Zaczém wielkość tarcia w tym razie zależałaby od saméy wielkości owych powiérzchni którémi się ciała z sobą stykaią. Ponieważ tedy tarcié piérwszégo rodzaiu pospolicie naywięcéy zależy od ciśniénia, a naymniéy od powiérzchni, iawna iest rzecz, iż cząstki styrczącé gdy iedno ciało po drugiém bieży po większéy części nie kruszą się, ale stłaczaią. Jeżeli zaś ciało poruszoné natychmiast cięższém się staie bez powiększénia swéy powiérzchni zetkniętéy, tedy cząstki styrczącé z taką siłą cisnąć powinno, iżby ich bardzo wielé straciwszy spoiénié, odrywało się albo kruszyło. Potém ieżeli nie przestaiémy przyczyniać ciężaru w ciele, iawnie widać, że się iego tarcié ledwie co pomnaża, a prawie iednakowe zostaie; zaczém téż tém mnieyszą iest cząstką całkowitégo ciśniénia, im téż ciśniénié barydziéy się pomnożyło. I ta iest dowodliwa przyczyna, dla któréy ciał bardzo ciężkich, któré mierną powiérzchnią się dotykaią, tarcié tak małą pospolicie iest cząstką całkowitégo ciśniénia.

§. VII.

Jeżeli krążka EFD, srzodek C na płaszczyznie pionowéy iest umocowany sam zaś krą- Tarcié

krą-

krążek tablicy albo linii pionowéy AB dotykaiący się na D siłą zewnętrzną pociągamy kierunkiém styczńéy FG, a przeto obraca się tarcié około D, do pierwszégo rodzaiu należy. Bo krążek ciężarém swoim ciśnie liniią AB, i cząstki iego około D kierunkiém téyże linii biegą. Témuż zaś biegowi liniia się opiéra, a przez tarcié żaden inny bieg nowy nie powstaie, lecz ieżeli nie krążek, ale liniią AB ciągniémy kierunkiém AB, cząstki styrczącé krążka popędzoné będą od cząstek styrczących w linii około D, a tak krążek około punktu C ruchomy obracać się zacznie, i to ieszcze, gdy przeszkody do obrotu nié ma, tymże samym kierunkiém, i z tąż samą prędkością c, z którą liniia AB uchodzi, bo cząstki z sobą zetknięté nie z jnną, tylko z jednakową prędkością c, i iednymże kierunkiém biédź mogą. Daymy teraz, że liniia AB leży na téyże saméy płaszczyznie, do którey srzodek krążka przybity, i że ta płaszczyzna pionowa bieży z prędkością c, kierunkiém przeciwnym BA, a iawna iest rzecz, iż tén bieg żadnéy odmiany sprawić nié może w obrocie krążka. W takowym zaś razie krążek postępować będzie biegiém składanym z prędkością c, ku BA, i razém z tąż samą prędkością c, obracać się będzie kierunkiém wprost przeciwnym, liniia zaś AB spocznie. Zaczém krążek pionowy na tablicy nieruchoméy postąpiwszy z prędkością c, kierun-

drugiégo rodzaiu.

Fig. 70.

kierunkiém którym kwiek od tablicy równoodległym, razém obracać się będzie, ieżeli do obrotu nié masz przeszkody, z tąż samą prędkością c, ale kierunkiém wprost przeciwnym, tarcié zaś któremu na tablicy podlégá, będzie tarciém drugiégo rodzaiu, bo przez nierówność powiérzchni z sobą się stykaiących nowy bieg kołowania w kręgu powstaie.

§. VIII.

Ogólnie mówiąc, tarcié drugiégo rodzaiu mnieyszé iest od tarcia piérwszégo rodzaiu. Z samych wozów i karét można to poznać które daleko łatwiéy biegą kołami wolnémi, iak zahamowaniém; bo tarcié w kołach wolnych iest drugiégo rodzaiu, gdy się wolnie obracaią, piérwszégo zaś rodzaiu w kołach zahamowanych. Podobnież kula, albo wałek gdy się wolnie toczyć może, skoro go siła choć naymnieysza na płaszczyznie ruszy, wstecz się potaczać zaczyna, albo własnym ciężarém spada, gdy płaszczyzna choć trochę ma pochyłości. Zaczém w poruszaniu ciężarów wielé iest ulgi, gdy tarcié piérwszégo rodzaiu przemiéniamy na tarcié drugiégo. Tak pod ciężary bardzo znaczné, walce albo kule podkładaią, gdy potrzeba ich przepchać, albo przeciągnąć z mieysca na mieyscé. Różné sa gatunki tarcia drugiégo rodzaiu, bo niektóré ciała, bądź dla przeszkody zewnętrznéy, bądź dla swego kształtu mniéy wolnie na wszy-

Tarcié drugiégo rodzaiu iest mnieyszé, niż tarcié piérwszégo rodzaiu.

stkié

stkié strony ruszané bydź mogą, a zatém większému tarciu podlégaią, niż inné. Tak tarcié drugiégo rodzaiu, gdy inné okoliczności są równé, mnieyszé iest w kuli, a niéco większé w wałku. Gdyż kula może bydź wolnie taczaná na wszystkié strony iakożkolwiek ią popędzimy, ale wałek popychać trzeba samém kierowaniém do iego osi prostopadłém.

§. IX.

Tarcié nie zależy od prędkości w biegu.

Jeżeli po iednéy stronie blochu zawieszámy ciężar M, po drugiéy ciężar M + N a N dosyć má wagi, bloch się obrácá i ciężar M + N na dół idzie, ciężar zaś M z takąż samą prędkością w górę postępuie. A że tén cały bieg pochodzi od ciała N, gdyż bloch stałby w równowáżności, gdyby z obu stron równé ciężáry wisiały M i N. Przeto ieżeli siłę którą ciężkość wywiérá na każdy punkt ciała N. (my tę siłę piérwiástkową *elementaris* mianuiémy, bo ona pierwiástki ciáł, czyli każdy z osobna punkt poruszá) nazwiémy G, będzie siła całkowitá od któréy wszystek bieg ciężarów M i M + N pochodzi = GN. Zaczém rozdzieliwszy siłę całkowitą przez liczbę wszystkich punktów, które z równą prędkością biegą, to iest przez 2M + N mámy siłę piérwiástkową $\frac{GN}{2M+N}$, z którą każdy punkt w obu ciałach rzeczywiście bieży. Zaczém

czém ta siła iest do siły cięzkości G, iak N do 2M+N, a zatém iednostayna (lubo stósunek N : 2M+N iest stały) a bieg cię-żarów M i M+N iednostaynie przyśpie-szony; ponieważ rzeczoné ciężary tak się poruszaią iak gdyby spadały na płasz-czyznie pochyłéy, któréy wysokość iest do długości, iak N do 2M+N (Xię. II. Roz. I. 2.). Toż ieżeli sznurek, na któ-rym się ciężary zawiészaia, iest bardzo giętki, tak że tęgość iego bez błędu może bydź zaniechana w mieyscu od powietrza próżném, samo tarcié blochu około swéy osi biegowi ciał zawieszonych znacznie przeszkadzać może. Trzeba bez wątpié-nia odciągać tarcié od siły całkowitéy GN że zaś ta siła iest iednostayna, idzie stąd, że i pozostała siła będzie iednostayna, i bieg ciał zawieszonych iednostaynie przy-śpieszony dopóty, dopóki się tarcié nie od-miéni. Jeżeli zaś za przybyciém prędkości w tych ciałach, tarcié w blochu albo się po-większa, albo zmnieysza znacznie, w tén czas bieg ciał iednostaynie przyśpiészony bydź nie może. Z tych zaś rzeczy, któreśmy wyżéy o spadaniu ciał powiedzieli, wyrozumieć można, że biegowi ciał koli-stych iednostaynie przyśpieszonému, byle-by tylko ciała gatunkowo mocno cięzkié były, a nie bardzo prędko spadały odpór powietrza znacznie nie szkodzi. Gdy więc przez wielé doświadczéń poznano, że cho-

ciáż

ciąż ciała na bloku zawieszoné przebiégaią przez bardzo znaczné mieysca przeciągi, wszelako bieg ich iest zawsze iadnostaynie przyśpieszony (Schober Theorie von der überwicht). Stąd wyniká, że tarcié, przez prędkość ciał bieżących, nié odmiénia się, ale iest zawsze iednakowá, bądź ciała powoléy, bądź prędzéy biegą.

§. X.

Pożytki z tarciá.

We wszystkich silniach, których dlá tego używámy iedynie, żebyśmy bardzo małą siłą ruch sprawić mogli, trzeba zmnieyszać tarcié, ile bydź może, bo na przezwyciężénié tarciá zawsze iakaś część znaczná całkowitéy siły idzie, z którą silnie poruszámy. Zaczém każda silniá powinna bydź tylé lekká i prostá, ilé iéy używanie dozwalá. Nad to trzeba, żeby części silni wolné były od ciśnienia zbytniégo, czopków stalowych podpór mosiężnych nasmarowanych, słowém tego wszystkiégo, co bieg łatwieyszym czyni, w silniach używać należy. W jnnych iednakowo rzeczach tarcié iest bardzo użyteczné, owszém i nader potrzebné; Gwoźdz wbity wypádałby, gdyby nie było tarciá: tarcié budowlóm, okrętóm, owszém wszystkim ciałóm, których części w jakikolwiek sposób są połączoné moc daie. Bez tarciá, ani siedzieć, ani stołów używać, ani stać nawet mocno nié moglibyśmy, bo wszystkié rzeczy iedné na drugich kładzioné, bardziéy by się chwiały, i dale-

i dalekoby prędzéy upadły, niż na gołoledzi. Przez tarcié noże i inné narzędzia, albo się wygładzaią, albo ostrzą. Przez tarcié na koniec samo zbożé kamiéniami młyńskiémi miele się i w mąkę obraca.

XIĘGA IV.

o biegu i siłach płynów.

ROZDZIAŁ I.

o ciśniéniu powietrza.

§. I.

Maiąc dochodzić własności i skutków powietrza, poznać nasamprzód potrzeba skład i użycié pompy powietrznéy, zwaney *powietrzociągiem* (machina Pneumatica), za pomocą ktoréy nayliczniéysze i nayważnieysze doświadczénia około powietrza czynić się mogą. Jużeśmy wyżéy widzieli, że pomiéniona silnia służy do wydobywania czyli pompowania powietrza z naczynia zamkniętégo, oraz zmnieyszania ilości iego do tego stopnia, żeby toż naczynié prawie zupełnie wypróżnioné z powietrza zostało. Wiémy (Wstę. X. 20.) że *Otto Gerike* Rayca Magdeburski za pomocą powietrzociągu różné czyniąc doświadczénia z powietrzém pod czas Seymu w Ratyzbonie R. 1654. w obecności Césa- Próżnia Boylego.

Césarza Ferdynanda III. i wielu Xiążąt tamże na tén czas znayduiących się, piérwszy okazał ciśniénié powietrzokręgu do owego czasu nieznané. Nię długo potém *Robert Boyle* Anglik wielé się przyłożył do polepszénia téyże silni, i od iego imiénia próżnią pompy powietrznéy nazwano *Prożnią Boylego*, i tym sposobém rozróżniono ią od *Próżni Torycellego* (Wstę. IX. 21.). Co do składu różné bydź mogą powietrzociągi: wszakże naylepszé są składu *Smeatona* Anglika.

§. II.

Opisánié wiatrociągu.

Wiatrociąg składá się z tych istotnieyszych części: z *Walca*, *Stępla*, *Talérza*, *Obiętni* (recipiens), *Czopka*. Walec mosiężny miernéy a wszędzie iednakiey grubości wewnątrz wydrążony, ma w sobie stępel ruchomy K I, którégo koniec L M nazwany szpunt, otwartość walca dokładnie wypełniá. Dno walca przedziurawioné przy C. łączy się z jednym końcém rurki prostéy lub krzywéy, drugi zaś koniec téyże rurki dochodzi do srzodká O. talérza mosiężnégo płaskiégo E. F. Na talérzu takowym stawiá się naczynié szklanné G. czyli obiętniá, maiącá się wypróżniać z powietrza: rurka C O ma czopek H tak przedziurawiony, iż podług różnégo onegoż obrócéniá, może się zamykać lub otwiérać, to iest gdy ténże czopek zostaie w jednėm położéniu, cała rurka od C aż

Fig. 71.

do

do O iest otwarta, a powietrzé zewnętrzné żadnégo nié ma wniścia, w położeniu zaś drugiém część rurki D O zamyka się, część zaś iéy niższa pod czopkiém H otwiéra się ; a tak powietrzé zewnętrzné ma wolné wniścié do walca. Skoro więc się tak obróci czopek, żeby cała rurka C O była otwartą, i razém pociągnie się stępel ku B, powietrzé z obiętni wychodzić będzie do walca, i tam się rozpościéra. Obróciwszy znowu czopek, ieżeli stępel nazad się odépchnie ku C, powietrzé z walca ustępować poczyna, a gdy koniec stępla dotknie się rurki przy C, na tén czas zupełnie z niego ustępuie. Powtarzaiąc podobné robiénié stęplém i czopkiém, powietrzé będącé w obiętni coraz bardziéy rozrzedzać się będzie. Bydź ieszcze może walec z dném czyli szpuntém nieruchomym maiącym klapkę L N i otwór pod nią: klapka ta trochę tylko może się od powietrza do góry podnosić, ale na dół ciśniona tamuie mu wyyścia. Podobnaż klapka znayduie się w końcu stępla ruchomégo przedziurawionégo przy O. w tym więc razie za popchnięciém stępla powietrzé przycisnąwszy klapkę L N. a podniósłszy klapkę w końcu stępla znayduiącą się, przez otwór O wychodzi. I takowé to powietrzociągi powszechnie prawie teraz używaią się. Klapy pospolicie bywaią z pęcherza lub materyi iedwabnéy ciénkiéy woskowanéy, Fig. 72.

wiel-

wielkość klap ma bydź taka, aby otwory dokładnie zawiérała, kształt ich bydź może różny, pospolicie iednak bywaią odcinkami kręgu; też klapy za pomocą srzób mocno się wyprężaią i przytwiérdzaią do płaszczyzn, na których się znayduią. Położénié walca różné bydź może, podług upodobania, to iest poziomé, pionowé, lub téż pod pewnym kątém do poziomu nachyloné. Stępel także może bydź obrócony do góry lub na dół; a częstokroć powietrzociągi maią po dwa walce spółkuiącé z sobą przez rurki, i w takich stęple zębaté za pomocą korby podnoszą się i zniżaią. Obiętnia postawiona na talerzu powinna brzegami swoiémi iak naydokładniéy do niego przystawać, aby powietrzé zewnętrzné nié miało przystępu, czyli raczéy spółkowania z powietrzém w niéy się znayduiacém; a zatém iak brzegi obiętni, tak powiérzchnia talérza iak naydokładniéy bydź maią wygładzoné, gdyż inaczéy nie podobna byłoby nawet do pewnégo stopnia wypróżnić z powietrza obiętni. Że zaś pomimo naylepszą usilność trudno iest miéć dokładnie wygładzoné rzeczoné powiérzchnie, dla tego, dobrze iest nasmarować ié oliwą, lub téż przełożyć skórą w wodzie zmoczoną, a w srzodku wyciętą tylé, ilé potrzeba, aby obwód obiętni mógł bydź na niéy pomieszczony.

§. III.

§. III.

Lubo powietrzé w obiętni coráz bardziéy się rozrzedzá przez pompowanié, z tém wszystkiém niepodobná go całkowicié z niéy wyciągnąć. Jeżeli bowiém część walca po któréy chodzi stępel ruchomy nazwiémy A. obiętość zaś, czyli przestrzéń obiętni G. wráz z obiętością rurki O C i obiętność samego walca aż do bębenka nazwiémy B, gdy ténże szpunt będzie przy dnie walca, miéć będziémy A : B. = 1 : m, a zatém za pociągniéniém stępla z całéy przestrzéni A, powietrzé wypędzoné zostanie, a tém samém część powietrza wypędzoná, miéć się będzie do całkowitéy miąższości powietrza będącégo nad bębenkiém, iak 1 : m ; to iest za każdém pociągniéniém stępla wypędzá się część powietrza $\frac{1}{m}$, zostaie zaś w obeymi część iego $\frac{m-1}{m}$. Połóżmy n. p. że m = 2. za piérwszém popchnięciém stępla wypędzi się $\frac{1}{2}$, za drugiém $\frac{1}{4}$, za trzeciém $\frac{1}{8}$, za czwartém $\frac{1}{16}$, za piątém $\frac{1}{32}$. i t. d. część powietrza tego, ktoré się przed pompowaniém znaydowało nad szpuntém. Rzecz przeto widoczná, że im częściéy powtarzać się będzie robiénié stęplém, albo co toż samo iest, im większá będzie liczba m, lub im mnieyszá będzie przestrzéń obiętni, i części znaydujących się między obiętnią i szpuntém blizkim

W jakim stósunku rzadnieie powietrzé przez pompowanié.

Fig. 71.

kim dna walca, względém obiętości tegoż walca, po któréy chodzi stępel, tém większy będzie stósunek rzednienia powietrza w obiętni.

§. IV.

Sposób miarkowaniá ile się rozrzedziło powietrza w obiętni.

Fig. 73.

Różné bydź mogą sposoby dochodzénia stopniów w jakich się powietrzé rozrzedza w obiętni, z tych nayprościeyszy bydź może następuiący: wezmiy iaką rurkę szklanną długą n. p. na 3. stopy paryzkié z obu końców otwartą, niech iéy iedén koniec zostaie pod obiętnią maiącą się z powietrza wypróżniać, drugi zaś zanurzmy w żywém srebrze na wolném powietrzu zewnątrz obiętni, potém pompuymy powietrzé z pod obiętni, co czyniąc postrzeżémy, że żywé srébro tém wyżéy w niéy podnosić się będzie, im bardziéy się rozrzedzi powietrzé, tak dalece, że wysokość podnieśiéniá się żywégo srebra, będzie okazywać stopiéń rozrzedzéniá i sprężystości powietrza zostaiącégo ieszcze pod obiętnią. Podobnież ieżeli małą rurkę szklanną zakrzywioną, maiącą iedno ramię A B. zasklepioné i żywém srebrém napełnioné, drugié zaś ramię B C otwarté i powietrzém zaięté, ieżeli mówię takową rurkę zawiesimy pod obiętnią i z niéy powietrzé pompować będziémy: żywé srébro pocznie się zniżać w ramiéniu A B. przechodząc do ramiénia B C. tak, iż ilość zniżéniá się iego w jedném a podniesiéniá się w drugiém

ramié-

ramiéniu, będzie w stósunku rozrzedzénia i sprężystości reszty powietrza w obiętni. I tak gdyby przy końcu pompowania żywé srébro w ramiéniu A B. na iedén tylko cal było wyższé niż w ramiéniu BC, i razém ciężkomiérz miał wysokość 28," wnieślibyśmy, że powietrzé w obiętni 28 razy iest rzadszé, i tylé razy mniéy sprężysté od powietrza zewnętrznégo: ponieważ ono iedén cal żywégo srébra utrzymać może, gdy tym czasém zewnętrzné 28" żywégo srébra utrzymuie. Pomnieć w téy mierze należy, że sprężystość powietrza nie od samćy tylko iego gęstości i ciepła, ale téż i od innych okoliczności zawisła, zwłaszcza gdy toż powietrzé znayduie się złączoné z wyziéwami sprężystémi.

§. V.

Gęstość powietrza w obiętni będącégo oznaczyć się ieszcze może za pomocą naczynia szklannégo od kształtu i podobieństwa do gruszki nazwanégo *gruszką*, które my nazwiémy *Rzadkomiérzém*. Naczyniém tém, iest to rurka szklanna, blizko sześć calów długa A B. w górze zasklepiona, w niższéy zaś części swoiéy coraz grubszéy otwarta. Zawiesiwszy ią pod obiętnią na pręcie ruchomym F A. nad naczyniém C napełnioném żywém srébrém, wyciaga się powietrzé z pod obiętni; gruszka zaś tak się zniża, żeby iéy koniec niższy zanurzył się w żywém srébrze, po czém wpusz-

Inny sposób doświádczénia gęstości powietrza w obiętni.

Fig. 74.

cza się w obiętnią powietrzé zewnętrzné: to uczyniwszy żywé srébro w gruszce podnosi się do góry, a to tém wyżéy, im powietrzé w obiętni bardziéy rozrzedzoné było. Skutek takowy przypisać potrzeba działaniu powietrza wpuszczonégo na żywé srébro, to zaś działaiąc na powietrzé w gruszce nad niém będącé iuż rozrzedzoné, zmnieysza iego obiętość do tego stopnia, aż poki moc ciśniénia powietrza zewnętrznégo z mocą ciśniénia powiétrza zamkniętégo i słupa pionowégo żywégo srébra w rurce nierówno ważą między sobą. Wydobywszy gruszkę z naczynia C. nieiakaś część żywégo srebra z niéy wypłynie, po czém ieżeli też gruszkę wyymiémy z pod obiętni i przewrócimy poziomo, część pozostała żywégo srebra, będzie wymiarém gęstości i sprężystości powietrza tego, któré było w obiętni po pompowaniu, byleby ono nie było połączoné z wyziéwami, a miało ténże sam stopień ciepła co i powietrzé zewnętrzné. Żeby zaś w tym razie tém dokładniéy oznaczyć można było ilość gęstości powietrza pod obiętnią pozostałégo, potrzeba aby gruszka miała rurkę walcowatą przy A zasklepioną, podzieloną na wiele części równych n. p. tysiąc. Na tén czas bowiém ieżeli n. p. powietrzé rozrzédzoné zaymuie iedną lub dwie tylko części takowey gruszki, wniesiémy, iż powietrzé w obiętni tysiąc lub pięć-

pięćset razy było rzadszé od powietrza zewnętrznégo. Ponieważ zaś pompowanié powietrza z obiętni nié może się udać, gdy powietrzé zewnętrzné ma do niéy wniśćié, przeto w tém i podobnych doświadczéniach mieć potrzeba baczność na to, aby przy podnoszéniu i zniżaniu pręta, na ktorym gruszka wisi, powietrzé zewnętrzné nie wkradało się do obiętni. Na tén koniec używa się obiętnia szklanna w górze otwarta z wiekiém D E. mosiężném przełożoném skórkami dobrze odwilżonémi, a iak naysilniéy z sobą ściśnionémi, przez których srzodek podziurawiony przechodząc pręt dokładnie walcowy, przechodzi oraz przez otwór obiętni wypełniaiąc go dokładnie.

§. VI.

Iak powietrzé może się rozrzedzać, tak téż może się i zgęszczać: do zgęszczénia powietrza tak iak i do rozrzedzénia onegoż służy powietrzociąg wynaleziony przez JP. *Smeatona*. Że zaś iako wyciągaiac powietrzé z obiętni, powietrzé zewnętrzné nie znayduiąc odporu od powietrza będącego w obiętni przyciska ią do talérza, tak przeciwnie zgęszczaiąc powietrzé w téyże obiętni, podnosić się ona musi i odstawać od talérza; zaczém chcąc tému zaradzić przy talérzu powietrzociąga dadź potrzeba dwa słupki pionowé H E, F I, mocno do podstawy spólnéy szrubami przytwiérdzoné, oraz

Silnia zgęszczaiącá powietrzé, a w szczególności watrówka.

Fig. 73.

w koń-

w końcach swoich górnych także szrubami opatrzoné, kędy poprzeczny drążek drewniany M, N, bardziéy płaski niż gruby przechodzi; za pomocą takowégo drążka obiętnia G może się przycisnąć bardziéy lub mniéy do talérza, a tém samém przeciąć spółkowanié powietrza zewnętrznégo z wewnętrznéml. Oprócz powietrzociągu *Smeatona* iest ieszcze inná pompa zgęszczaiącá powie-
Fig. 76. trzé zwaná *silnią zgęszczaniá* (machina compressionis) a któŕa w rzeczy samé nie co innégo iest, iak sikawka A B. z szyyką cieńką, maiącą klapę przy C. mogącą się podnosić od powietrza ku F, ale wcale nic ku B. Blizko rzeczonéy klapy iest czopek D. przez który powietrzé zewnętrzné może bydź wpuszczoné do silni, lub téż zabronioné onému tamże wniście podług potrzeby. Obiętnia w któréy się ma zgęszczać powietrzé za pomocą takowéy pompy, ma otwór opatrzony podwoyną pokrywką czyli wiekiém mosiężném i skorzannem dobrze odwilżoném, a to dlá zapobieżénia wniściu powietrza zewnętrznégo do obiętni. Obydwie pokrywki wráz z drążkiém M N tak
Fig. 75. są przewiercone przy O, iż szyyka pompy A B gwintowná, mocno się w nie w srzubować może. Tak przygotwawszy obiętnią i pompę, ieżeli wpuścimy przez czopek D powietrzé zewnętrzné, i przez obrócénié tegoż czopka zabronimy weyścia mu stamtąd nazad, oraz popchniémy stęplém na dół,

powie-

powietrzé z pompy do obiętni wypchnięté zostanie. Zaczém powtarzaiąc wielokrotnie takowé robiénié stęplém i czopkiém, powietrzé w obiętni, coraz bardziéy zgęszczać się będzie, byleby szpunt po walcu pompy tęgo chodził, i żeby był nie przenikły od powietrza, może zaś bydź ténże szpunt przewiercony i maiący klapę tak iak w wiatrociągu, i w tym razie obracanié czopkiém za każdém ruszéniém stępla wcale nie będzie potrzebné. Takowa to pompa znayduie się przy strzelbach powietrznych zwanych *Wiatrówkami* (sclopeta pneumatica) za pomocą którey w jch kolbie lub gałce przyprawionéy zgęszcza się powietrzé; za podniesiéniem zaś klapki przez pociągnioną sprężynę, wpada w rurę strzelby i kulę z niéy wyrzuca (a).

§. VII.

(a) Częstokroć w doświadczéniach z powietrzém równie potrzebna iest znaiomość ilości iego zgęszczania w obiętni, iako téż rozrzedzénia. Toż samo narzędzié, które służyło do oszacowania stopnia, rozrzedzénia powietrza w obiętni, służyć ieszcze może i do oznaczénia onegoż zgęszczénia w obiętni, z odmienném tylko postępowaniém (§ 5.) to iest zawiesiwszy gruszkę pod obiętnią wiatrociągu na pręcie ruchomym, potrzeba przed zaczęciém pompowania powietrza, zanurzyć koniec téyże gruszki w żywém srebrze, a dopiéro potém za pomocą silni temuż służący zgęszczać powietrzé: co czyniąc postrzedź można, że w miarę powiększaiącéy się gęstości po-

wietrza

§. VII.

Rozmaité doświádczéniá około ciężkości i spręźystości powietrza.

Znaiąc silnie zgęszczania i rozrzedzania powietrza, oraz umieiąc się z niémi obeyśdź użyymy ich do dochodzénia dalszych własności powietrza n. p. ciężkości i spręźystości. Zastanowiwszy się uwágą nad tém, co poprzedziło, łatwo się domyślic można, że obie té główné własności powietrza nié mogą bydź okazané za pomocą powietrzociągu; gdyż samo rozpoznanié składu téy silni, wyciąga znaiomości poprzedniczéy ciężkości i spręźystości powietrza; skutki iednak tych własności powietrza za pomocą powietrzociągu bardziéy pod zmysły podpadaią. I tak pęcherz zawiązany spłaszczony, a tém samém ledwie odrobinę powietrza w sobie maiący, podłożony pod obiętnią, nadymá się w miarę wypompowania z niéy powietrza. Dzieie się to zaś dlá tego, że powietrzé w pęcherzu, któré przedtém było równéy gęstości z powietrzém zewnętrznem, za rozrzedzéniém tego ostatniégo, spręźystością swoią rozszérzá się, dążąc z niém do równowagi. Skutek więc takowy iest skutkiém spręźystości powietrza. Butelka także szklanna, dobrze

wietrza w obiętni, żywé srébro w rurce gruszki do góry podnosić się będzie, a tém samém ściskać będzie powietrzé po nad sobą będącé w téyże rurce, a tak podniesiénié się żywego srébra, będzie wymiarém zgęszczéniá powietrza w obiętni i rzadkomiérz w tym przypádku stanie się zgęszczomiérzém.

brze zaszpuntowaná, podstawioná pod obiętnią, po wyciągnieniu z niéy powietrza, rozrywá się od powietrza wewnętrznégo, w niéy się rozpieraiącégo. Żeby zaś takowé rozpryskiwanié się butelki nie szkodziło obiętni, náylepiéy iest stawiać też butelkę pod przykrywką kraciastą z drótu upleciona, podobnie się dzieie z naczyniém szklannéin, maiącém dno płaskié, gdy się z niego pompuie powietrzé. Tafelka także szklanná pokrywaiącá kubek z obydwóch końców otwarty, i doń należycie przystaiącá, trzaská się i pádá przy pompowaniu powietrza z kubka. Pęcherz oráz powłoczący iedén koniec kubka rzeczonégo, należycie wyprężony i wysuszony, za kilkokrotném pociągniéniém stępla powietrzociągu rozpęká się z wielkim hukiém. Rękę nakoniec położywszy na kubku z obu końców otwartym, po wyciągniéniu z niego powietrza, uczuiémy niezmierny ciężar wewnątrz ią z niemałym bólém przyciskaiący. Té i tém podobné doświadczénia są skutkiém i razém dowodém ciężkości powietrza. Tu mieć możná widoczną przyczynę, dlá czego obiętnie używaią się przy powietrzociągach wypukłé, i nie co przygrubszé.

§. VIII.

Weźmy teráz dwie półkule miedziané A i B. wewnątrz wydrążoné, równéy srzednicy ; z których iedna n. p. B. má szyykę Półkule

szyykę z czopkiém D i gwintami na końcu, za pomocą których może bydź wszrubowaną w otwór talérza powietrzociągowégo: złożywszy do kupy obydwie te półkule, oraz dla tém dokładnieyszégo ich do siebie przystawania i zabroniénia wniścia powietrzu zewnętrznému, przełożywszy ié skórą odwilżoną, wyciągaymy z nich powietrzé za pomocą powietrzociągu, po czém zamkniymy czopek D, i zdéymy tęż kulę z powietrzociągu: postrzeżémy natychmiast, że pomiénioné półkule mocno się z sobą spoiły, oraz doświadczéniém się przekonamy, że nié mogą bydź rozerwané bez znacznéy siły. Ale wpuściwszy w nie powietrzé przez czopek D, łatwo od siebie samé odstaią: toż samo się przytrafi, gdy półkule wypróżnioné z powietrza, zawiesimy na pręcie ruchomym pod obiętnią, (§. 5.) z któréy się powietrzé wyciąga: rozłączoné zaś tym sposobém półkule powtórnié się z sobą spoią, gdy wyższa za zniżéniém pręta dotykać się będzie niższéy, a powietrzé tym czasém zewnętrzné wpuścimy pod obiętnią. To doświadczénié równie iak i poprzedzaiącé dowodzi sprężystości a bardziéy ieszcze ciężkości powietrza. *Otto Geryke* Obywatel Magdeburski piérwszy był wynalazcą takowych półkul, któré téż dla tego nazwané są *Półkulami Magdeburskiémi* (hemisphaeria magdeburgica). Półkule od niego użyté były znacznéy wielkości: ich bowiém srzed-

Magdeburskié. Fig. 77.

nice

nice miały po $\frac{3}{4}$ łok. Magd. i dlá tego po wypompowaniu powietrza z tak wielką mocą do siebie przylégały, iż 24. koni nié mogło ich rozerwać.

§. IX.

Gatunkowa cięzkość powietrza.

Dostatecznie przekonani iesteśmy, że powietrzé iest ciałém cięzkiém: ale iakże oznaczymy iego cięzkość względém innych ciał, czyli cięzkość gatunkową? Pamiętaiąc o tém co się wyżéy powiedziało (Wst. IX. 5.) snadno nam przyydzie na myśl sposób oznaczénia takowéy cięzkości powietrza. Weźmy albowiém kulę miedzianą lub szklanną wewnątrz wydrążoną, do któréy rurka z czopkiém dlá wypompowania powietrza iest przyprawioná; zważmy ią na szalkach iak naydokładniéy przed i po wypompowaniu powietrza; różnica zachodzącá między dwoma wágami téyże kuli, okáże nam szukaną cięzkość powietrza w niéy się mieszczącégo. Wielokrotnie powtarzaiąc takowégo gatunku doświádczénia, przekonamy się, że powietrzé nás otáczaiącé, mniéy iak dziewięćset, a więcéy iak siedmset razy lżeyszé iest od wody deszczowéy. Aby zaś w takowych doświádczéniach tém dokładnieyszé mieć wypadki, należy obiętnią zawiészaiąc na wáżkach, zanurzyć w wodzie; gdyż tym sposobém náymnieyszá odmiana w cięzarze, naywidocznieyszą się staie (Wst. XX. 22.). Wszakże maiąc wzgląd w tych doświádczéniach na rozmai-

té

té odmiany powietrza co do suszy i wilgoci, przekonać się można, że powietrzé wilgotné iest cięższé od suchégo. I tak do rurki kuli pomiénionéy przyprawiwszy inną rurkę napełnioną ciałém iakiém przyciągaiącém wilgoć, iakiémi są sole alkaliczné, a w szczególności potaż (Cineres clavellati) powietrzé przechodząc przez takową rurkę, pozbędzie cokolwiek wilgoci, i uczyni kulę leksza niż przedtém, gdy była napełniona powietrzém wilgotném. Nie należy atoli rozumieć, że ponieważ powietrzé osuszoné mniéy cięży niż wilgotné, ciężkość iego wszystka iest skutkiém tylko wilgoci przymiészanych: náysuchszé bowiém powietrzé (o czém doświadczénia nauczaią) ma sobie właściwą ciężkość. Jest zaś i to pewna, że część ciężaru powietrza nas otaczaiącégo pochodzi od wyziéwów z niém połączonych.

§. X.

Powietrzé wyciągać można z rozmaitych ciał.

Kawałek drewna, iabłko, iaie i tym podobné ciała zanurzoné w wodzie pod obięctnią powietrzociągu, pod czas pompowania okrywaią się powietrzém iakoby rosą iaką z nich wydobywaiącém się, któré w postaci bulek na powiérzchnią wody wznoszą się, i tamże rozpukaiąc się nikną. Owszém samé przez się płyny iakiékolwiek podstawioné pod obiętnią powietrzociągu pod czas pompowania wydaią powietrzé podobnie iak przedtém w bulkach podnoszącé się, a to

ieszcze

ieszcze w tém większéy obfitości, im płyn iest bardziéy lipki, iako to n. p. woda myedlastá, piwo, i t. d. Té i tym podobné doświádczénia, nie tylko nas przekonywaią, że ciała wszystkié nas otáczaiącé napełnioné są powietrzém, ale téż, że toż powietrzé może bydź z nich wydobyté, albo raczéy, że samo powietrzé w jakiémkolwiek ciele zamknięté, wydobywá się z niego, skoro tylko uwolnioné zostaie od ciśniénia powietrza zewnętrznégo, czyli powietrzokręga: sprężystość iego sprawuie tén skutek. Jeżeli zanurzaiąc kawałek drewna w wodzie pod obiętnią, zanurzymy go całkiém przez przyczepiony do niego ciężarek ołowiu, po wypompowaniu powietrza z obiętni, ténże kawałek drewna wodą przeięty, znaydziémy oraz cięższy od wody, bo na dół opádać będzie. Co przekonywá, że materyá drzewa sama przez się wzięta, iest gatunkowo cięższą od wody, i że, ieżeli drzewa pływaią na wodzie, pływanié to, iest skutkiém powietrza, którém náydrobnieyszé ich dziureczki (pori) są zapełnioné. Gdy bulki powietrzné w znacznéy mnogości podnosić się zaczynaią, cząstki płynu wzruszaią się, co się nazywá *wrzeniem* (ebullitio) Nie należy rozumieć, że tylko wtedy powietrzé wydobywá się z płynu, gdy się on znayduie pod obiętnią powietrzociąga, z którey go pompuiémy, owszém ieszcze w nierownie większéy obfitości podnoszą

sig

się bulki powietrzné, gdy płyn do pewnégo stopnia rozgrzéwa. Płyn nié może wrzéć na wolném powietrzu, chyba wtedy, kiedy stopień iego ciepła tak wygóruie, iż mało co więcéy albo wcale nic nié może się stać gorętszym, to iest gdy się poczyna przeistaczać w parę, czyli wyziewy sprężysté. Woda i powietrzé maią ścisły z sobą związek, przeto wydobywaiąc się powietrzé z płynów bądź za pomocą ciepła, bądź przez rozrzedzénié powietrza zewnętrznégo, porywa i unosi z sobą cząsteczki tychże płynów.

§. XI.

W rozrzedzoném powietrzu wielká zachodzi różnica między wrzéniém a gotowaniém się wody.

Woda, albo inny iakikolwiek płyn, podstawiony pod obiętnią wypróżniaiącą się z powietrza, wiémy iuż, że wydaie z siebie bulki powietrzné, które częścią do boków naczynia przylégaią, częścią wyskoczywszy na wiérzch rozpukaią się; bulki te licznieysźé ieszcze pokazuią się, gdy pompuiąc powietrzé z obiętni, płyn pod nią będący cokolwiek iest odlécony, mnogość zaś ta bulek, sprawi w wodzie wrzénié (ebullitio). Po czém płyn się uspokaia, i żadnych bulek nie wydaie, chociażby coraz bardziéy był rozgrzéwany, aż dopiéro po nieiakiéy chwili, z nierównie iak przedtém większą gwałtownością wrzéć poczyna, a to nawet chociażby był mniéy rozgrzanym iak piérwéy. Skutek tén okazuie nam różnicę zachodzącą między wrzéniém a gotowaniém

się

się płynu w rozrzedzoném powietrzu, w którym to razie prędzéy płyn wre, niżby wrzał gdyby w naywiększym stopniu był rozgrzanym. Przyczyna zaś, dla którey w poprzedzaiącém doświadczéniu wydobywanié się bulek powietrznych z płynu nie wciąż się dzieie, nie insza bydź musi iak tylko, że części powietrza zamkniętégo w płynie tak iak i w każdém inném ciele, iedné bardziéy a drugié mniéy z niém się łączą, a stąd iedné trudniéy drugié łatwiéy od niego się odłączyć mogą, a tak, gdy powietrzé zewnętrzné rozrzedzoné zostanie przez powietrzociąg, część powietrza zamkniętégo w płynie, mnieyszy z nim maiąca zwiazek, pierwéy i tém snadniéy się z niego wywikła, im więcéy ciepło do tego dopomága: część zaś druga tego powietrza, ściśléy się iednocząca z płyném, dopiéro potém po dłuższém usiłowaniu od niego się oddziéla, gwałtowném zaś wzruszeniém się swoiém, sprawuie poruch, czyli wrzénié w płynie.

§. XII.

Mgła w powietrzu rozrzedzoném.

Jeżeli maiąc pompować powietrzé z obietni, postawimy powietrzociąg w mieyscu ciémném tak, żeby promiénie słońca na obiętnią padaiąc ią oświécała, po kilkakrotném ruszéniu stępla, postrzeżémy powietrzé w obiętni wzruszaiącé się, i wiele drobniutkich pęcherzyków wznoszących się częścią przy samym talérzu, częścią w walcu

cu powietrzociąga: buleczki té formuią iakoby mgłę iaką, która albo natychmiást niknie, gdy nieprzestannie pompuiémy powietrzé lub mało go co pompuiémy, albo coráz na nowo widzieć się daie, gdy pompowanié co kilka minut powtarzá się. Skutek takowy przypisać należy powietrzu, podnoszącému się w tych mieyscach silni, które wodą były odwilżoné, a zatém do których powietrzé było przyległé. Jakoż na oko o rzeczywistości téy przyczyny przekonać się można części powietrzociągu zamiást odwilżania wodą, napuszczaiąc oliwą, w którym to przypadku żadnéy nigdy mgły w obięcni nie postrzeżemy. Dla tego zaś podczas ciągłégo pompowania, rzeczona mgła się nie wznosi, że pęcherzyki powierzchné w tym samym czasie, w ktorym się formuią, natychmiást rozdziélaią się na iak náydrobnieyszé cząsteczki okiém nie doyrzané.

§. XIII.

Miech wodny.

Fig. 78.

Mocno kłucąc wodę w naczyniu iakiém albo gdy sama przez się woda ze znacznéy spádá wysokości, postrzédz można wielkié mnostwo bulek, różnéy wielkości, które formuią to, co nazywamy pianą: powietrzé więc, nie tylko bydź może odłączoné od wody za pomocą prózni i ciepła, ale téż przez ruch iéy wewnętrzny, nie pochodzący od żadnéy z tamtych przyczyn, to iest przez wzaiemné cząstek wody pod różné-

mi

mi kierownościami uderzanié się, gdzie iedné od drugich odskakuiac, zamknioné wpośrzód siebie powietrzé opuszczaią. Takowé wydobywanié się powietrza, iest przyczyną wiatru, którégo doświad zyć można przy spadaniu wody z wysokości. Niech n. p. będzie naczynié czworograniasté A D, maiącé z boku ciéńką rurkę zakrzywioną L M. i drugą pionową od niéy grubszą, na piętnaście lub dwadzieścia stóp długą I H, na śrzodku dna tegoż naczynia połóżmy kamién széroko płaski E F. iakąkolwiek maiący grubość : niech przy G będzie otwór mogacy bydź iuż powiększony iuż zmnieyszony. Zamknąwszy ténżé otwór G, napełniymy naczynie wodą tak, żeby iéy powiérzchnia wyrównała powiérzchni kamiénia F E. Jeżeli teráz w jednymże czasie wpuścimy wodę, przez rurkę I H, i odetkámy otwór pomiéniony tylé, aby tyle przezéń z naczynia wyciekało wody, ilé iéy w tymże czasie wpływa przez rurkę, woda spadaiąc na kamién E F, i o niego się uderzaiąc, tylé opuści powietrza, iż wiatr iakoby z nâywiększégo miecha z rurki L M wypadać będzie, nigdzie nie znayduiąc dla siebie żadnégo innégo wyyścia. Silnia takowa nazywa się *Miechem wodnym* (Folis hydraulicus.) To doświadczénié tłumaczy nam szum i szelest strumyków, rzek i t. d. daiący się

S sły-

słyszeć naywięcéy w tych mieyscach, gdzie woda o kamienie lub piasék uderzaiąc się, różnokierowné odbiérá ruchy, rozpryskuie się i opuszcza powietrzé. Aże oddziélanié się powietrza od wody tém się łatwiéy dzieie, im parcie powietrzokręgu iest mnieyszé, nie dziw więc, że szum rzek i strumyków większy lub mnieyszy bywá podług tego czyli Ciężkomiérz zniżá się albo się podwyższa. Nadrzeczni mieszkańcy tego naylepiéy doświadczaią.

§ XIV.

Młot wodny.

Fig. 79.

Z jak wielką łatwością i jak małym stopniém ciepła odłączyć można w próżni powietrzé od wody, przekonywaią nas o tém rurki szklanné przyszérszé, z iednego końca B zasklepioné, z drugiégo zaś kończysté, z powietrza wypróżnioné i blizko do połowy wodą napełnioné, któré *Młotkami wodnemi* (mallei aquae) nazywaią się. Za wstrząśniéniém ich woda uderzywszy się o powierzchnią B, taki łoskot wydaie, iakiby wydadź mogło ciało stałé o tęż powiérzchnią uderzywszy się: przy tém daią się widzieć na powiérzchni wody bulki dosyć znacznéy wielkości: owszém ieżeli rurka w wyższey części swoiéy C, nie co iest wydętá nakształt kuli małéy, mogącéy się ręką obiąć; przewróciwszy też rurkę poziomie i kulę dłonią obiąwszy, postrzeżémy wodę uchodzącą ku B, i razém

zém iakoby wrzącą. Powietrzé bowiém będącé w rurce przez ciepło ręki ią obéymuiącéy rozgrzané, wydobywa się z wody, a sprężystością swoią rozpościéraiąc się, wodę ku B pędzi; ruch zaś ten w wodzie wzniécony, ieszcze bardziéy dopomága dalszému wydobywaniu się z niéy powietrza, co sprawuie wrzénié.

§. XV.

Ténże sam skutek powietrza ieszcze oczywistszym się wydaie na rurce AB, zwanéy *Rurką Franklina* (Tubus Franclini). Rurka ta z obydwóch końców swoich iest zakrzywiona, maiącą dwie kule A i B, które do połowy wodą się napełniaią, reszta zaś ich przestrzeni (*Capacitas*) z powietrza iest wypróżniona: iedną którąkolwiek z kul pomiénionych bądź miernie ogrzawszy, bądź téż oziębiwszy, natychmiast postrzeżémy wodę uchodzącą z kuli ciepleyszéy do zimnieyszéy i tamże wrzącą. Przyczyną takowego skutku nie co innego iest, iak zniesiénié równowagi między gęstością powietrza, znayduiącégo się w płynie iednéy a drugiéy kuli: przez rozgrzanié bowiém większé iednéy a niżeli drugiéy kuli, powietrzé w kuli ciepleyszéy staie się rzadsze, a w zimnieyszéy gęstszé, przeto natychmiast w rzadszém powietrzu bulki z wody się podnoszą, oraz sama woda od powietrza rozszérzaiącégo się popchniętą zostaie, który to

Rurka Franklina.

Fig. 80.

ruch wody wewnętrznéy ieszcze bardziéy ułatwia wywikłanię się z niéy powietrza; przez co wzniéca się w wodzie wrzénié. Gdyby zaś rurka A B, w przestrzéni swoiéy niezaiętéy wodą była napełniona powietrzém gęstém, iakiem iest powietrze oddychalné, na ten czas postrzeglibyśmy, że ani przez oziębiénié, ani przez rozgrzanié iéy kul nie będzie się ruszać, ponieważ powietrzé w tym razie od wody się odłączyć nié może.

§. XVI.

W próżni ani ogiéń się utrzymać ani zwierzęta żyć mogą.

Jak istotnie potrzebné iest powietrzé do utrzymania ognia, życia zwiérząt i roślin, przekonywaią nas doświadczénia czynioné w próżni. Zwiérz lub ptak iakikolwiek, podsadzony pod obiętnią, wypróżniaiącą się z powietrza, w jednéy lub we dwóch minutach zdycha; wyiąwszy zwiérzęta młodociané n. p. kocięta, choćby iuż miały dni ośm wytrzymuią dłużéy. Ryby zaś gady i robactwo, nie iednaką w téy mierze maią naturę: iedné z nich bowiém przez wiele dni żyią w próżni, a drugié natychmiast zdychaią. Rośliny nawet w próżni wiednieią i usychaią; ich nasiona chociaż w nayzyżnieyszą ziémię wrzuconé, nie wschodzą tak, iak na wolném powietrzu. Płomiéń także gaśnie w próżni, co większa żadné ciało palné nie zaymuie się płomiéniém, nawet od samego szkła palącégo. Proch sam

w ogni-

w ognisku szkła palącégo położony, dymi się tylko i rozpływa bez naymnieyszégo wybuchniénia. W tém ostatniém doświadczéniu nie należy brać, tylko kilka ziarn prochu, i te kłaść pod obiętnią znacznéy wielkości, aby uniknąć niebezpieczéństwa mogącégo wyniknąć z przeistoczénia się prochu na wyziéwy sprężysté, któré zastępuiąc mieyscé powietrza, mogłyby ténże sam skutek uczynić, zwłaszcza gdy obiętnia iest przymała. Lubo zwiérzęta żyć nié mogą w próżni, z tém wszystkiém naucza doświadczénié, iż tak ludzie iak i inné zwiérzęta żyć mogą bez uszkodzénia w powietrzu nie równie rzadszém albo gęstszém od powietrza pospolitégo, iako to: na wiérzchołkach wysokich gór, gdzie też powietrzé znacznie mnieyszéy iest gęstości, niż przy ich pódstawie. Nurkowie także wpuszczaiący się w głębią morza, za pomocą naczynia zwanégo *dzwonem nurkowym* (Campana urinatoria) oddychaią tamże bez uszkodzénia powietrzem przez parcié wody zgęszczoném. Dzwon zaś nurkowy, iest to naczynié wielkié drewniané, ołowiém pobité, maiącé w dolnéy części swoiéy poprzyczepiané ciężary dla wagi; kształt iego podobny iest do kształtu dzwona, czyli raczey ostrokręgu uciętégo: w części swoiéy górnéy zasklepioné, a w niższéy otwarté, gdzie nurek siedzi. Naczynié to tak zanurzy-

nurzywszy w morzu, aby płaszczyzna otworu iego była równoległą do poziomu, powietrzé w niém się znayduiacé, nié mogac nikędy wyyśdź, ściska się, zgęszcza od wody, a zatém wyższą część tego naczynia zaymuie, gdzie nurek zgęszczoném powietrzém oddycha pod woda, a nawet kiedy tego potrzeba, może go odmiéniać na świéżé przez otworzénié rurek spółkuiących z beczkami tuż obok obiętni nurkowéy będącémi, powietrzém napełnionémi.

§. XVII.

Dzwięk w próżni wydany bydź nié może.

Jakiékolwiek ciało głos czyli dzwięk wydaiacé, n. p. zégar biiacy, podstawiony pod obiętnią na wełnie, po wypróżniéniu z niéy powietrza, żadnégo dzwięku nie wyda, choć młotek iego bić będzie w dzwonek, któré to doświadczénié przekonywa nas, że dzwięk w próżni wydany bydź nié może, a tém samém, że do wydania głosu istotnie iest potrzebné powietrzé. Ponieważ zaś nie przez samo tylko powietrzé głos się rozchodzi, ale téż i inné ciała twardé sprężysté ku temu skutkowi służą (Wst. Roz. X. 33.) dla tego czyniąc pomiénioné doświadczénié baczyć potrzeba, aby młotek zegarka żadnéy ze stałych części powietrzociągunie dotykał się. Gdyby więc w temże doświadczéniu był użyty do poruszénia młotka pręt o którym mówiliśmy w §. 5.

w takim

w takim razie potrzebaby iak nayprędzéy pręt cofnąć, nim młotek uderzy, dla przecięcia spółkowania dzwięku. Przeciwnie się dzieie z głosém w powietrzu zgęszczoném w obiętni: tém bowiém iest mocnieyszy i wyraźnieyszy, im bardziéy zgęszczoné iest powietrzé; do czego zaiste wielé się przykłada samo drżénié cząstek obiętni od drżénia powietrza w niéy się znayduiącégo wzbudzoné. I dla tego to ow nurek, co niegdyś w powietrzu miernie zgęszczoném w obiętni zanurzonéy w wodzie zadał na trąbce, mocą iéy dzwięku tak był rażony, iż prawie od zmysłu odszedł (*Sturm. Colleg. curios. Tom II. Tent 1.*).

§. XVIII.

Wszystkié ciała iednakową spádaią prędkością w próżni, w niewielkich wysokościach na iakich tylko doświadczénia czynić można.

Jeżeli walec szklanny blizko sześć stóp długi, a $2\frac{1}{2}$. calów széroki, z obydwóch końców otwarty, z podstawą nieco przyszérszą, w gornym zaś końcu swoim mogący się zamykać wieczkiém, iakeśmy opisali w §. 5. oraz maiący pręt przez to wieczko przechodzący z kilku na końcu haczykami, na którychby można było z łatwością ciężarki iakié n. p. pióro, czerwony złoty, kawałek ołowiu tak zaczépić, iżby za naymnieyszém iego poruszéniém wszystkié te ciężarki pospadały, ieżeli mówię, walec takowy postawiwszy na talérzu powietrzociągowym wypróżnimy go z powietrza, a z pręta

ta pozrzucámy cię̇żarki, postrzeżémy, iż pióro wráz z jnnémi zawieszonémi cię̇żarami iednaką chyżością spáda na talérz powietrzociąga. Przeciwnie zaś trafia się, gdy ténże walec nie iest z powietrza wypróżniony: ciała bowiém gatunkowo cięższe iako złoto, ołów, i t. d. prędzéy spádaią iak ciała gatunkowo lżeyszé n. p. pióro.

§. XIX.

Płyny sprężysté, nie kiedy naczynia, w których się znayduią, parciém ie swoiém z mieysca wzruszaią.

Fig. 81.

Wiémy, że gdy siły działaiące na ciało iakié w kierunkach wprostprzeciwległych są między sobą równé, ciało to koniecznie zostawać musi w spoczynku. Gdybyśmy więc powietrzé, albo inny iaki płyn sprężysty w naczyniu zewsząd zamkniętém, ilé tylko bydź może ścisnęli, płyn tén wywiérać będzie parcié swoie na naczynié, ale dla równégo na wszystkié strony działania swoiego, naczynia z mieysca nie wzruszy. Lecz ieżeli przypuścimy, że część iakaś E, naczynia AB nié może wytrzymać całkowitégo parcia płynu w niém się znayduiącégo, rzecz oczywistá, że w tym przypádku, płyn sprężystością swoią część takową naczynia z mieysca poruszy, i popychać będzie ku EF, ale w miarę popchnięcia téyże części E, działanié iego na nią słabieć musi: a tak działanié w prost przeciwległé części C ku CD, które przedtém wyrównywało działaniu ku EF, za poruszéniém części

E,

E, stanie się większé od działania na też część E: zatém naczynié całe AB, ieżeli iest ruchomé, ku CD usuwać się będzie. Czego właśnie doświadczyć można na rurce maiacéy kształt kuli albo gruszki wewnątrz wydrążonéy z ciénka szyyką (aeolipyla) z miedzi lub żelaza wyrobionéy. Wláwszy bowiém w nią cokolwiek wody, i wolno korkiém zaszpuntowáwszy, położmy ią nad żarzącémi się węglami, skoro tylko woda wrzeć zacznie, i przeistaczać się w parę sprężysta, (Wst. XIV. 21.) natychmiast korek z hukiém wystrzeli, a rurka w tył sie cofnie, byleby dosyć była ruchoma. Doświadczénié to tłumaczy nám cofanié się w tył dział woiénnych przy wystrzeléniu, podnoszénié się do góry rac i t. d. Proch albowiém zapalony rozpływá się, przeistácza się w parę nader sprężystą, i na wszystkié strony moc swoię wywiéraiącą.

§. XX.

Sprężystość powietrza ściśnioného powiększá się, w stósunku powiększaiącéy

Jużeśmy okazali gdzieindziey, że siła sprężystości powietrza powiększá się przez iego ściśniénié, że zaś powiększá się w tym samym stósunku, w którym się powiększá gęstość powietrza, to nam okaże następuiącé doświadczénié. Weźmy sobie AB, CD. rurkę szklanną, na trzy lub cztéry linie szeroką, do táblicy drewnianéy przytwiérdzona; maiącą dwa ramiona równoległe AB i CD, z którychby iedno

było

się iego gęstości. było długié blizko na dwanaście calów przy D zasklepioné, drugié zaś długié blizko ośm stóp, przy A otwarté, obydwa
Fig. 82. zaś równéy wszędzie grubości. Postawiwszy táblicę z takową rurką prostopadle do poziomu, wliymy przez A cokolwiek żywégo srébra, któréby część rurki zakrzywioną, aż do linii poziomćy BC napełniło. Powietrzé będącé nad żywém srebrém w CD, mieć będzie gęstość i sprężystość taką, iaką ma powietrzé zewnętrzné; gdyż tak żywé srébro samé z sobą, iak powietrzé w CD z powietrzém zewnętrznćm, zaymuiącém rurkę AB, równo waży. Przyléymy teraz żywégo srebra tylé, żeby się rurka AB, aż do F niém napełniła tak, iżby się stopień ciepła nieodmiéniał. Powietrzé w rurce krótszéy póty ściskać się będzie w mnieyszé mieyscé n. p. DE, aż sprężystość iego tak przez zgęszczénié powiększy się, że będzie mogło oprzéć się ciśniéniu żywégo srebra. Doświadczono zaś, że kiedy wysokość ciężkomiérza była = 28," zaś CD = 12," na tén czas CE, było = 4," oraz BF = 18:" albo (poprowadziwszy poziomie GE tak, żeby było CE = BG) GF, = 14". Kiedy zaś było CE = 6," na tén czas GF było = 28." a gdy było CE = 9" na tén czas GF było = 84". Powietrzé więc dopóki zaymowało mieyscé CD = 12" ciśnioné było ciężarém całego

powie-

powietrzokręgu, czyli co iedno iest ciężarém słupa żywégo srebra wysokiégo na = 28." Toż powietrzé skupioné w mieyscu ED, = 12 — 4 = 8. ciśnioné było ciężarém 28 + 14 = 42" żywégo srebra: w mieyscu zaś 12 — 6 = 6" ciśnioné było ciężarém 28 + 28 = 56" żywégo srebra. Nakoniec toż powietrzé w mieyscu 12 — 9 = 3, ciśnioné było ciężarém 28 + 84 = 112" żywégo srebra. Jest zaś 28 : 42 = 8 : 12; 28 : 56 = 6 : 12; toż samo 28 : 112 = 3 : 12. Gęstość zaś powietrza będacégo w rurce krótszéy musi bydź zawsze w stósunku odwrotnym wysokości ED. Wnosi się więc stąd ogólnie, że sprężystość powietrza, która zawsze wyrównywa sile ściskaiacéy powietrzé, iest w stósunku iego gęstości (Wstęp X. 7.) gdy stopień ciepła zostaie nieodmiénny.

§. XXI.

Sprężystość powietrza rozrzedzonégo zmnieysza się w stósunku zmnieyszaiącéy

Doświadczmy teraz, ieżeli dopiéro odkryta własność powietrza, może miéć mieyscé wzięta odwrotnie. Niech będzie rurka AB prosta szklanna równéy wszędzie wewnątrz wydętości, z obydwoch końców otwarta blizko 30. calów długa w położéniu pionowém; spodni iéy koniec B zatkaymy palcém, przez gorny zaś A wléymy żywego srebra do iakiéykolwiek wysokości C, to zrobiwszy zatkaymy górny iéy otwór tak, aby powietrzé zewnętrzné wcale przezéń nie wchodziło,

spodni

spodni zaś otwór odetkaymy trzymaiąc go, z nur onégo w naczyniu żywém srebrém napełnionem, część iakaś żywégo srebra z rurki wypłynie, reszta zaś zniży się do pewnégo punktu D. W tym więc przypadku powietrzé, które przedtém zaymowało tylko mieysce AC, zaymować będzie nierównie większé AD, a zatém o tylé się rozrzedzi, o ilé się rozciąg iego powiększył. Doświadczono zaś, że kiedy wysokość ciężkomiérza była = 28," AB = 30," i AC = 2¼, na ten czas było AD = 9." Na początku więc powietrzé zaymuiąc mieyscé AC, taka miało gęstość, iaką była w powietrzokręgu, czyli iak gdyby było ciśnioné ciężarém 28" żywégo srebra, ale za powiększéniém się iego rozciągu aż do AD, a tém samém za rozrzedzéniém się w stósunku AD: AC, ciśniony iest tylko od ciężaru słupa 7" żywégo srebra. Słup bowiém powietrza AD, wraz ze słupém żywégo srebra DB, który wynosi 21," równo waży z powietrzokręgiém czyli ze słupém 28" żywégo srebra. Od słupa więc 28" żywégo srebra odiąwszy słup 21," zostanie słup 7" którym samém tylko powietrzé w rurce iest ciśnioné. Jest zaś 7: 28 = 2¼: 9. a zatém gęstość powietrza w tymże samym iest stósunku, co iego sprężystość, czyli co i siła toż powietrzé ściskaiąca, byleby stopień ciepła był nieodmiénny. Czyniąc wielé innych podo-

się iego gęstości

Fig. 83.

podobnych doświadczéń, przekonać się można, że gęstość powietrza, chociażby náybardziéy rozrzedzonégo, iest zawsze w stósunku siły cisnącéy gdy stopień ciepła zostaie nieodmiénny.

§. XXII.

Sposób doświadczenia tychże co wyżéy skutków w powietrzociągu.

Poprzedzaiące własności w powietrzu dostrzeżoné, podaią nam szczególny sposób doświadczénia tychże skutków i w powietrzociągu. Niech rurka szklanna CDE, (z tabliczką swoią AB), wewnątrz wszędzie równéy wydętości, ma dwa ramiona równoległé i pionowé; iedno CD, blizko na 12 cali długié, w górze otwarté, drugié DE, krótszé w górze zasklepioné. Napełnimy też rurkę żywém srebrém, aż do linii poziomény iakiéykolwiek AB, przestwór zaś BE niech zostanie zaięty powietrzém téy gęstości, iaką ma gęstość powietrzé oddychalné. Rurkę tę tak zawieśmy pod obiętnią, ażeby powietrzé z niéy przez sam tylko otwór C wychodzić mogło do obiętni: pompuiąc powietrzé z obiętni, powietrzé téż w AC zarówno się rozrzedzi, a zatém żywé srebro w ramiéniu DC, podniesie się, a opadnie w BD przez rozszérzénié się powietrza w EB. Aże dowiedliśmy, że gęstość powietrza, iest zawsze w stósunku iego sprężystości, z podniesiénia się więc żywégo srebra miarkować można o ilé się razy powietrzé w obiętni rzadszém stało od powietrza

Fig. 84.

ze-

zewnętrznégo, albo raczéy, ilé razy sprężystość iego, mnieyszą iest od sprężystości powietrza zewnętrznégo (4.). Przeciwnie się stanie zgęściwszy powietrzé w obiętni: żywé bowiém srebro w ramiéniu dłuższém zniży się, a podniesie się w krótszém, a tak powietrzé w ramiéniu krótszém, przez ciśniénié powietrza zewnętrznégo zgęści się, i zatém podniesiénié się żywégo srebra, nad punkt B, pokazywać będzie ilé powietrzé pod banią gęstszém się stało od powietrza zewnętrznégo.

§. XXIII.

Sprężystość powietrza nié może bydź w stósunku iego gęstości, gdy stopiéń ciepła i czystości nie iest iednaki.

Fig. 83.

W poprzedzaiących badaniach o naturze powietrza co do sprężystości i gęstości, zawsześmy go odnosili do iednostaynégo stopnia ciepła i czystości: doświadczmy teraz, ieżeli przymioty służącé powietrzu w pomiénionym względzie, służyć mu ieszcze mogą; gdy ani stopiéń ciepła, ani czystość nie iest iednaka. Daymy przeto, że rurka AB znayduie się w powietrzu wilgotném, które gdy iéy część AC, zaymuie, niech ma sprężystość $=$ E, gęstość $=$ D; gdy zaś zaymuie mieyscé AD, niech onego gęstość będzie $=$ d, sprężystość $=$ e. Przypuściwszy więc że w tych obydwoch razach stopiéń ciepła iest iednaki, podług wyżéy dowiedzionych prawd, będziémy mieli E: e $=$ D: d (§. 21.). Wystawmy teraz sobie, że powietrzé obiętności

tności AC, nim nabyło obiętności AD, zostaie osuszoné, a stopiéń iego ciepła nie odmiénia się, sprężystość iego ieszcze będzie = e, gdyż taż sama siła co przedtém, ciśnie go; ale gęstość iego t, stanie się mnieyszą od gęstości dáwnéy d: iést bowiém powietrzé wilgotné gatunkowo cięższe od suchego równie sprężystégo i równie ciepłego: (9.). Będzie więc E: e = D: d, ale nie = D: t, gdyż t < d. Podobnie okazaćby można było, że ponieważ powietrzé suché iest gęstszé, a wilgotné rzadszé, sprężystości obydwu tych gatunków nie są w stósunku ich gęstości. Wnieśmy stąd ogólnie, iż dopoty tylko sprężystość powietrza iest w stósunku gęstości iego, dopoki nie tylko stopiéń ciepła, ale też i czystości iego nieodmiénny zostaie; czyli co iedno iest, dopoki w pewnéy iakiéy miąszości powietrza gęścieyszégo, tylé się znayduie wyziéwów, ilé ich iest równéy miąszości powietrza rzadszégo, równie iak tamto ciepłego.

§. XXIV.

Ciśnienie powietrzokręgu ku górze ubywa w po-

Wystáwmy sobie iakikolwiek słup powietrzny okrągły, albo graniasty, pomiernéy szérokości od powiérzchni ziémi, aż do ostatniéy krainy powietrzokręgu wznoszący się, podzielony na nieskończénie wielé warstw poziomych równéy grubości, z których iakiékolwiek przyległé

sobie niech będą CD, i EF. Ciśniénié zaś powietrzokręgu na płaszczyznie poziomu AB, niech będzie $= P$, ciśniénié na płaszczyznę także poziomu CD $= p$, na płaszczyznę poziomu EF $= p'$; daymy, że ciężar warstw, CF $= g$, warstwy AD $= G$: a tak będzie $P = p + G$; $p = p' + g$. Uważaiąc teraz ze wszystkich warstwach słupa powietrznégo, których grubość tak iest niezmiernie mała, iż wszystkié się brać mogą za warstwy równéy gęstości, stopień ciepła i czystości iest iednaki, będzie się miała gęstość warstwy AD, do gęstości warstwy CF, iak się ma $p : p'$ (22.) Że zaś gęstość powietrza iest w stósunku siły cisnacéy, będzie więc $G : g = p : p'$, a tém samém $G + p : g + p'$, albo $P : p = p : p'$. Cośmy tu widzieli na dwóch warstwach przyległych sobie AD i CF, widziećby można na innych dwóch iakichkolwiek także sobie przyległych. Skąd się wnosi, że ciśniénié powietrzokręgu ku górze w słupie naszym, coraz się zmnieysza w postępie jeometrycznym; iakąkolwiek iest liczba warstw równo grubych, z których się on składa.

stępie (progressio) Jeometrycznym.

Fig. 85.

§. XXV.

Jak zmierzyć wysokość iakiégo mieysca.

Wiadomo iest, że odmiany zachodzącé w wysokości ciężkomiérza, okazuią odmienné ciśniénia powietrzokręgu, iakié n. p. bydź mogą w mieyscach AB, CD, EF. Gdy więc przypuścimy, że w mieyscu

ścu AB, wysokość ciężkomiérza iest = B, w mieyscu zaś CD w tymże samym czasie wysokość iego = b; otrzymamy B : b = P : p. (Wst. IX. 22.) gdzie P i p wyrażaią ciśnićnią powietrzokręgu na płaszczyzny AB i CD. Zatém warstwa będzie odległa od spodniéy na liczbę warstw n, a wysokość ciężkomiérza w niéy = y, otrzymamy postęp jeometryczny składaiący się z liczby n +1 wyrazów, którégo pierwszym wyrazém będzie B, drugim b, ostatnim zaś y; a zatém $y = \frac{b^n}{B^{n-1}} = \frac{b^n B}{B^n}$ oraz $ly = n\,lb - nl.\ B + l.\ B$ (a) skąd $n = \frac{lB - ly}{lB - lb}$. Uważaiąc więc wszystkié warstwy, iakoby iednakiéy grubości, n. p. = c, ilość nc będzie odległością czyli wysokością warstwy iakiey odległey od spodniéy AB. na liczbę warstw n: iest zaś $nc = c\,\frac{lB - ly}{lB - lb}$ przeto nc nazwawszy x, będzie $x = c\,\frac{lB - ly}{lB - lb}$ wyrazém takowéy wysokości. Ponieważ zaś doświadczénié przekonało, że gdy wysokość ciężkomiérza przy powiérzchni morza iest =

T 29″

(a) l. oznacza Logarytm. Kréska położoná nad liczbą stopy, dwie kréski cale, trzy kréski linie i t. d.

29" = 348 liniy Paryzkich, a wysokość ciepłomiérza tamże iest = $16\frac{3}{4}$ stopni Reaum: na tén czas potrzeba ciężkomiérz wynieść nad powiérzchnią morza do wysokości 12, 497 sążni, żeby iego wysokość na iedną liniią zmnieyszyła się (de Luc. Recherches §. 561.). Jeżeli więc iest B = 348, i b = 347, będzie c = 12, 497, a zatém $x = 12, 497 \frac{l. 348 - ly}{0,0012,497} = 10000.$

$\frac{l348}{y} = 10000$ l 348 — 10000 l. y. Zrównanié to służy do wynaleziénia wysokości x, którá oznaczy się w sążniach Paryzkich, gdy wysokość ciężkomiérza y, wyrażoná będzie w liniiach Paryzkich.

§. XXVI.

Za pomocą ciężkomiérza zmiérzyć wysokość gór.

Dáymy, że teráz wynosimy ciężkomiérz ieszcze wyżéy iak do wysokości x n. p. do wysokości x', oraz niech tamże wysokość iego wskazuie liniy u, gdy na ciepłomiérzu iest $16\frac{3}{4}$, a zatém gdy przy powiérzchni morza, wysokość ciężkomiérza = 348:''' będziémy mieli x' = 10000 l. 348 — 10000 lu. (§. 25.) ażeby było na ténże stopiéń ciepła x = 10000l348 — 10000 ly: odciągaiąc te dwa zrównowaniá od siebie, wypádá $x - x' = 10000 \, l \frac{y}{u}$. Jeżeli więc przy górze albo wieży iakiéy, iakokolwiek nad powiérzchnią morza wyniesionéy, wysokość ciężkomiérza iest y, wysokość zaś

iego

łego na wiérzchołku téyże góry lub wieży w jednymże czasie wzięta z tamtą iest = u, wysokość góry albo wieży téy x — x' (którą nazywam z) będzie = 10000 $l\frac{y}{u}$, biorąc powietrzé wszędzie iednako czysté i równie ciepłé na $16\frac{3}{4}$ Reaum: Gdy bowiém zimnieyszé iest albo cieplеyszé od rzeczonégo stopnia, nie tylko samo żywé srebro w ciężkomiérzu przez zimno bardziéy się ściąga a przez ciepło bardziéy się przedłuża, w jednakiéy nad powiérzchnią morza zostaiąc wysokości, ale téż w tych przypadkach i samo powietrzé gatunkowo lżeyszém albo cięższém się staie. Zrównanié więc wyciągnioné na wynaleziénié wysokości mieysc danych, potrzebuie dwoiakiéy poprawy, aby wydało wypadki rzetelné: poprawa zaś ta na tém zależy, aby służyła na każdy stopień ciepła tak żywégo srebra iak i powietrza.

§. XXVII.

Pierwsza poprawa wysokości wynaleziony.

Co do piérwszéy poprawy ściągaiącéy się do odmiany obiętości żywégo śrébra z odmiany ciepła pochodzącéy, wiedzieć mamy z doświadczenia, że słup żywégo śrébra walcowy, który w wodzie ścinaiącéy się od zimna ma długość = 27 calów, w wodzie wrzącéy przedłuża się na 6 liniy: owszém że w ogólności każdy słup okrągły żywégo śrebra zupełnie w tymże samym stosunku przedłuża

się, w którym się stopień ciepła podwyższa. (de Luc.) Przeto ténże sam słup żywégo śrebra stopniami ciepła r przedłuża się na $\frac{6}{80}$ r $= \frac{3}{40}$ r liniy, a długość iego na tén czas staie się $C = 27'' + \frac{3}{40}$ r.''' Położywszy więc $r = 16\frac{3}{4}$, wysokość zaś tego słupa na ciepło $16\frac{3}{4}$ nazwawszy D, będzie $D = 27'' + \frac{3 \cdot 16\frac{3}{4}}{40.}$ Dwa tu przypádki rozróżnić potrzeba, ieden kiedy $r < 16\frac{3}{4}$ drugi kiedy $r > 16\frac{3}{4}$; w piérwszym przypádku będzie $D - C = 3\left(\frac{16\frac{3}{4} - r:'''}{40}\right)$ to iest liczba liniy, które przydać należy do słupa żywégo śrebra C, ażeby znaleźć iego długość D, odpowiadaiącą ciepłu $16\frac{3^{o}}{4.}$; w drugim przypádku wypádá postępowanié przeciwné, to iest też liczbę liniy potrzeba odciągnąć od słupa żywégo śrebra C, aby otrzymać długość iego na stopień ciepła $16\frac{3}{4}$ Niech B wyráżá liczbę liniy zamykaiących się w wysokości iakiégokolwiek innégo słupa walcowégo żywego śrebra na ténże stopień ciepła r; przedłużénié zaś, tego słupa w stopniu ciepła r. połóżmy $= v$; wiedząc z doświádczénia że przedłużénia różnych słupów walcowych żywégo śrebra są w stósunku długości samychże słupów, będziemy mieli 27. 12 +

$+\frac{3}{40}$ r: B = 3 $\left(\frac{16\frac{3}{4} - r}{40}\right)$: v, skąd v = $\left(\frac{16\frac{3}{4} - r}{4320 + r}\right)$ B; to iest liczba liniy szukaná, maiącá się przydać albo odciągnąć od słupa B, ażeby otrzymać iego długość stósowną do stopnia ciepła 16 $\frac{3}{4}$.

§. XXVIII.

Drugá poprawa.

Fig. 86.

Co się tycze drugiéy poprawy należącéy do odmiany stanu powietrza, zawisléy od ciepła, tę łatwo nám odkryie następuiącé rozumowanié. Wiadomo nám iest, że ciepło rozrzedzá powietrze, a tém samém cię̇żar iego gatunkowy zmnieyszá, wystawiwszy więc sobie, że powietrze będące między pewnémi punktami A i B. w których wysokości cię̇żkomiérzá, są y, i u, rozrzedza się od ciepła większégo niż 16 $\frac{3}{4}$ stopni, rzecz widoczná, że w tym przypadku cię̇żar powietrza zmnieyszać się będzie, a przeto potrzeba będzie wyniéść cię̇żkomiérz wyżey iak do punktu C, ażeby wysokość iego nie insza była iak u. Ponieważ zaś AC iest większe od AB, potrzeba będzie coś przydać do z oznaczonégo przez zrównanié podané § 26, ieżeli ciepło iest większé iak 16 $\frac{3}{4}$ a odciągnąć od z, gdy ciepło mnieyszé iest iak 16 $\frac{3}{4}$ Ilość zaś któ-

którą w téy mierze przydać albo odciągnąć potrzeba podług doświadczeń J. P. de Luc, wynosi $\frac{1}{215}$ część wysokości poprawnéy na każdy stopień ciepłomiérza Reaum: to iest na stopień ciepła r przydać albo odciągnąć należy od wysokości z raz iuż poprawnéy sążni $v' = \frac{r - 16\frac{3}{4}}{215}$

Obiaśniymy to wszystko przykładami.

Przykład piérwszy.

X. Fenillée na wiérzchołku góry Pik na wyspie Teneryffie będącéy znalazł wysokość ciężkomiérza $= 209'''$ przy podstawie zaś téyże góry wysokość ciężkomiérza $= 334'''$, ale stopień ciepła powietrzokręgu nie był oznaczony. Przypuśćmy więc, że był $= 16\frac{3}{4}$ szukaymy iaka będzie wysokość téy góry.

Postępuiąc podług tego, co się powiedziało w § 26 będzie,

$$l\,y = 2,5237465$$
$$l\,u = 2,3201463.$$
$$l\,\frac{y}{u} = 0,2036002.$$

Rozdzieliwszy więc tén Logarytm przez 10000 wypadnie wysokość szukana góry = 2036,002 sążni. Ale JP. *Bouguer* jeometrycznie wymiérzaiąc też górę znalazł iéy wysokość = 2070 sążni.

Przy-

Przykład drugi.

Wysokość Latarni morskiéy (*Pharus*) w Genui podług wymiaru jeomytrycznégo, wynosi 222′ 11″ Paryzkich, szukaymy podanémi sposobami czyli taż sama wysokość iey wypadnie, wiedząc, że przy podstawie onéyże ciężkomiérz wskazywał 338, 656,‴ na wiérzchołku zaś 335, 844‴, a stopień ciepła srzedni był na tén czas 19, 6° Reaum: Będzie więc podług

§ 27 $v = -\frac{2,85}{43396} B = -0,000657.B$, a przeto wysokość y poprawna czyli $y' = 338, 434'''$, wysokość zaś u poprawna czyli $u' = 335, 624'''$. Skąd . . .

$l\,y' = 2, 5294741.$

$l\,u' = 2, 5258529$

a przeto $l\,y' - lu' = 00036212$

Iest więc wysokość szukaná Latarni ráz poprawná czyli $z' = 10000\ l\ \frac{y}{u} = 36, 212.$ sążni (26) Áże $v' = \frac{2,85 . 36,212.}{215} = 0, 48$ sążni. Wysokość więc z dwukrotnie poprawná czyli $z'' = \begin{array}{r} 36, 212 \\ +0, \ \ 48 \\ \hline 36,692 \end{array}$

albo 220, 152 stóp, co się bardzo mało różni od wymiaru jeometrycznégo.

§ XXIX.

§. XXIX.

Gęstość powietrzokręgu tak prawie zmnieyszá się postępuiąc do góry ku górze, iak gdyby powietrzé wszędzie było iednako ciepłe i iednako czysté.

Ale to prawidło podług którégo za pomocą cięžkomierza wyznaczamy wysokość gór i wież, ma tylko mieysce w powietrzu równie wszędzie ciepłém i czystém iakeśmy wyżéy powiedzieli (§ 24.), lubo tož prawidło przy téy nawet iaka iest w rzeczy samey różnica ciepła powietrzokręgu wyższégo i niższégo, bardzo użyteczném iest i więcéy niżby się spodziéwać można dokładném. Doświadczono bowiém, iż rzeczoné prawidło wymiérzania wysokości cięžkomierzém przywiązané do iednostaynégo ciepła i czystości powietrzokręgu ma ieszcze mieysce, gdy ani stopień ciepła, ani stopień czystości powietrza nie iest iednaki, byleby tylko wysokość cięžkomiérza na dole i w górze postrzégana, podług odmiany ciepła była poprawną, oraz w drugiéy poprawie wysokości mieysca znalezionéy brané było śrzednie ciepło; to iest żeby w zrównaniu $v = \left(\frac{16\frac{3}{4} - r}{4320 + r}\right)B$, ilość v wyrażała ciepło, które się w rzeczy saméy bądź w górze bądź na dole znayduie, w zrównaniu zaś $v = \frac{r}{215} - \frac{16\frac{3}{4}}{215} z'$ taż ilość r wyrażała śrzednié ciepło między górném i dolném. Znayduiąc takową zgodę doświadczéń z pra-

wi-

widłém naszém, łatwo się domyślić możémy iéy przyczyny. Iako bowiém powietrzokrąg w dolnéy części swoiéy więcéy się rozrzedzá od ciepła niż w górnéy, tak też przeciwnie w teyże części dolnéy daleko więcéy wyziéwów znayduie się, które go o tyle prawie nazad zgęszczaią, o ile się przez ciepło rozrzedziło: a tak powietrzokrąg taką ma wszędzie gęstość, iakąby miał, gdyby tak w górze iak i na dole był iednako ciepły i iédnako czysty.

§. XXX.

Chcąc wymiérzać wysokości mieysc przez Ciężkomiérz, nie dosyć iest znać prawidło nie dawno wyłożoné, ale potrzeba ieszcze aby ciężkomiérz był do tego iak náylepiéy zrobiony, to iest aby rurka szklana miała koniecznie $2\frac{1}{2}$ albo náywięcéy trzy linije śrzednicy wewnętrznéy, doskonale walcową o iednéy wszędzie grubości, żeby szkło nie było nadto grubé, połowa liniy iest miarą grubości, którą szkło mieć powinno, żeby rurka wewnątrz żadnéy nié miała chropowatosci, ale była zupełnie gładka. Jeżeli taki ciężkomiérz składá się ze dwóch rurek spółkuiących, czyli z rurki zagiętéy maiącéy dwa ramiona iaki iest náylepszy; ramie krótszé bydź powinnò iednostaynéy śrzednicy i grubości z ramieniém dłuższém, na ramiéniu czyli rurce krót-

Jakiégo Ciężkomiérza używać mamy do oznaczéniá wysokości góry.

krótszéy bydź także powinny podziały i linije poziomo poprowadzoné, aby dokładnie poznać można było wysokość słupa żywégo śrébra przez powietrzé podniesionégo i oddzielić go od tego, co się mocą żywégo śrebra w rurce krótszéy podniesionégo utrzymuie podług natury ciał płynnych, żywe śrebro, w tym ciężkomiérzu bydź powinno náyczystszé, żadnych obcych części, iakie bydź mogą ołów, Antimonium, nie zawiéraiącé: to żywé śrebro ieszcze bydź powinno doskonale wysuszoné i z wszelkiéy ogołoconé wilgoci. Po tém wszystkiém, co iest náyistotnieyszá, bydź powinno żywe śrebro przez ogień zupełnie z powietrza obnażoné. A ponieważ powietrzé nie tylko się może znaydować między cząstkami żywégo śrebra, ale nawet przyczępioné do boków szkła w rurce, więc starać się należy, aby to powietrzé przez ogień zupełnie wypędzić tak ze szkła, iako téż i z żywégo śrebra. Na tén koniec w robiéniu ciężkomiérza wypełniaiąc rurkę czystém żywém śrebrém, trzymać ią należy nad zarzącémi się węglami tak, żeby w niéy żywe śrebro wrzało następnie od końca rurki zasklepionégo aż do drugiégo otwartégo. Gdy tym sposobém powietrzé zupełnie będzie wypędzoné przez ogień, żywé śrebro dokładnie przylégać powinno zewsząd do szkła mieyscé pró-
żne

żné w górze przy sklepiéniu rurki, które się nazywa *próżnią Torycellégo*, nié ma bydź nadto małe, a to dla tégo, że ieżeli nie podobna prawie ogołocić żywégo śrebra z powietrza, to powietrzé zgromadziwszy się potém w to mieyscé próżné, im bardziéy się rozciągnie, tém mniéy przeszkadzać będzie skutkóm cięzącégo powietrzokręgu. Podczas postrzegania czyli obserwacyi bydź powinien ciężarek czyli śrzódwaga przy cięzkomiérzu, aby się zapewnić o iego położéniu zupełnie pionowém. Nakoniec uważaiąc wysokość, potrzeba trochę wstrzasnać cięzkomiérzém, aby żywé śrebro nie przylégało gdzie do rurki, ale wolna było mocą powietrzokręgu utrzymywané. Co się tycze podziału cięzkomiérza, ten może bydź następuiacy: Rurka dłuższa AC, w górze za klepiona bierze się blizko 32 calów, krótsza C B otwarta długości upodobanéy. Cięzkomiérz ten tak się podziéla, ażeby przy linii pozioméy D E, blizko na 9 calów wyniesionéy, nad spodek rurki C było położoné o, żeby od punktu E spuszczaiąc się ku C było 7 calów oznaczonych, od punktu zaś D aż do A, na rurce dłuższéy calów 22 do 23 tym sposobém gdy żywé śrebro w rurce dłuższéy wygóruie n. p. aż do G, w rurce krótszéy opadnie aż do F, i będzie D

G + EF prawdziwą ciężkomiérza wysokością n. p. = 27. calów, gdy DG = 22," i EF = 5," ; w wymiérzaniu wysokości mieysc nie dosyć mieć takowy ciężkomiérz, potrzeba ieszcze żeby do niego był przyłączony ciepłomiérz, a to dla iak nay-dokładnieyszégo oznaczénia odmian ciepłomiérzowych ciężkomiérza. Maiąc bowiém ciepłomiérz obok ciężkomiérza, snadniéy iest w jednymże momencie ich wysokości dostrzégać w jakiémkolwiek stanowisku. Wszakże naylepszé maiąc ciężkomiérze, zawiesiwszy ié obok siebie zdarzá się częstokroć doświadczyć, że się nie zgádzaią co do wysokości, owszém że się różnią $\frac{1}{16}$ a niekiedy $\frac{1}{8}$ częscia liniy Paryzkich. A zatém można powiedzieć, że znaleziona wysokość mieysca przez ciężkomiérz w tylu stopach nie iest pewna, ile ich odpowiada $\frac{1}{8}$ części liniy żywégo śrebra w ciężkomiérzu.

§. XXXI.

Ciężkość garunkową powietrza iak oznaczyć przez ciężkomiérz.

Powiedzieliśmy wyżéy, że ciężkomiérz przy powiérzchni morza wskazuie 348 liniy, kiedy na ciepłomiérzu iest $16\frac{3}{4}$: podniesiony zaś nad tęż powiérzchnią na 12, 497 sążni (25) czyli 10797,408. liniy przy tymże stopniu ciepła zniżá się na iednę liniią. Idzie więc zatém, że iedna linia żywégo srébra równo waży z 10797, 408 liniiami powietrza, a przeto że powietrzé zawarté w rozległości 10797, 408 liniy

liniy iest tyléż razy lżeyszé od żywégo srébra. Albo ponieważ żywé srébro 14 razy cięższé iest od wody deszczowéy, powietrzé lżeyszé bydź musi od wody razy 771. Ale iak to bydź może, kiedy gęstość powietrza nie wszędzie iednaka? Lubo gęstość powietrza odmiénna bydź musi, podług odmiénnéy wysokości iego nad powiérzchnią ziémi, z tém wszystkiém w wysokości 12 sążni różnica téyże gęstości tak mała bydź musi, iż bez znacznégo a prawie żadnégo uchybiénia może bydź nierachowana. Powietrzé im odległeyszé iest od powiérzchni ziemi, tém rzadszé bydź musi, ale nié może nieskończénie rzadnieć. Jest bowiém powietrzé płyném, którégo cząstki maią z sobą pewny związek, związek ten formuie iému gęstość właściwą czyli przyrodzoną. Ciało nayspręzystszé nawet, ani się rozrzádzá ani zgęszczá wtedy, kiedy iuż wszędzie do iednakowéy postaci przyszło. Powietrzé więc rozciąganiém się swoiém przyszedłszy do stanu przyrodzonéy sobie gęstości przestać musi daléy się rozrzedzać (Wst. X. 2.). Atoli ieżeli powietrzé gęstszém się staie, iak iest w stanie sobie przyrodzonym, zgęszczénié to nié może bydź tylko skutkiém ciśniénia, oráz gęstość nabytą powietrza czyli powiększania gęstości (*incrementa*) są w stósunku ciśnień m odpowiadaiących. I tak ieżeli gęstość owietrza przyrodzoná iest A, gęstość

zaś

zaś powietrza ściśnionégo przy powiérzchni ziémi m; gdzie ciężkomierz wskazuie stopni B, gęstość zaś powietrza ściśnionégo nie iuż przy powiérzchni ziémi ale w wysokości x nad tąż powiérzchnią będącégo iest u, gdy ciężkomierz wskazuie stopni b: będą się miały powiększania gęstości m—A, n — A, iak ich ściśniénia czyli B: b, wtedy kiedy powietrzé iest wszędzie równo ciepłe, i równo czyste. Zatém $n = \frac{mb - Ab + AB.}{B}$ W ostatniéy krainie powietrzokręgu iest $b = o$ więc tamże $n = A$. Aże gęstość przyrodzona powietrza A iest nieskończénie małą względém gęstości powietrza będącégo przy powiérzchni ziémi, albo w nie wielkiéy od niéy odległości x; można więc iéy nie rachować bez znacznégo uchybiénia: a tak będzie $m : n = B : b$. Co przekonywa nas, że zrównanié nasze $z = 10000. 1\frac{y}{u}$ ma tylko mieyscé w dolnéy krainie a nie górnéy powietrzokręgu: w górnéy bowiém części gęstości powietrza znacznie odchodzą od stósunku ciśnień, i daleko mniéy tam się powietrzé rozciąga w porównaniu zmnieyszonégo ciśniénia, aniżeli w powietrzokręgu dolnym.

§. XXXII.

Wysokość Jak daleko się powietrzokrąg rozciąga, dokładnie oznaczyć nie podobna,

Prze-

Przeciąg trwałości mroku i świtu, które są skutkiém łamania się promiéni światła słonecznégo w powietrzokręgu okazuie blizko 4. mile iego wysokości. Ale wysokość ta, nié może się brać za wysokość prawdziwą powietrzokręgu, chyba raczéy za wysokość téy części iego, w któréy łamanié się promiéni światła iest znacznieyszé. Jakże oznaczymy resztę wysokości powietrzokręgu? Doświadczénia przekonały, że za pomocą naylepszych wiatrociągów powietrzé pod obiętnią nigdy tysiąc razy rzadszém stać się nié może od powietrza zewnętrznégo, ale tylko blizko 500. lub 600. razy. Rzecz zaś iest dowodliwa, że przyrodzona gęstość powietrza, nié może bydź mnieysza od gęstości powietrza iak naybardziéy rozrzedzonégo. Przypuściwszy więc, iż gęstość przyrodzona powietrza iest 1500. razy mnieysza od gęstości powietrza nas otaczaiacégo i że to ubywanié gęstości idąc od nayniższéy aż do ostatniéy warstwy powietrzokręgu, dzieie się podług iednostaynégo prawa, w ostatniéy krainie powietrzokręgu, gdzie powietrzé iest razy 1500. rzadszém od powietrza dolnégo, będzie wysokość ciężkomiérza $\frac{348'''}{1500}$, gdyż przy powiérzchni morza iest 348.''' Przeto w tym razie będzie $z = 1000 \, l \, 348$ powietrzokręgu.

$\frac{348 (25)}{1.u} = 10000.$ l. 1500, to iest wysokość powietrzokręgu wypada prawie = 9 mil, z którychby każda zamykała w sobie 3600 sążni paryz. Chociażby gęstość powietrzokręgu górnégo była większa razy 5000. od gęstości powietrzokręgu dolnégo, z tém wszystkiém zrównanié nasze, nie dałoby nam większéy wysokości powietrzokręgu, iak około 10. mil. A że wiémy (31.) iż powietrzé daleko mniéy się rozciąga w górnéy części powietrzokręgu, iak w dolnéy, przeto słusznie wnieść można, iż podług wszelkiégo do prawdy podobiéństwa, wysokość powietrzokręgu, nié może daléy zachodzić, iak do 8. blizko mil.

§. XXXIII.

Bania Montgolfiera.

Jeżeli ciała gatunkowo lżeysze od powietrza nas otaczaiącego wznoszą się do góry, łatwo się domyślić można, że i kula iakażkolwiek wewnątrz wydrążona, a płyném gatunkowo lżeyszym od powietrza pospolitego napełniona, wznosić się będzie do góry, chociażby była z ciała przycięższégo wyrobiona, gdy dosyć iest cienką i znaczney wielkości. Nikt zaiste o tym skutku nie powątpiwał: ale wynaleziénié płynu gatunkowo lżeyszégo od powietrza, równie zaś iak one spręzystégo, to iest takiego, któryby wypełniaiąc kulę nie dopuszczał iéy się spłaszczać, za-

wsze

wsze było rzeczą trudną. Piérwszy JP. *Montgolfier* we Francyi w Roku 1783. uiścił myśl takową, potrafiwszy puścić banię znacznéy wielkości, która przez samo popychanié powietrzokręgu do znacznéy się wysokości wyniosła. Bania ta była płócienna, papiérém wewnątrz wykléiona, szwy czyli spoiénia iéy powrózkami przeplatanémi wzmocnioné były. Obwód bani był prawie = 100. stóp, a bryłowatość iéy koło 22000 stóp sześciénnych; od dołu miała otwór kwadrowaty, którégo boki a bardziéy listwy drewniané, iakoby za podstawę téy bani służącé, miały długości po 16 stóp, w srzodku tegoż otworu wisiała faierka żelazna na łańcużkach, na którey przez dorzucanie słomy wraz z wełną siekanéy ciągle się ogień utrzymywał, gdyż obydwa te ciała, maiąc w sobie podostatek materyi palnéy, płomieniém goreią náymniéy dymiąc. Tym więc sposobém powietrzé w kuli będącé, nie tylko się rozrzedzało, ale też płyn dobywaiący się ze słomy i wełny goreiącéy, gatunkowo lżeyszy od powietrza, wypędzał go z niéy sam iego zaymuiąc mieyscé. Płyn tén był lżeyszy od powietrza otaczaiącégo prawie połową, lubo zarówno z niém był sprężysty: ważył zaś funtów 990. Aże sama kula przez się ważyła funtów 500, ieżeli więc 22000 stóp sześciennych powietrza

ważą około tysiąc dziewięćset dwadzieścia pięć funtów, uważaiąc powietrzé iako lżeyszé od wody 800 razy, kula owa musiała zaczynać się podnosić do góry siłą blizko 435. funtów.

§. XXXIV.

Inná bania powietrzná.

Wynalazek ten JP. *Montgolfiera* dał pochop do innégo sposobu robiénia kuli powietrznéy w Paryżu w tymże roku. Znano bowiém iuż na ten czas szczególny gatunek powietrza z rozmaitych ciał, a mianowicie z żelaza przez kwas koperwasowy rozpuszczonégo dobywaiący się, nie równie lżeyszy od powietrza pospolitégo, to iest *powietrzé palné*, tak nazwané od własności łatwego zapalania się, gdy iest zmiészané z powietrzém pospolitém: takowym więc płyném starano się banię napełnić. Że zaś powietrzé palne składaiąc się z cząstek drobniuchnych, łatwo inné ciała przenika lub trawi, przeto rzeczona kula była z materyi iedwabnéy, wewnątrz należycie nawiedziona klyiém zwanym *gumą sprężystą*, część iéy dolna zamiast otworu miała rurkę z czopkiém ruchomym, którędy można było powietrzé wewnętrzné wypędzić przez samo iéy ciśniénié czyli spłaszczénié, zabronić zaś weyścia powietrzu zewnętrznému przez zakręcénié kółka. Była ieszcze do tego beczka, do któréy przez otwór poboczny opiłki żelazné czyste, i kwas koperwasowy

także czysty, należycie wodą roztworzony wpływał; po czém tenże otwór zamykał się, a rurka tuż obok niego będąca, łączyła się z otworém rurkowym kuli. Powietrzé palné wielkiéy obfitości z beczki do kuli przechodząc, wydymało ią i napełniało, a robiło lżeyszą od powietrza otaczaiącégo, tak dalece, iż kula kółkiém zamknięta do znacznéy wysokości się wyniosła. Rozmaité potém kule powietrzné tego i tamtego gatunku, różné co do kształtu i wielkości robiono i puszczano, za pomocą których ludzie nawet na łódkach pod niémi wiszących, do znacznéy wysokości wynosili się.

ROZDZIÁŁ II.

o ruchu płynów w ogólności

§. I.

Prędkość wody wypływaiącéy z naczyniá przez otwór nieskończénie mały.

Wystáwmy sobie naczynié iakié ACDB, napełnioné wodą lub innym iakimkolwiek płyném aż do powierzchni poziomey AB, maiącé na dnie otwor pionowy EFHG, walcowy lub graniasty, nieskończénie mały, przez któryby woda własnym ciężarém wytryskuiąc, náymnieyszégo nie doznawała tarcia, lub innéy iakiéy przeszkody, a statecznie zachowała kierunek EG, i tenże otwór należycie wypełniała. Co gdy tak iest, podstawa

Fig. 88.

rzeczonégo otworu EF, wytrzymywać będzie parcié słupa wodnégo EF, FI; że zaś przez otwór nieskończénie mały nié może uyść w danym czasié z naczynia, tylko ilość wody nieskończénie mała, przeto wysokość tego słupa, zawsze bydź musi iednaka, a tém samém i siła cisnąca na EF, czyli ciężar słupa EF, FI, będzie siłą iednostayną. Kropla zaś EGHF, wytryska z otworu w przeciągu czasu nayrnnieyszégo t, i przy końcu tegoż czasu, taką ma prędkość C, z jaką woda płynie przez otwór GH; o czém, aby się przekonać, przypuśćmy, że naczynié AD iest próżné, i że sama tylko kropla LGHM. własnym ciężarém wypada przez GH, w tymże czasie t, a przezto że MH iest wysokością wolnégo spadku należącą do czasu t; a będzie w tym razie siła ciśnié-nia, czyli ciężar kropli rzeczonéy EFMH, siłą iednostayną, z któréy w czasie t, rodzi się prędkość c. Aże siły iednostaynie działaiącé są w stósunku biegów ich w równym czasie sprawionych (XII. Roz. I. §. 12.) biegi zaś podstępné są w stósunku mnogości powstaiących z mięższości i prędkości (Xię. I. Roz. II. §. 8.) będzie się więc mieć ciężar słupa EFI. do ciężaru kropli GM. czyli EF. FI: EF. MH. iak C. EF. FH: c. EF. MH, albo zniosłszy spólné mnożniki FI: MH = C. FH: c. MH. Są zaś biegi przez wysokości FH i MH biegami

gami iednostaynie przyśpieszonémi, Xię.) II. Roz. I. §. 11. 12.) bydź więc musi $C = \frac{2FH}{t}$, toż $c = \frac{2MH}{t}$ (Xię. I. Roz. IV. §. 7.) a zatém $C : c = \frac{2FH}{t} : \frac{2MH}{t} =$ FH : MH. A że było FI : MH = C. FH : c. MH. więc będzie FI : MH = C^2 c^2. Daymy teráz, że ciało iakié wolnie spadaiąc przez wysokość FI, nabywá prędkości V, a będziémy mieli $V^2 : c^2$ = FI : MH, a zatém $V^2 : c^2 = C^2 : c^2$ skąd wypadá V = C to iest: płyn wytryská z otworu EH prędkością odpowiadaiącą wysokości wolnego spadku FI. I ta to iest prędkość, którą wszystka woda z naczyniá wypływać będzie, gdy i wysokość FI i ciśniénié na EF nie odmiéniá się.

§. II.

Przypuściwszy, że kanałém AH iakiégokolwiek kształtu płynie wodá tak, iż ilé iéy uchodzi z jednéy, tylé przybywá z drugiéy strony, i że w każdym z osobna przecinku AB i GH prędkości cząstek płynu będąc równémi, maią kierunki prostopadłe do tychże przecinków; szukáymy iakié będą prędkości przecinków AB, GH? Dáymy tedy, iż w czasie iakim naymnieyszym t przechodzi przecinek AB, na EF, i GH na LM, weźmyż tenże czas za nieskończénie prawie mały, to iest taki, w którym-

Prędkość wody różna iest w różnych przecinkach (sectio) danego naczyniá.

Fig. 89.

w którymby znaczna odmiana biegu stać się nié mogła, a tém samém kierunki i prędkość cząstek wodnych tak w przecinku AB i EF, iako też w GH i LM były téż samé. Co skoro tak iest, biegi z AB, na EF i z GH na LM bydź muszą iednostayne, przecinki zaś same AB i EF, GH i LM, między sobą równoległé. A że w biegach iednostaynych prędkości są w stósunku mieysc w jednymże czasie przebytych, prędkość więc c iakiéykolwiek cząstki przecinka AB, mieć się będzie do prędkości C iakiéykolwiek przecinka cząstki GH, iak się maią odległości AE: GL lub BF: HM w jednymże czasie naymnieyszym t, biegami iednostaynémi przebyté. Ażeśmy przypuścili, że ile płynu uchodzi z przestworu (spatium) ze strony GH, tylé go w równym czasie przybywa z przeciwnéy strony EF, bydź więc musi graniastosłup GHGL równy graniastosłupowi ABAE. a stąd AB: GH = GL: AE = C: c, to iest prędkość C przecinka GH ma się do prędkości c, przecinka AB, iak przecinek AB do przecinka GH. Skąd się wnosi ogólnie, że prędkości wody w różnych przecinkach naczynia są w stósunku odwrótnym tychże przecinków.

§. III.

Prędkość wody wy- Oznaczywszy prędkość wody wytryskuiacéy z naczynia przez otwór nieskończenie mały, oszacuymy prędkość iéy

wytry-

wytryskania przez otwór, który ma znaczną iakąkolwiek obszérność, iakim iest n. p. otwór poziomy CD na dnie naczynia iakiégokolwiek kształtu HB, przez który to otwór woda własnym ciężarém wyciékać może. Wyciekanié to dziać się nié może bez opadania powiérzchni wody poziomey AB pewną iakąś prędkością: daymy tedy, że każda cząstka rzeczonéy powiérzchni opada pionowo, prędkością zawsze iednaką, i że tąż prędkością odpowiadaiącą wysokości AG, tylé wody ustawnie przybywa, ilé iéy potrzeba do utrzymania się przy iednakiéy wysokości w naczyniu pod czas odchodu. Co łatwo bydź może wyobraziwszy sobie nad AB, naczynié EF. niezmiernéy obszérności, napełnioné wodą do wysokości AG, z którégoby rzeczona ilość wody nieprzerwanie przybywała do AB: w tym bowiém razie AB, brać się może za otwór nieskończenie mały naczynia EF, nieskończenie wielkiego, a tak prędkość wody przechodzącéy przez AB, odpowiadać będzie wysokości AG. (§. 1.); na iedno więc tu wypada, czyliby kto nieustannie przylewaiąc wody do AB, wypełniał nią naczynié, czyli też woda sama przez się nieustannie wpływała z naczynia EF. w obydwóch razach ruch przecinka AB naczynia stale pełnégo, zawsze iest iednaki. Aże podług założénia, tylé wody wchodzi

pływaiącéy z naczynia stale pełnégo przez otwór pewnéy wielkości.

Fig. 90.

dzi do naczynia BH przez otwór AB, ilé iéy uchodzi w równym czasie przez otwór CD, zaczém biegi przecinków AB i CD są iednakié, a przeto prędkość C, którą każda cząstka przecinka CD pionowo bieży, mieć się będzie do prędkości c każdéy cząstki przecinka AB w takimże kierunku bieżącéy, iak się maią odwrotnie też odcinki to iest: iak AB: CD, (§. 2.) albo przypuściwszy, że te przecinki są figurami podobnémi, i że AB i CD są ich srzednicami lub wymiarami odpowiedaiącémi sobie (dimensiones homologae) będzie $C:c = AB^2 : CD^2$. Że zaś ieżeli AB można było brać za otwór nieskończénie mały naczynia EF, tém bardziéy, że za takiż otwór naczynia EF brać można CD, prędkość więc C, odpowiedać będzic wysokości GH. (§. 1.) prędkość zaś c do wysokości AG = HG — AH, a zatém $C : c = \sqrt{HG} : \sqrt{(HG - AH)}$ czyli $C^2 : c^2 = HG : HG - AH = AB^4 : CD^4$. ; Skąd $HG . CD^4 = HG . AB^4 - AH AB^4$ a przeto $GH = \frac{AH\,AB^4}{AB^4 - CD^4}$

Zrównanié to daie szukaną wartość wysokości, któréy odpowiada prędkość wody wypływaiącéy z naczynia stale pełnégo przez otwór pewnéy wielkości, a przeto oznacza też prędkość. Ażeby zaś tén wyraz prędkości wystawić w wzorze ogólnieyszym, położmy wysokość

sokość GH = b, srzednicę otworu CD = d, wysokość wody w naczyniu AH = a, srzednicę górnéy powiérzchni wody AB = f; a tak zrównanié powyższé, zamiéni się na $b = \frac{a f^4}{f^4 - d^4}$, gdzie pomnieć należy na warunki, z których takowé prawo ruchu iest wyciągnioné, a zatém w których okolicznościach może i powinno mieć mieyscé.

§. IV.

Woda wyciéká z naczyniá stale pełnégo prawie zawsze prędkością odpowiadaiącą iéy wysokości w témże naczyniu.

Zastanowiwszy się uwagą nad zrównaniém $b = \frac{a f^4}{f^4 - d^4}$ wyrażaiącém prawo biegu przez otwór danéy wielkości z naczyniá stale pełnego, następuiącé wypadaią wnioski: 1º w zrównanié to, nie wchodzi kształt naczyniá, lecz tylko wchodzą ilości f, a, d; przeto prędkość rzeczonégo biegu bynáymniéy nie zawisła od kształtu naczyniá, lecz tylko od obszérności zwiérzchniégo przecinka wody w naczyniu iéy wysokości i obszérności otworu przez który wyciéká, 2º ponieważ wysokość b, wyráżá się przez ilości stałe f, a, d, musi bydź nieodmiénną, a zatém takąż bydź musi i prędkość onéy odpowiadaiącá (m). 3º Położywszy $d = \frac{1}{10} f$, a przeto $d^4 = \frac{1}{10000} f^4$, bez znacznégo uchybiénia

brać

brać można $f^4 - d^4 = f^4$ w tym zaś razie zrównané $b = \frac{af^4}{f^4 - d^4}$ zamiéni się na $b = a$, to iest: wytryska woda z naczynia stale pełnégo, prawie zawsze prędkością swoią odpowiadaiącą wysokości iéy w naczyniu, gdy otwór nie iest zbyt obszérny n. p. nie większy iak srzednicy $= \frac{1}{4}$ f. 4º wziąwszy zaś $d = f$, wypada $b = \frac{af^4}{o}$, to iest w tym razie prędkość biegu iest nieskończénie wielka. Jakoż przez naczynié z obydwu końców otwarté, samowolnie spada woda, tak iakby ciało stałe, i bezustannie przyśpieszać powinna bieg swóy.

§. V.

Żyła wody zwartá (vena contracta aquae)

Fig. 91.

Do płynu przezroczystégo wsypawszy proszek miałki, postrzeżémy, że ten płyn wyciekaiąc z naczynia AC, stale pełnégo przez otwór EF, wchodzi weń pionowo przy osi GH, w jnnych zaś mieyscach tém ukośniéy, im bardziéy iest oddalony od téyże osi, tak dalece, iż na dnie naczynia bierze kierunek poziomy, kierunki zaś srzednié IH, LH, odpowiadaiącé dwóm połowicóm HF, HE, przecinka EF, równo są oddaloné od osi i dna naczynia, bo czynią kąty GHI, i GHL równé, z których każdy wynosi 45º Biegi więc równé wyrażaiącé się przez liniie HI, HL, ro-

zebrać

zebrać się mogą na biegi IG, GH, i GL, GH; z których dwa IG, GL, są poziomé i wprost przeciwległé sobie, a zatém iako równé, wzaiémnie się ieden przez drugi znosi znosząc się zaś ściskaią strumiéń (vena) wytryskuiący. Musi więc bydź w tym strumiéniu iakiéś mieyscé n. p. N. gdzie rzeczoné biegi wcale nié maią mieysca, i tylko same biegi cząstkowé GH, GH, czyli bieg całkowity GH pionowy znayduie się, i tym tylko biegiém cały przecinek poziomy MN, odchodzi; przecinek takowy, nazywa się przecinkiém żyły zwartéy (sectio venae contractae) odległość iego FN od otworu (iak uczy doświadczénié) prawie zawsze równa się połowie srzednicy tegoż otworu, to iest prawie FN = FH; sam zaś strumiéń przebywszy przecinek MN, bierze kształt wałca lub graniastosłupa, zwłaszcza gdy działanié ciężkości, lub opór powietrza mniéy ku temu przeszkadza. Cały więc przecinek EF uchodzi w kierunku HO prędkością GH; uchodziłby zaś prędkością C = IH = LH, która ma się do GH, iak $\sqrt{2} : 1$, gdyby wszystkié cząstki płynu w EF bieg tylko miały pionowy, i prędkość c odpowiadała wysokości PH (§. 4.) tak iak w rzeczy samey w przecinku żyły zwartéy MN w tymże kierunku wszystkié cząstki płynu uchodzą prędkością odpowiadaiącą wysokości PO. Gdy tedy

otwór

otwór EF iest arcy szczupły, a tém samém i wysokość PO, prawie równa wysokości PH, mieć się będzie przecinek żyły zwartéy MN do otworu EF prawie iak $1 : \sqrt{2} = 1 : 1,41$. Co właśnie Newton odkrył przez doświadczénié: są bowiém prędkości przecinków (§. 2.) w stósunku odwrotnym tychże przecinków, kiedy zaś otwór EF będzie miał pewną obszérność n. p. srzednicy iednocalowéy lub większéy, na tén czas płyn między H i O, znacznie się przyśpiesza, a tak i stósunek przecinków MN i EF nieco się powiększa.

§. VI.

Doświadczéniá okazuiącé prędkość strumiénia, wytryskuiącégo przez otwór naczyniá stale pełnégo.

Fig. 92.

Prawdę w § poprzedzaiącym z rozumowania wydobytą stwiérdzić ieszcze można doświadczéniami. Wziąwszy naczynié CB, napełnioné wodą aż do CE, maiącé otwór poboczny ciasny przy punkcie F (który to punkt bierze się za punkt srzedni przecinka żyły zwartéy) liniia EF

(m) Wniosek ten zgodny iest z przypuszczéniém § poprzedzaiącégo, gdzie powiedzieliśmy, że biegi górnéy powiérzchni wody i otworu są iednakié, owszém iest on wypadkiém tegoż przypuszczéniá. Wszakże oderwawszy uwágę choć na moment od tegoż przypuszczéniá, przyznać musimy, że prędkość b podług wszelkiéy ścisłości bydź ilością stateczną nié może. Potrzeba bowiém pewnéy chwili czasu, aby ruch iuż sprawiony w otworze naczyniá, udzielił

EF pionowá, łącząca ténże punkt z powiérzchnią górną wody, będzie wysokością odpowiadaiącą prędkości wody w przecinku teyże żyły zwartéy. Daymy bowiém, że naczynié CB, z którégo tylé przybywá, ilé ubywá wody, czyli stale pełné, stoi na táblicy poziomey AD, i że żyła wody poziomie wytryskuiącá będąc bardzo cienką spádá na pewny iey punkt A; wymiérzywszy więc odległość tego punktu od pionowéy FB, iako też i samą pionową FB, oznaczyć można będzie prędkość c przecinka żyły zwartéy. Tén bowiém przecinek dlá zbytniéy cięnkości strumiénia przypádá w samym boku naczyniá: bieg zaś strumiénia iest dwoisty, ieden iednostayny i poziomy prędkości c, którym on przebiégłby mieysce FH = BA w czasie t, drugi pionowy, którym samowolnie spádáłby przez FB = HA w tymże czasie t; (Xię. I. Roz. VI. §. 7.) będzie więc $c = \frac{BA}{t}$. Niech g wyrážá wysokość,

lił się dalszym i wyższym częściom wody, a zatém inszy bydź musi bieg na samym początku, a inszy na potém. Że zaś doświadczénia nauczaią, że różnica ta czasów iest nader mała, tak dalece, że spodniá i górná powiérzchnia wody w jednymże prawie momencie, iednaką prędkością odchodzić poczynaią: przeto téż w podobném zdarzéniu, taż różnica czasów zaniechaną bydź może.

kość, przez którą ciało samowólnie spada w czasie 1″, będzie g: FB = 1 : t^2, zatém $t^2 = \frac{FB}{g}$. i $c^2 = \frac{BA^2}{FB}g$. Oprócz tego niechay a wyraża wysokość odpowiadaiącą prędkości c, będziémy mieli g : a = 4 g^2 : c^2 skąd 4 ga = $c^2 = \frac{BA^2}{FB}g$ toż a = $\frac{BA^2}{4FB}$. To ostatnie zrównanié odkrywa to, czegośmy szukali, bylebyśmy tylko oznaczyli ilości AB, FB, które iak wiémy, łatwo oznaczoné bydź mogą przez rozmiar: doświadczénié nawet przekonało, że kiedy otwór F, iest wydrążony w blaszce iak nayciénszéy, i kiedy FE = $18\frac{1}{2}$ FB. na ten czas prawie iest BA = 35,5″ ; zaś $a = \left(\frac{35,5}{4 . 18}\right)^2 = 17,5″$. Co dowodzi, że prędkość przecinka żyły zwartéy odpowiada wysokości wody w naczyniu nad tymże przecinkiém. Wszakże wysokość ta mnieysza nieco okazywać się zwykła w doświadczéniach z przyczyny tarcia i oporu powietrza. Używszy zaś zamiast blaszki cienkiéy przedziurawionéy w F, krótkiéy rurki walcowéy, rozlicznémi doświadczéniami przekonać się można, że ogólnie przy iednakich okolicznościach rzeczona wysokość prędkości choćby nay-

więk-

większá, iest prawie $= \frac{7}{10}$ FE, to iest daleko mnieyszá od téy wysokości, którą bywá w otworze blaszki cienkiéy, a która nader się zbliżá do wysokości EF, zaczém wielká zachodzi różnica między odchodém płynów przez otwór blaszki, i między ich odchodém przez rurkę.

§. VII.

Usiłuymy terás ustanowić stósunek między przecinkiém żyły zwartéy a otworém blaszki; a naprzód rozróżniymy to, co się nazywać zwykło odchodém w naczyniu wody rzeczywistym, a odchodém stósunkowym, który choć nie właściwie zwą przyrodzonym. Odchod rzeczywisty, iest to ilość wody, która w danym czasie w saméy rzeczy odchodzi z naczynia: odchód zaś stósunkowy, czyli iak go nazywaią naturalny, wyrážá ilość wody, którąby w tymże samym czasie co i tamta odeszła z naczynia, przez otwór blaszki cienkiéy, gdyby przecinek cyfki, równał się zwiérzchniému otworowi naczynia, oraz gdyby prędkość wody w tymże przecinku, odpowiadała wysokości w naczyniu nad tymże przecinkiém. Położmy więc że powiérzchnia zwiérzchniégo otworu naczynia $= .^2$, wysokość zaś wody w témże naczyniu nad przecinkiém żyły zwartéy $=$ a, będzie odchód stósunkowy iednéy

Odchód wody rzeczywisty przyrodzony (dispendium verum & naturale).

iedney sekundy $= 2b^2\sqrt{ga}$, gdzie g wyrażá wysokość samowolnego spadku ciała w przeciągu sekundy (Xię. I. R. III. §. 2.) To maiąc nazwiymy x^2 powiérzchnią, przecinka żyły zwartéy, i razém przypuśćmy, że prędkość tego przecinka odpowiadá wysokości a: w takowym razie $2x^2\sqrt{ga}$, będzie odchodém wody rzeczywistym. Zaczém, mà się odchód stósunkowy mogący się oznaczyć przez rachunek, do odchodu rzeczywistégo odkryć się mogącégo przez doświadczénié, iàk się má $b^2 : x^2$ to iest, iak zwiérzchni otwór naczyniá do przecinka żyły zwartéy. Wszakże stósunek ten odchodów wody pomiénionych bywá częstokroć większy od stósunku dopiéro rzeczonégo, a to dlá tego, że prędkość wody w przecinku żyły zwartéy nieco mnieyszá bywá od téy, która wysokości a odpowiadá; co iest skutkiém tarciá, i oporu powietrza. A że doświadczénia nauczaią, że stósunek odchodów, przy równych okolicznościach, wzrasta za powiększeniém się wysokości wody w naczyniu; wnieść więc należy, że tarcié wody powiększá się z powiększaiącą się prędkością. Przydać tu potrzeba i to, że przy iednakich wysokościach wody w naczyniu, tém większé iest tarcié, im większá iest powiérzchniá tarciu podlégaiącá; czego doświadczyć można na otworach równéy powiérzchni, lecz nie

iedna

iednakiéy Figury n. p. kulistych i kwadratowych. Przy równych bowiém okolicznościach w jednymże czásie, więcéy odchodzi wody przez tamten iak przez ten (*).

§. VIII.

Stósunek zachodzący między odchodém wody rzeczywistym i stósunkowym

Wielokrotné przekonały doświadczénia, że kiedy wysokość wody w naczyniu iednakowo zawsze nią napełnionéin nie przechodzi 10. lub 20. stóp, srzednica zaś otworu blaszki cienkiéy, nie iest większa iak na iedén lub dwa cale; na tén czas iakokolwiek woda wytryska, poziomo lub pionowo, ma się odchód rzeczywisty do odchodu przyrodzonégo prawie iak 5 : 8 (Bossut Hydrodynamica II. p. 20.) to iest odchód rzeczywisty $= \frac{5}{8}$ odchodu przyrodzonégo: czyli odchód rzeczywisty iednéy sekundy nazwawszy m, odchód zaś przyrodzony p, będzie $m = \frac{5}{8} p$. A że odchód przyrodzony iednéy sekundy znaleźliśmy $= 2b^2 \sqrt{ga}$, więc $m = \frac{5}{8} 2b^2 \sqrt{ga} = \frac{5}{4} b^2 \sqrt{ga}$. Zrównanié to daie wartość odchodu rzeczywistégo iednéy sekundy w funkcyi odchodu przyrodzonégo: maiąc więc daną stałą wysokość wody w naczyniu iakiém i wielkość iego otworu, łatwo

W będzie

(*) Obwód koła zawsze iest mnieyszy od obwodu kwadratu lub innéy iakiéykolwiek Figury prostokreślnéy równéy iému co do powierzchni.

będzie można oznaczyć ilość wody, któraby w pewnym czasie n. p. w 1' odéyśdź mogła, to iest wynaleźć odchód iéy rzeczywisty, szukaiąc piérwéy odchodu przyrodzonégo, a tén potém mnożąc przez $\frac{5}{8}$. I tak niech będzie srzednica otworu kolistego, w blaszce wywierconégo $= \frac{1}{2}'' = 0, 5''$; powiérzchnia iego będzie $= 0, 196'' = b^2$ Niech wysokość wody w naczyniu czyli a, należąca do prędkości c, $= 2\sqrt{ga}$, będzie $= 9$ stóp, będzie też $c = 2\sqrt{9g} = 6\sqrt{g} = 6\sqrt{15}$ stóp $= 23, 32$ stóp $= 279, 8,''$ przeto odchód przyrodzony iednéy sekundy czyli p. $= 2b^2\sqrt{ga}$ będzie $= 0, 196. 279, 8 = 54, 8''$; iedney zaś minuty $= 3290''$. Zatém $m = \frac{5}{8}\, 3290'' = 2056$ calów sześciénnych, to iest wartość szukana odchodu istnégo na iedną minutę. Ale w rzeczy samęy w tymże czasie odeszło z naczynia wody tylko 2018, calów sześciennych Bossut II. §. 26, co pokazuie iak się zbliża rachunek do istotnéy prawdy.

§. IX.

Odchód wody przez otwory oboczné.

Fig. 93

Ponieważ woda z naczynia stale pełnego wytryskuie prawie zawsze prędkością odpowiadaiącą wysokości nad otworém, przeto gdy ténże otwór będąc pobocznym mieć będzie położénié pionowé lub ukośné, na ten czas woda odchodząc przezén nie będzie mogła mieć iednakiéy prędkości w ka-

w każdém iego mieyscu, ale cząstki niższé prędzéy, wyższé powolniéy odchodzić będą: w tym więc razie będzie srzednia iakaś prędkość, do któréy się odnosi odchód wody przyrodzonéy, to iest potrzeba będzie mnożyć srzednią iakąś prędkość przez powiérzchnią otworu, aby oznaczyć rzeczony odchód. I tak przypuściwszy że AB, wyráżá otwór pionowy, i że AC = CB, oraz że woda aż do A tylko wypełnia naczynié, będzie się mieć prędkość odchodzącéy wody przez B do iéy prędkości odchodzącéy przez C iak $\sqrt{AB}$: $\sqrt{AC} = \sqrt{2} : 1 = 1, 41 : 1$. A że przy samey powiérzchni wody czyli w A, nié masz żadnéy prędkości, czyli, że ta = 0; na spodzie zaś, to iest przy B, iest ona = 1, 41, przeto srzednia prędkość należąca do punktu C, będzie = 0, 7. Lecz punkt srzedni C, ma prędkość = 1, zatém większą aniżeli srzednia. Toż zdarzénié ma mieyscé, gdy otwór poboczny naczynia iest kolisty, cząstki bowiém płynu srzodkiém iego odchodzącé, odchodzą nieco prędzéy iak srzednia prędkością, iednakże im wyżéy naczynié wodą iest napełnioné, nad otworém, albo im mnieyszy sam otwór, tém mnieysza zachodzi różnica między prędkościami cząstek płynu wyższych i niższych, a tém samém prędkość srzodka otworu, tém bardziéy zbliża się do prędkości srzedniéy; owszém do-

świadczénia przekonywaią, że choćby téż otwór naczynia był dosyć obszérny, i wysokość wody nader mała, bez znacznégo uchybiénia brać można wysokość wody nad srzodkiém otworu za wysokość należącą do prędkości srzedniéy, przez którą oznacza się odchód przyrodzony.

§. X.

Prędkość wody odchodzącéy z naczynia przez rurkę krótką.

Umieiąc iuż iakokolwiek oszacować ilość wody odchodzącéy z naczynia stale pełnego przez otwór w blaszce cienkiéy wywierconéy, można będzie oznaczyć odchód iéy przez rurkę krótką n. p. GF. walcową, naczynia AI stale wodą napełnionégo. Idąc zaś od łatwieyszych do rzeczy trudnieyszych, przypuśćmy, że długość téy rurki, równa się połowie iéy szérokości, albo przynaymniéy mało co się od niéy różni. W tym razie strumiéń wytryskuiący, żadnégo nie poniesie zwarcia czyli ściśniénia, tak dalece, że każda cząstka płynu przechodzić będzie przez przecinek EF w jednymże kierunku GE. Podczas takowego odchodu uderzywszy młotkiém lub czém podobném rurkę, woda od niéy odskakuie i prędzéy odchodzić poczyna z naczynia AI. to iest: tylé iéy odchodzi w danym czasie, iléby odeszło przez otwór blaszki równy GH = EF: co dowodzi, że bieg wody w rurce opóźnia się przez wzaiémne ciał przyciąganie się. Jeżeli AB wyraża powiérzchnią wody

Fig. 94.

dy przeciągnioną aż do C, liniia zaś CD wyraża wysokość teyże wody po nad osią rurki, a przecinek EF, przecinek żyły zwartéy, będzie prędkość tégo przecinka c należeć do wysokości CD (§. 9.) prędkość zaś przecinka GH, dla pochyłości kierunków cząstek wodnych w tymże przecinku będzie na ten czas = $c \sqrt{\frac{1}{2}} =$ 0, 71. c. (§. 5.). A że podług doświadczénia z przyczyny wzaiémnégo ciał pociągania się przy obydwóch przecinkach EF i GH równą prędkością odchodzi woda, musi więc przecinek EF opóźniać się w biegu przecinkiém GH, tén zaś wzaiémnie przyśpiészá się tamtym, a tak obydwa srzednią biegą prędkością, która w tym razie iest $= c \frac{1 + 0,71}{2} = 0,85c$.

A że wysokości są w stósunku kwadratów prędkości im odpowiadaiących, będzie się więc mieć $c^2 : (0,85)^2 c^2$ lub 1: 0, 72 iak się ma CD do wysokosci b, należącéy do prędkości 0, 85c, którą to prędkością żyła wytryskuie z rurki. Jest więc wysokość b = 0, 72. CD, właśnie taka okazuie się w doświadczéniach (§. 6.). Z czego wnieść należy, że gdy nie idzie o wielość wody wytryskuiącéy, lecz tylko o iak naywiększą wysokość wytryskania n. p. iak w fontanach i innych narzędziach podobnych potrzeba użyć otworu blaszki cienkiéy a nie zaś rurki.

Pręd-

Prędkość bowiém wody w przecinku żyły zwartéy przy równych okolicznościach zawsze iest większa od prędkości w otworze rurki.

§. XI.

Rzeczywisty odchód wody przez rurkę krótką.

Fig. 94.

Chociaż rurki osłabiaią prędkość wody, z tém wszystkiém odchód iéy rzeczywisty przez rurkę krótką walcowa, zawsze iest większy przy równych okolicznościach od odchodu rzeczywistégo przez otwór blaszki: żyła bowiém wyszedłszy z rurki nâymnieyszégo nie ponosi więcéy ściśniénia, a zatém na każdą sekundę odchodzi przez nią ilość wody = $0,85\,cd^2$, gdzie d^2 wyraża powiérzchnią otworu EF. Gdybyśmy zaś na to mieysce użyli otworu blaszki równégo co do powiérzchni otworowi rurki, ilość wody przez każdą 1″ odchodząca, byłaby = $\frac{5}{8}$ $cd^2 = 0,625\,cd^2$; (§. 8.) przeto ieżeli odchód przyrodzony iest $= 8cd^2$ tedy odchód rzeczywisty przez otwór blaszki iest = $5\,cd^2$ odchód zaś przez rurkę krótką = $6,8\,d^2$; wszakże tén ostatni odchód mnieyszym się pokazuie w doświadczéniach, to iest prawie tylko = $6,5cd^2$ a to z przyczyny tarcia i oporu powietrza. Zaczém w ogólności odchód przyrodzony i odchód rzeczywisty przez rurkę krótką i przez otwór blaszki ciénkiéy prawie zawsze (podług doświadczénia) są w stósunku liczb 16, 13, 10. Ale to tylko w tym przy-

przypadku, kiedy długość rurki równa się albo przynaymniéy mało co się różni od połowy iéy szerokości. Gdyby zaś rurka krótka miała kształt ostrokręgu uciętégo LEFM, na tén czasby prędkość wody w przecinku EF wraz z odchodém rzeczywistym powiększałaby się, ponieważ w tym razie przecinek EF nie doznawałby takowégo opóźniénia biegu swego, iakiégo doznaie w rurce walcowéy. Naywiększa więc będzie prędkość przecinka EF wtedy, gdy odpowiada całéy wysokości CD, a tém samém naywiększy będzie odchód, gdy przecinki LM i FM są w stósunku $\sqrt{2}$: 1, to iest kiedy rurka ma kształt żyły zwartéy. Gdybyśmy zaś podstawę LM ieszcze bardziéy rozprzestrzenili, a niżeli była rozprzestrzeniona wtedy, kiedy prędkość w EF była naywiększa, zmnieyszyłby się odchód rzeczywisty, boby żyła zwarła się ieszcze, nimby przyszła do otworu rurki. Podobnieby się stało, gdybyśmy nie tykaiąc podstawy otworu GH, zmnieyszyli otwór EF, to iest zmnieyszylibyśmy odchód wody powiększaiąc iéy prędkość. Wszakże przeistaczaiąc rurkę walcową na ostrokręgową, nié można bardziéy powiększyć prędkości wytryskuiącéy wody iak w stósunku 13 : 16.

§. XII.

Z naczynia AC woda odchodząca rurą DE, wytryskuie przez otwór poziomy Fontanny przy-

czyli zrźódło biiącé.

Fig. 95.

przy E do pewnéy wysokości EF, która znacznię iest mnieyszą, od wysokości EG, równaiącéy się wysokości wody w naczyniu AC, w którém liniia AB wyraża powiérzchnią téyże wody, liniia zaś AG iest iéy przedłużéniém. Skutek tén opóźniénia biegu wody przypisać potrzeba iuż oporowi powietrza, iuż ciężéniu górnych cząstek słupa wytryskuiącégo, które wznosząc się biegiém iednostaynym opóźnionym, tracą zupełnie tén bieg w punkcie F, a zatém poczynaią ciążyć na cząstki niższe rzeczonégo słupa, gdyż tén iest pionowy EF: co że tak iest, przekonywa ieszcze i to, iż pospolicie górna część słupa wytryskuiącégo grubszą bywa od spodniéy, wysokość zaś iego nieco się powiększa przez nadanié mu kierunku pochyłégo. Oprócz tego grubszé słupy przy równych okolicznościach, wyżéy nie równie się wznoszą iak cieńszé, a to dla mnieyszégo oporu powietrza w tamtych iak w tych, byleby tylko przy E prędkość była wielka. Toż samo bowiém tu się dzieie, co się dzieie z kulami nie równéy wielkości spadaiącémi w powietrzu (Wstęp X. 23.) przez to iednak rzeczywisty odchód wody nie odmiénia się; bo gdy powietrzé opóźnia bieg wody między punktami E i F, prędkość onéyże w samym otworze, od któréy odchód iéy zależy, żadnéy od parcia powietrza nie ponosi odmia-

odmiany. Żeby zaś wóda EF wygórowała do naywiększéy do iakiéy tylko wynieść się może wysokości, potrzeba ażeby otwór przy E był z blaszki bardzo ciénkiey poziomey, pionowo wywierconéy; rura zaś DE dosyć obszérna: gdyż ieżeli obszérność rury mało co iest większa od obszérności otworu E, albo mu się równa, woda prędzéy płynie przez rurę, a tém samém znacznie się opóźnia tarciém. Gdy zaś taż rura chociaż obszérna, ma iednak otwór przy E szczupły, na ten czas uważać ią można iako naczynié stale wodą napełnioné, przez które zwolna woda odchodząc, mało co doznaie tarcia i opoźnienia biegu. Używszy zaś otworu zbyt małego, słup wody bić będzie z gwałtownością, a zatém doznawać musi oporu powietrza i opoźniać bieg swóy. Z tych uwag ten wypada wniosek, że chcąc ażeby woda w Fontannach lub innych podobnych silniach iak naywyżéy wytryskała, potrzeba przygotować sobie wielé blaszek ciénkich z przewierconémi otworami iuż większémi iuż mnieyszémi, i te następnie przykładać do końca rury E uważaiąc, przez którą z nich naywyżéy biie woda.

§. XIII.

Wziąwszy naczynié iakie z przyprawioną do niego rurą walcową prostą i poziomie ustawioną, z obu stron otwartą, z blachy żelaznéy wyrobioną, któréyby srzed-

Bieg wody znacznie

Się osłabiá w rurach przez tarcié.

srzednica wewnętrzná była 16. liniy, i toż naczynié stale napełniwszy wodą do wysokości iednéy stopy po nad oś rury, w przeciągu iednéy minuty odchodzi z niego wody 6330 calów sześciennych, gdy rurka iest bardzo krótká, n. p. na ieden albo na dwa cale: przez tęż samą rurkę w tymże czasie odchodzi tylko 2778. calów sześciénnych wody, gdy iey długość iest na 30 stóp; odchodzi 1957. calów sześciénnych, gdy długość iéy iest 60. stóp; odchodzi 1587. calów sześciénnych, gdy długość iéy 90 stóp i 1051 calów sześciénnych, gdy 120. stóp; 1178 calów sześciénnych gdy 150. stóp; 1052. calów sześciénnych, gdy długość rurki 180. stóp (*Bossut*); co przekonywá, że tarcié bardzo osłabiá bieg wody w rurkach, i owszém tak go zmnieyszyć może, że tylko woda kapać a nie wytryskać będzie: co właśnie przydarzá się w rurce wzmiankowanéy, gdy iéy długość = 180 stóp, a wysokość wody w naczyniu ponad spodkiém rurki iest tylko koło 16. liniy. Długość więc sama w rurach poziomych przy równych okolicznościach tém bardziéy zmnieyszá bieg wody, im iest większá.

§. XIV.

Bieg wody w rurach prostych

Do naczyniá iakiégo AB równie zawsze wodą napełnionégo przyprawiwszy z boku rurkę walcową lub graniastą prostą i znacznéy długości, mogącą się rozmai-

cie

cie nachylać, postrzeżémy, że dawszy téy rurce położenié poziomé, albo mało co pochyłe, mniéy wody odchodzi przez otwór E, w jednymże czasie, aniżeliby odeszło przez rurkę krótszą równie obszérną przy C przyprawioną. Im zaś bardziéy się nachyla rurka rzeczona, tém więcéy w równym czasie odchodzi wody otworém E, tak dalece, iż pod pewnym kątém pochyłości CDB, który nazywam r, tylé przez nią odchodzi wody, iléby odéyść mogło przez rurkę krótszą, a zatém gdy tén kąt będzie większy, tedy więcéy w tymże czasie odchodzić musi wody iak przez rurkę krótszą. Poprowadziwszy więc liniią poziomą BD, kąt CDB będzie kątém pochyłości rurki CE do poziomu, to iest CDB = r; ieżeli zaś cię-żar wody w CE nazwiémy P, woda w niéy własnym ciężarém naglona, przyśpiészać będzie bieg swóy siłą V = P. wst. r. (Xię. II. Roz. I. §. 2. 3.). A że podług przypuszczénia pod kątém pochyłości r tylé wody odchodzi przez rurkę CE, iléby iéy odeszło w równym czasie przez rurkę krótszą; w tém więc razie bieg wody ani się przyśpiésza ani opóźnia długością rurki, a zatém tarcié rurki pod kątém r pochylonéy = V = P. wst. r. Doświadczénié zaś okazało, że gdy wysokość CF wody w naczyniu po nad osią rurki CE wyżéy opisanéy czyni calów 10. na tén

maiących położénié pochyłé. Fig. 96.

czas

czas CB teyże rurki uczyni prawie $= \frac{7}{8}$ CD i w tym razie tylé wody przez otwór E rurki iakokolwiek długiéy odeydzie, ilé iéy odchodzi w równym czasie przez rurkę przy H długą na iedén, lub na dwa tylko cale, to iest że w tych obydwu razach prędkości będą iednakié, czyli odpowiadaiącé wysokości $\frac{7}{10}$ GH (§. 10.). Gdy więc albo rurka iest grubszá, albo wysokość wody w naczyniu mnieyszá, podniesiénié mnieyszé CB wystarczy do zniszczénia tarcia wody w rurce: gdyż to zmnieyszá się za zmnieyszeniém się prędkości i wysokości wody w naczyniu (§. 7.). Prawda, że powiększá się tarcié z powiększaiącą się obszérnością wewnętrzną rurki, ale to tylko w stósunku powiérzchni témuż tarciu podlégaiącéy, a przeto w mnieyszym stósunku, iak miąższości wody w rurce powiększonéy, czyli siły P. wst. r. Chcąc więc, aby woda rurą prowadzoná ze zrzodła w takiéy obfitości odchodziła, iléby iéy toż zrzódło w tymże czasie wydać mogło przez rurę naykrótszą, potrzeba tak nachylać rurę, ażeby tarcié zrównało się sile P. wst. r.

§. XV.

Bieg wody w rurach krzywych. Jako ciało twardé spádaiąc po płaszczyznach pod różnémi kątami do siebie nachylonych, ponosi stratę w swym biegu, tak podobnie woda płynąc przez rury załamané, bieg swóy opoźniać musi. Im

więc

więc kąty załamań są mnieyszé, tém też strata biegu mnieyszá będzie (Xięg. II. Roz. IV. §. 1. 2. 3.) zwłaszcza, gdy rurki iednakowo wszędzie są wydęté. Nauczá samé doświadczénié, iż przy równych nawet okolicznościach, rurki prosté mniéy osłabiaią bieg wody, iak krzywé lub załamané, krzywé zaś lub załamané mniéy w położéniu poziomém iak pionowém. A zatém rurki walcowé prosté náywygodnieyszé są do sprowadzéniá wody, a z pomiędzy zakrzywionych lub załamanych té lepszé, których załamaniá lub krzywizny są nie znaczné. Ale w rurkach takowych i opór powietrza wielé się przyczyniá do opóźniéniá biegu wody, które zakradá się w górné części załamków lub krzywizn rur, a które bądź z saméy wody dobywá się, bądź woda wchodząc w rurę, oneż tam zastawszy, popychá w mieyscé wyższé. Oporowi więc powietrza przypisać należy, że woda wszedłszy w rurę długą za ledwo po kilku dniach odchodzić poczyná, i to w mnieyszéy obfitości iakby należało, a częstokroć zupełnie nie odchodzi. Tym nieprzyzwoitościom zaradzaiąc, zwykły się przewiercać rury w swych górnych załomkach, i w nie się wprawiać inné rurki pionowé, którémiby powietrzé odchodzić mogło, i té potém zatykaią się.

lub załamanych.

§. XVI.

§. XVI.

Wody płynącéy parcie na każdy punkt rurki

Wiémy iuż, że prędkość wody płynącéy przez rurę poziomą walcową lub graniastą z naczynia zawsze iednostaynie pełnégo, tém bardziéy się zmnieysza im dłuższa iest rurka. I dla tego przez rurkę n. p. żelazną srzednicy 16‴ długości 60′ z naczynia napełnionégo wodą do wysokości iednéy stopy odchodzi 1957. calów sześciennych wody w przeciągu iednéy minuty: przez tęż samą rurę, gdy iest bardzo krótka odchodzi 6330. calów sześciennych (13.) w tymże samym czasie. Skutek więc tarcia w rurze na 60 stóp długiéy, właśnie takiż sam iest, iakiby był, gdyby wysokość wody w naczyniu zniżona była w stósunku $(6330)^2 : (1957)^2$ tak zniżywszy rzeczoną wysokość, wszystko tarcie zginéłoby, oraz na minutę odeszłoby 1957. calów sześciennych wody, gdyż wysokości wody w naczyniu są w stósunku kwadratów prędkości strumiénia wytryskuiącégo (70.). Wysokość więc tak zmnieyszona będzie $=\left(\frac{1957}{6330}\right)^2$ stóp, reszta zaś wysokości $= 1-\left(\frac{1957}{6330}\right)^2$ stóp, i razém pełnym korytém odchodzić będzie przez końcowy otwór rury. Ale zatkawszy końcowy otwór rury, woda bic poczyna

czyna przez otwór iéy poboczny do wysokości prawie iednéy stopy. A że prędkości maią się iak pierwiastki kwadratowé wysokości tymże prędkościóm odpowiadaiących, przeto też prędkości w obydwu pomiénionych przypadkach, będą się miały iak $1 : \sqrt{\left(\frac{1957}{6330}\right)^2}$. Jeżeli więc zupełnie zatkáwszy otwor końcowy rury, przez otworek mały poboczny w czasie 1' odchodzi 196 calów sześciennych wody, odetkáwszy go odéyśdź musi przez ténże otwór poboczny $196 \sqrt{\left[1 - \left(\frac{1957}{6330}\right)^2\right]}$ czyli $196 \sqrt{0{,}90452}$; to iest: 186, 2 calow sześciennych wody. W jstocie zaś saméy po zatkaniu rury odeszło 196 a po odetkaniu 186 calów sześciennych w przeciągu iednéy minuty, przez tenże sąm otworek poboczny (*Bossut*). Co stwierdzá, że woda płynąc przez rurę przydłuższą wywiérá parcié swoié na iéy boki takié, iakié się przez rachunek okazało, i że tož parcié małe iest w rurach krótkich, wielkié w długich, a zawsze mnieyszé niż parcié wody stoiącéy.

§. XVII.

Niech będzie koło ADBMA, srzodek iego C, którégoby każdy punkt obwodu był party od płynu siłą v. Poprowadziwszy iakąkolwiek srzednicę AB podzielmy

Jaką siłę woda wywiérá na

my

rozerwanié rury, którą wypełniá.

Fig. 99.

my całe koło na punkta fizyczné, równé Dd, Mm, i t. d. Niech będą liniie DM; dm prostopadłe do srzednicy AB, przecinaiącé ią w punktach E, i e; liniie zaś CD, CM promiénie tegoż koła. Siła więc v = DG = ML będzie się mogła rozebrać na dwie inné siły, iako to na siłę DH, lub FG = MN lub OL, i na siłę DF, lub HG, = MO lub NL, z których iedna iest równoległa, a drugá prostopadła, do srzednicy AB. Zbiór zaś wszystkich sił DH lub MN w półkole APB lub AQB będzie równy zero, gdyż siły równé i wprost sobie przeciwległe, zupełnie się niszczą. Siła więc, którą płyn usiłuie oderwać iedno półkolé APB od drugiégo AQB, rowná się zbiorowi wszystkich mnogości (*productum*) FD. Dd lub MO. Mm. Poprowadziwszy styczną do punktu D, przecinaiącą srzednicę przedłużoną aż do T, będzie DT: TE = DC: DE. A że Dd iest łuczkiém nader małym, przeto brać się może za część styczné y; będzie zatém DT: TE = Dd: Ee, toż DC: DE = DG: DF. Zatém Dd: Ee = DG: DF, i DF. Dd = DG. Ee; więc mnogość wypádaiacá ze zbioru wszystkich cząstek Ee, to iest: z całéy srzednicy AB i siły parciá stałego v = DG równá się sile całkowitéy, którą płyn usiłuie rozerwać koło APBQ. Daymy, że to koło znayduie się w przecięciu iakiégy kuli prostopadłém, do iéy koła nay-

więkr

większégo, maiącégo za srzednicę liniią AB. niech taż kula będzie wypełnioná powietrzém lub innym iakim płynem sprężystym, któregoby siła sprężystości wyrównywała ciężarowi słupa żywego srébra na 10. calów wysokiégo. W takowym razie wystawiwszy sobie, że cała kula podzielona iest na płaszczyzny fizyczné równoległe, siła całkowitá którą płyn usiłuie oderwać iedną półkulę od drugiéy, będzie się równać ciężarowi walca prostégo żywégo srebra, maiącégo za podstawę koło náywiększé AB, za wysokość zaś 10. calów. I tym to sposobém wyrachować można siłę, którą kule powietrzné czyli balony opiérać się powinny sile płynu one wypełniaiącégo, aby się nie rozerwały. Podobnież się dzieie, gdy koło APBQA znayduie się w przecięciu prostopadłém do osi iakiéy rury walcowéy maiący srzednicę 16''' wodą napełnionéy. Jeżeli bowiém tak pre woda tę rurę, iak gdyby była wyniesioná do wysokości iednéy stopy, siła całkowitá, którą woda usiłuie rozerwać rurę, równać się będzie ciężarowi graniastosłupa wodnégo, któryby miał za podstawę długość rury rozmnożoną przez srzednicę 16''', za wysokość zaś iedną stopę, rury więc, w których woda stoi lub płynie bydź powinny tak grubé, aby się nie rozerwały. Jednakże nie masz dotąd odkrytégo pewnego

prawidła na oznaczénié w każdym przypadku grubości rur stosowney do parcia wody.

ROZDZIAŁ III.

o biegu rzek.

§. I.

Różnica między biegiém wody w rurach, a biegiém wody w korytach otwartych.

Fig. 100.

Zastanawialiśmy się dotąd nad biegiém wody w rurkach, zastanówmy się teraz nad iéy biegiém w kanałach z wiérzchu otwartych czyli w korytach. Z naczynia iakiégo iednostaynie zawsze wodą napełnionégo, puściwszy wodę kanałém prostym i poziomym, z wiérzchu otwartym AB, ta wéń wchodzi pewną prędkością, a płynąc w nim wznosi się coraz tak, że przecięcié pionowé BC wyższé i większé będzie od przecięcia AD, ilość zaś wody (iak uczy doświadczénié) w równych czasu przeciągach odchodząca iednaka iest, bądź kanał tén iest dłuższy bądź krótszy, byleby innych iakich do tego zawad nie było. Co okazuie różnicę między biegiém wody w rurach a w kanałach, to iest, że w kanałach lubo tarcié zmnieysza prędkość wody, iednakże ilości iéy w pewnym czasie odchodzącéy, nie zmnieysza. Woda w kanale wzniesiona do C własnym ciężarém nieustannie ucho-

dzi

dzi do D, i to to iest, dla czego częstokroć w wodzie, któréy bieg znayduie iakakolwiek zawadę, rodzą się rozmaité biegi wsteczné. Bieg zaś ów zwiérzchniéy części wody ku D, naywidoczznieyszy iest na samym początku płyniénia iéy z naczynia, a potém coraz nieznacznieyszym się staie.

§. II.

Bieg wody korytami pochyłémi samowolnie odchodzącéy.

Jeżeli koryto prosté AB pod różnémi kątami nachyla się, różné téż okazuią się odmiany w biegu wody w niém płynącéy; a naprzód dopoki pochyłość ta iest nieznaczna, acz bieg wody coraz się opoźnia, iednakże zawsze mniéy, iak w położéniu poziomém tegoż koryta opoźniałby się, powiększaiąc nieznacznie tę pochyłość, przyydzie się do kąta pewnégo r, pod którym ani się opoźnia, ani przyśpiésza woda płynąca, a za który kąt gdy przeydzie pochyłość, bieg wody przyśpieszony będzie; skutki té pochodzą stąd, że woda pewną iakąś prędkością wpadaiąc w koryto, zaraz na samym wstępie doznaie tarcia proporcyonalnégo téyże prędkości. Tarcié więc to albo większé iest od siły, którą woda właśnym ciężarém naglona w korycie pochyłém bieg swóy przyśpiésza, albo mnieyszé albo iéy równé. W piérwszym przypadku bieg wody opoźnia się, w drugim przyśpiesza się, a w trzecim ani się przyśpiésza, ani opoźnia.

nią. Doświadczono, że w korycie prostokątném drewnianém na 5″ wszędzie szérokiém, którégo ieden koniec, przez który woda samowolnie wypływa, na dziesiątą część długości iego niżéy leży, iak koniec drugi, przez który woda wchodzi z naczynia stalé pełnégo wody na iedną stopę wysokości, przez otwór tegoż naczynia wysoki na dwa cale; doświadczono mówię, że w takowym razie ani się przyśpiészą ani opoźnią, lecz zaraz od początku bieg wody iest iednostayny (*Bossut*). Maiąc więc wprowadzać wody korytami, którémi ona samowolnie płynie, iakiémi są koryta młyńskié, przekopy i t. d. należy ié tak nachylać, aby bieg wody mógł bydź ilé możności iednostaynym. Dawszy im bowiém mnieyszą niż potrzeba pochyłość, woda opoźnia bieg swóy, a zatém małą siłą działa na koła młyńskié i łatwo zamarza; nadto zaś nachyliwszy z powiększoną prędkością biegu, powiększą się tarcié tak dalece, że w przydłuższych korytach takowé powiększénié prędkości iest bezużyteczné. Gdy zaś koryta, którémi się sprowadzą woda iedne z drugiemi się stykaią w położéniu coraz niższém, na ten czas opoźniać się musi iéy bieg, nie tylko z przyczyny tarcia, ale téż i z przyczyny uderzania się, którégo doznaie woda spadaiąc z jednego do drugiégo. Zaczém kanały i przekopy pro-

sté mniéy opoźniaią bieg wody iak krzywé lub załamywané.

§. III.

Tarcié wody przy równych okolicznościach náy mnieysze iest, kiedy iéy wysokość równá iest połowie szérokości koryta.

Fig. 161.

Niech CABD wyraża przecięcié koryta prostokątnégo, w którém wysokość wody DB = AC równá się połowie szerokości AB, niech oraz EFHG wyraża przecięcié podobnégo innégo iakiégo koryta, także prostokątnégo, równie iak tamto długiégo, niech nakoniec tyleż iedném korytem płynie co i drugiém, wody równą prędkością odchodzą, a zatém przecięcia rzeczoné, równé między sobą co do powiérzchni. Tarcié więc, którégo w tym przypádku woda doznawać będzie od koryt, będzié proporcyonalné do powiérzchni partych ścian tychże koryt to iest: będzie w stósunku zbioru ścian prostokątów CB, EF czyli w stósunku ilości CA + AB + BD = 2 CA + AB do ilości 2 GE + EF. Aże przeciągnąwszy liniié AC, BD aż do L i M, tak żeby była CL = CA = DM = DB, uformuie się kwadrat LMBA, którégo obwód LA + AB + BM + ML, czyli 4 CA + 2 AB będzie mnieyszy (*) od obwodu iakiégokolwiek prostokąta ró-

(*) Jeżeli z dwoch części AD, DB, linii danéy AB wykryśli się prostokąt, i ieżeli punkt C iest srzodkiém téyże linii, powiérzchnią takowégo prosto-

równégo mu co do powierzchni. Zaczém i połowa iego obwodu 2 CA + AB mnieyszá bydź musi względém połowy powiérzchni CABD = GEFH. Skąd się wnosi ogólnie, że przy równych okoliczności, tarcié wody w tych kanałach, których szérokość iest dwa razy większa od wysokości, wody po nich płynącéy iest náymnieyszé. I takié to bydź powinny koryta młyńskié, ieżeli chcémy, ażeby tarcié náymniéy opoźniało bieg wody.

§. IV.

Wyższá część wody samowolnie kanałami płynącéy, powolniéy płynie, iak niższá.

W korycie DE, gdzie woda samowolnie odchodzi otworém CE każda cząstka niższá A wytrzymuie parcié od wody po nad nią będącéy, a zatém iest naglona ku AB, a to tém bardziéy, im wysokość AF iest większá. Ze zaś na ténże sam punkt A żadna więcéy siła w kierunku w prost przeciwległym nie działa, parcié więc takowé przyczynia się do powiększénia pręd-

Fig. 103.

Fig. 102.

prostokąta będzie = AD. DB = (AC + CD) (AC — CD) = $AC^2 - CD^2$ a przeto náywiększá wtedy, kiedy CD = o. Kwadrat więc ma náywiększą powierzchnią z pomiędzy wszystkich prostokątów, których obwody równaią się obwodowi kwadratu. Przeto żeby prostokąt miał powiérzchnią równą powiérzchni kwadratu, potrzebaby boki prostokąta przedłużyć: a tak z pomiędzy wszystkich prostokątów iednakiéy powiérzchni, kwadrat má náymnieyszy obwód.

prędkości biegu tegoż punkta A. Wnieść więc należy, że cząstki wody końcém kanału koryta odchodzącéy, tém prędzéy odchodzą, im bliższé są dna koryta. A że co się tu powiedziało o przecięciu otworu, toż samo służy każdému innému przecięciu danégo koryta, przeto ogólnie powiedzieć można, że w kanałach samowolnie wyléwaiących wodę, prędkość wody nie iest iednaka, ale cząstki iéy wyższé powolniéy, niższé prędzéy płyną. Nierówność ta biegów tém iest mnieyszá, im mnieyszá iest wysokość wody w kanale, i z jm większą prędkością wpádá do tegoż kanału. Nierówność ta náywidoczznieysza i náyznacznieysza się okazuie, gdy kanał poziomy z obydwoch końców zamknięty, do pewnéy wysokości wodą się napełniá, a potém przez iedén koniec otworzony taż woda wypuszczá się.

§ V.

W rzékach woda niższa, nie płynie prędzéy od wyższéy.

Jeżeli koryto DE wyléwá wodę do innego koryta uyściém CE i toż uyście iest napełnioné wodą aż do CI iakiémi korytami wpływaią rzéki iedné do drugich, lub do morza albo do ieziora i t. d, w takim razie każda wodná cząstka niższá A nie tylko ponosi parcié od wody koryta EŁ w kierunku AB. ale téż i od wody EI w kierunku tamtému przeciwległym. Obydwa te parciá przeciwné sobie a równé gubią się, cząstka więc A żadnéy odmiany

Fig. 102.

stąd

stąd w biegu swoim doświadczyć nié może; to iest w kanałach takowego gatunku woda niższa nié może prędzéy płynąć od wyższéy, czego właśnie doświadczyć można na rzékach, które chociaż są kanałami pochyłémi, iednakowoż pochyłość ta mało co, albo wcale nic nie przyczynia się do przyśpieszénia biegu: gdyż w nich woda nie płynie samowolnie, uyścia ich zatkané są, iż tak powiém, wodą morza, ieziora lub innéy rzeki iakiéy. Dla tego to w rzece zupełnie poziomćy łączącéy dwa ieziora lub morza iednakowégo poziomu woda płynąć nié może. Co gdy tak iest, mylą się ci, którzy wszystko cokolwiek służy wodzie prowadzonéy korytami samowolnie płynącéy, chcą przystósować do rzek. A coż ieszcze? kiedy w rzekach prawie wszystkich wysokość wody zwykła bywać mnieyszá od połowy ich szérokości, i pochyłość nawet nie wszędzie iednaka, pospolicie większa przy żrzódłach a mnieysza ku uyściu (Wstę. V. §. 38.). Wszakże przekonywa doświadczénié, że lubo pospolicie prawie w rzekach mieyscami bystrzéy, a mieyscami powolniéy płynie woda; iednakże znayduią się w nich takowé mieysca, gdzie bieg wody iest iednostayny. W tych więc mieyscach siła tarcia musi wyrównywać sile czyli raczéy części ciężaru wody przyśpiészaiącéy bieg z przyczyny pochyłości; a za-

a zatém każda z tych sił bydź musi = P. wst. r. gdzie P wyráżá ciężar iakiéykolwiek warsty wodnéy prostopadłey do osi kanału lub rzeki iednakowo pochyłéy i szérokiéy w rzeczonych mieyscach, to iest pochyłéy pod kątém r.

§. VI.

Niech będą dwie rzéki A i D równéy szérokości i głębokości ale nieró wnéy bystrości, niech n. p. A płynie bystrzéy iak B, przypuśćmy ieszcze, że w każdéy z tych rzek znayduie się iedno takié mieyscé w téy długości L, przez które płyną biegiém iednostaynym ale każda sobie właściwym. Nie widząc zaś czyli w tych mieyscach kąty pochyłości są równé lub nié, nazwiéymy ie r, t, ciężar wody P, w obydwoch rzekach w rozległości L iest ténże sam, siły więc P. wst. r, P. wst. t, przyśpiészaiącé biegi rzek będą w stósunku Wst. r: Wst. t: że zaś obiedwie rzeki płyną iednostaynie w rzeczoném mieyscu, musi więc bydź tarcié iednéy = P. wst. r, drugiey = P. Wst. t, a stąd tarciá te są w tym samym stósunku, co i siły one znosząćé. Powiérzchnie tarciu podlégaiącé w obydwoch razach są iednakié, prędkości zaś różné, będzie więc tarcié rzeki płynącéy bystrzeyszéy większé iak powolnieyszéy, a tém samém r > t. Gdyby więc obiedwie rzeki A i B równie bystro płynęły, na tén czas musi bydź r. = t. Przeto wnieść można od-

Ilé bystrość rzek pochodzi od ich pochyłości.

odwrotnie, że bystrość czyli prędkość rzeki iednostaynie płynącéy, a bardziéy niż druga równéy szérokości i głębokości pochyłéy większa bydź powinna. Owszém w ogólności prawie powiedzieć można, że przy równych okolicznościach, tarcie wody w rzékach iest w stósunku kwadratu iéy bystrości, czyli prędkości. Doświadczono bowiém, iż z dwoch rzek w przeciągu mili iednakowo szérokich i głębokich iedna, któréy tamże spadek był na cztéry cale, miała prędkość odpowiadaiącą wysokości $1\frac{1}{6}$ stóp w jednéy sekundzie przebywaiącéy się, druga zaś w téyże rozciągłości maiąca spadku 32," miała prędkość odpowiadaiącą wysokości $3\frac{1}{4}$ stóp (Brahms §. 208.). Jest zaś $\sqrt{4} : \sqrt{32} = 2 : 5,657 = 1\frac{1}{6} : 3,3$. to iest prawie $= 1\frac{1}{6} : 3\frac{1}{4}$. A że w tym razie tarcia są w stósunku Wst. r: Wst. t, to iest $= 4 : 32$; te zaś liczby są w stósunku kwadratowym prędkości, przeto i tarcia w tymże samym stósunku bydź muszą. Gdyby zaś rzéka iaka C była głębsza, a mniéy széroka iak rzeka inna D iéy równa i iednako pochyła, płynąć będzie C bystrzéy aniżeli D, gdyż siły przyśpiészaiącé bieg rzek tych, a zatém i ich tarcia są równé, gdyby zaś obydwie równie bystro płynęły, na tén czasby i powiérzchnia przytarta, i samo tarcié większé bydźby musiało w D iak w C, a zatém rzeka D powolniéy płynąć powinna. Skąd

się wnosi, że rzek, których nierówna iest szerokość i głębokość, nié można oznaczyć kąta pochyłości z wiadoméy prędkości biegu ich niejednostaynégo, ale w takim przypadku przez równowagę (*libella*) pochyłości tych rzek dochodzić można.

§. VII.

Pochyłość rzek pospolicie nader mała bywa, a nawet daleko mnieysza od kąta, pod którym woda w korycie ciasném drewnianém iednostaynie płynie. Co zapewne pochodzi stąd, że powiérzchnia wody, która się ociéra o koryto względém wielości swoiéy, większa iest w rzekach iak w korytach ciasnych. Dla tego to we dwóch kanałach podobnych i równo pochyłych, woda mniéy doznaie tarcia, w szerszym iak w ciasnym. Niech będzie kanał ABDC, który rozprzestrzéńmy tak, ażeby szérokość AE wyrównywała 2 AB, podobnież wysokość wody AG była = 2. AC, długość zaś, i pochyłość niech będzie ta sama co przedtém. Wielość więc wody w kanale większym mieć się będzie do wielości wody w kanale mnieyszym = AE.AG: AB. AC = 4: 1. Powiérzchnie ociéraiącé się w obydwoch razach są w stósunku 2 GA + AE czyli 4. AC + 2. AB do AC + AB, a przeto w stósunku mnieyszym iak 4. 1. Siły więc przyśpiészaiącé bieg wody danych kanałów będą 4. P. Wst. r. i P. Wst. r, a zatém iak 4. 1. Gdyby zaś

Dla czego pochyłość rzek częstokroć bywa mała.

Fig. 104.

z obu-

z obu stron prędkości były równé, tedy tarcia byłyby w mnieyszym stósunku, a zatém prędkość wody w korycie obszernieyszém, powinna bydź większa, a niżeli w ciaśnieyszém, ażeby tarcia ich były w stósunku 4: 1. (5.). Z czego wyrozumieć można, dla czego rzeki im większé są, tém mnieyszéy potrzebuią pochyłości, ażeby płynęły iednostaynie (Wstę. V. 7.).

§. VIII.

O rzékach dzielących się na wielé koryt czyli odnóg.

Wystawmy sobie rzékę iaką AB dzielącą się na ilékolwiek koryt, równéy prawie szérokości n. p. na dwa BC, i BD któremi ona do morza DC wpada tak, że odnoga BD iest dłuższa od BC. Punkta G i D są punktami powiérzchni morza, więc ich położénié względém punktu B powiérzchni wody rzecznéy iest iednakié: a zatém

Fig. 105.

punkt pochyłości odnogi krótszéy BC, bydź musi większy, a niżeli kąt pochyłości odnogi dłuższéy BD: a tak bystrość czyli prędkość odnogi krótszéy, większa będzie od prędkości odnogi dłuższéy. Stąd odnoga dłuższa powolniéy płynąc, łatwiéy też piaskiém lub inną iaką ziémią zasypać i zamulić się może (Wstę. V. 28.) co bardziéy ieszcze bystrość téyże odnogi osłabia. Ze zaś rzeka rozdzieliwszy się na odnogi powiększa powiérzchnią tarciu podlégaiącą bez powiększénia ilości wody, nie dziw więc, że za powiększoném tarciém, zmnieysza się ich bieg, i odnogi coraz bardziéy

dziéy

dziéy zamulaiąc dna swoie, coráz téż szerszémi się staią; gdyż przez nie tylé odchodzić musi wody, ilé odchodzi przez rzekę. I to to iest, dlá czego szérokości odnóg razém wzięté przewyższaią szérokość saméy rzeki, a częstokroć iedna odnoga wyrównywá prawie rzéce co do szérokości. Tu też można naznaczyć przyczynę, dlá czego rzeki w mieyscach głębszych, gdzie pod równą dna pochyłością tarcié iest nie równie mnieyszé, woda płynie nie równie bystrzéy iak w mieyscach miałkich: i dlá téy to przyczyny rzeki podbiéraią i rozprzestrzeniaią koryta swoie. Wszakże prócz przyczyny tego skutku z powyższych początków wypádaiącéy, przydać potrzeba działanié wiatrów, któré w tęż stronę co i woda zmiérzaiąc, powiększaią iéy prędkość i uderzaią ią o brzegi i występy, a té z czasém znoszoné bywaią. Naznaczyć mówię można przyczynę, dlá czego rzeka zwężona brzegami górzystémi, mostami lub innémi podobnémi zawadami bystrzéy płynie w mieyscach zwężeniá, iak gdzieindziéy: dlá czego wezbranié wód powiększá prędkość rzek, kiedy kilka rzek łączy się w jednę, którá od każdéy z tamtych iest szérszą, głębszą i bystrzeyszą, zawsze iednakowoż szérokość iéy nie wyrównywaiacá zbiorowi szérokości tamtych. Nakoniec dlá czego koryta rzek ku morzu bardziéy są szérszé,

iak

iak głębszé, i że nie w tym stósunku pomnażá się wysokość ich czyli głębokość, w którym pomnażaćby się powinna, względnie do powiększonéy bystrości.

§. IX.

Upusty kanałów (claustra Canalium)

Dlá wielkiégo kosztu trudno iest tak głębokié kopać kanały, iak głębokié bywaią czasém rzéki względém brzegów swoich, pochyłość więc takowych kanałów, bardziéy zależy od położénia gruntu, przez który przechodzą. Stąd często się trafiá, że w nich albo zbytnia bystrość wody, albo-li też niedostateczna iéy ilość przeszkádzá żegludze statków. Zapobiéga się takowéy nieprzyzwoitości sluzami czyli upu tami (*claustra Canalium*) sluza A, má dwa zamknięciá czyli wrota BC DC, i EF GF; woda wyżéy iest podniesioná przed zamknięciém w H, iak w samey skrzyni A, w skrzyni zaś A, wyżéy iak za upustém w I. Skoro więc statek przybiiá do H, wrota BC DC otwiéraią się, woda dążąc do ró-wnéy wagi przechodzi z H do A i wráz z sobą statek unosi; po czém zamykaią się wrota rzeczoné, a na to mieyscé otwiéraią się drugié EF GF, przez któré statek wráz z wodą powoli zniżaiąc się wychodzi ze skrzyni do I. Podobnież się téż postępuie gdy statek z I do H ma przechodzić. Używaią się pospolicie sluzy takowé i w rzékach maiących progi: kopią się bowiém poboczne kanały omiiaiącé te progi, a łączącé

Fig. 111.

czącé się końcami swémi z rzeką, i na nich upusty robią się.

§. X.

Prócz sposobu wyżéy podanégo (Wstę. V. 9) na oznaczénié bystrości rzeki, użyć można dwoch kulek woskowych, nitką połączonych, z którychby iedna była nasadzona kamyczkami lub kawałkami ołowiu, a to dla uczynienia iéy gatunkowo cięższą od wody. Zanurzywszy takowé kulki w rzece, postrzeżémy, że albo obiedwie równo uchodzą, albo też iedna drugą wyściga, a tak będziém mogli nie tylko oznaczyć prędkość wody powiérzchniéy, ale też i spodniéy. Tym sposobém przekonano się, że w rzekach powolniéy płynie woda przy dnie, iak z wiérzchu: przeciwnie zaś dzieie się w mieyscach, gdzie mosty albo inné iakié zawady ią ściskaią. Tam bowiém woda wzniesiona własnym ciężarém pre na spodnią część swoią, która przez to bystrzéy uchodzić musi, a niżeli iéy część zwiérzchnia.

Piérwszy sposób oznaczénia bystrości rzeki iakiéy.

§. XI.

Oznaczyć też można bystrość czyli prędkość rzeki za pomocą rurki szklannéy, od imiénia wynalazcy zwanéy rurką *Pilota*. Rurka ta otwarta z obydwoch końców, tak iest zakrzywiona przy B, iż iéy ramię AB wynosi około sześć stóp, i równoległe iest do otworu OC, ramiénia BC długiégo na iedną prawie stopę. Rurka ta wraz z dru-

Drugi sposób oznaczénia prędkości rzeki.

Fig. XIX.

z drugą rurką szklanną szerszą, prostą z obu końców otwartą DE, równéy z nią długości, przytwiérdzá się do Táblicy tak, aby były do siebie równoległe. Obok nich znayduie się podziałka miedziana, do oznaczénia w nich wysokości wody. W tén sposób narządzoné rurki zanurzaią się w rzece pionowo tak, aby otwór OC, był wprost przeciwległy nurtowi wody: woda natychmiást napełnia obydwie rurki do pewnéy wysokości to iest, prostą DE do linii poziomey n. p. NF niżéy powiérzchniéy rzeki LM, zakrzywioną zaś AB do G, to iest wyżéy nad powiérzchnią rzeki. Jest więc FG wysokością odpowiadaiącą bystrości wody wpádaiącéy do otworu OC, a to iakożkolwiek ten otwór bardziéy lub mniéy głęboko iest zanurzony. To zaś pochodzi stąd, że gdyby woda, w ktoréy się zanurzá rzeczoné narzędzié była stoiącá, na ten czas obydwie rurki do iednakiéy wysokości, to iest do powiérzchniéy rzeki wodą wypełnioné byłyby; w tym razie albowiém iednaka siła, czyli samo tylko parcié rzeki na nie działałoby (Wstę. VII. 10). Ale ponieważ rzeka płynąc ciężarém swoim zmnieyszá parcié swoié, przeto podniesiénié się iéy pochodzącé od samégo parciá w rurce DE, nigdy nié może wygórować do powiérzchni LM, gdy przeciwnie w rurce zakrzywionéy uderzanié wody na otwór OC, wznosi ią po nad tęż

po-

powiérzchnią LM. A że kierunek rzék brać się może za poziomy wszędzie, (Wstę. V. 8.). Żyła więc wodna OPNC, biiąca na płaszczyznę pionową OC, prędkością n. p. C, brać się także może za poziomą, iéy zaś bicié (Jllisus) za prostopadłe (Roz. IV. §. 5.). Okaże się niżéy, że siła takowégo bicia, wyrównywa ciężarowi słupa wodnégo, maiącégo za podstawę OC, za wysokość zaś ilość iaką wiadomą A, odpowiadaiącą bystrości C (Roz. IV. §. 13.). Zatém gdy ramié AB, iest pionowé, musi bydź parcié słupa FG na OC, w równowadze z siłą bicia wody na też płaszczyznę OC, stąd FG = a; co maiąc, można będzie oznaczyć prędkość rzeki w jakiéy chcąc głębokości, byleby wysokości BF, BG. dokładnie były dostrzégané, co niekiedy z przyczyny kołysania się wody nie iest nayłatwiéy.

§. XII.

Możná użyć ćwiartki koła do oznaczenia prędkości rzék, do któréy przyprawioné są dwie kulki A i B, gatunkowo cięższe od wody, i w jéy srzodku C na lekkich nitkach CA, CB, uwiązané tak, iż piérwszá krócéy, drugá dłużéy wisi. Cwiartkę tę po nad powiérzchnią rzeki w jéy kierunku tak należy ustawić, ażeby kulka A wisiała pionowo, a zatém ramie ćwiartki CP, było poziomé, drugá zaś kulka B. zanurzá się w rzece do téy głębo- kości,

Trzeci sposób oznaczénia bystrości rzeki, to iest za pomocą kwadransu czyli

kości, w którey chcemy znaleźć prędkość rzeki, kulka ta unoszona od wody odchodzić będzie od kulki A, formuiac kąt pewny ACB, niech ciężar kulki w wodzie będzie = P. liniia BF, pionowa, BE w kieruuku nici, liniia zaś DB. iako też i FE, niech będzie równoległa do powierzchni rzeki MN. A tak siła BF wyrażaiacą ciężar P, będzie się mogła rozebrać na dwie inne siły iednostayne BD i BE, z których iedna ciągnie nić przywiązaną przy C, druga zaś BD. kulka opiéra się biciu wody. Jm mnieyszy kąt iest ACB, lub FBE, tém mnieysza iest siła FE, czyli BD, i przeciwnie im tén kąt większym się staie, tém siła BD bardziey wzrastą, tak dalece, że nakoniec ona wyrównywa sile bicia wody i kulka B, w spoczynku zostaie. Jest zaś BD: BF = Wst. DFB: Wst. BDF = Wst. ACB: Wst. MQC, gdzie pion CA przedłużony iest do powierzchni rzeki M, nić zaś CB przecina téż powierzchnią w punkcie Q. Jeżeli więc pod kątém ACQ kulka B zostaie w spoczynku, a zatém siła BD wyrównywa biciu wody na tęż kulkę, będzie siła bicia

ćwiartki koła.

Fig. 113.

$$\text{rzeki } V = \frac{P.\ \text{wst. } ACB.}{\text{Wst}:\ MQC}$$ gdzie kąt MQC z pochyłości powierzchni rzeki znany bydź może. Bo niech n. p. MO będzie liniią poziomą przez równo ważénié oznaczoną (wst. V. 7.) będzie MQC = MOC — OMQ, kąt zaś MOC dopełnieniém kąta ACB do

90°

90° Jeżeli więc pochyłość rzeki tak iest mała, że część iéy powiérzchni MQ bez znacznégo uchybiénia za poziomą brać się może, będzie $V = \frac{P.\ Wst.\ ACB}{Dost.\ ACB.} = P.$ Stycz ACB.

§. XIII.

Dalszy ciąg tegoż

Niech będzie ciężar stopy sześciennéy wody = m, ciężar zaś stopy sześciennéy materyi, z któréy kula B iest wyrobiona, niech będzie = m + n, srzednica rzeczonéy kuli = d, stósunek obwodu koła do srzednicy = p: 1; to maiąc, będzie bryłowatość kulki $B = \frac{d^3p.}{6}$ ciężar zaś iéy w próżni $= \frac{d^3p\ (m+n)}{6}$ w wodzie zaś $= \frac{d^3pn}{6} =$ P. (wst. VII. 21.). Walec wodny maiący za podstawę koło wielkié kuli i wysokość A, będzie $= \frac{1}{4}\ pd^2a$, ciężar jego $g = \frac{pd^2am}{4}$ Okáże się zaś w następuiącym Rozdziale (Roz. IV. 13.) że siła V bicia rzeki na kulkę iest $= \frac{2}{5}$ g, gdy a wysokość walca, iest wysokością odpowiadaiącą prędkości C wody biiącéy. Przeto $V = \frac{pd^2am}{10}$ lecz ieżeli g, iest wysokością wolnégo spadku ciała w przeciągu iednéy sekundy, będzie $c^2 = 4ag$, (Xię. I. Roz. III. 2.) a zatém

$\frac{c^2}{4g} = a$, $v = \frac{pd^2c^2m}{40g}$ Oznaczywszy więc ogólnie kąt ACB, przez r, będzie $\frac{pd^2c^2m}{40g} = \frac{d^3pn}{6}$ Sty r i $c^2 = \frac{20gdn. \text{ Sty. } r}{3m}$ przeto $c = \sqrt{\left[\frac{20gdn. \text{ Sty. } r.}{3m}\right]}$ A tak maiąc znany kąt r z dostrzegania, srzednicę kulki i stósunek iéy ciężkości do ciężkości wody $m + n : m$, oznaczyć można będzie prędkość, czyli bystrość rzeki. Niech n. p. kulka B żelazna ma srzednicę $\frac{1}{10}$ stopy kąt zaś $r = 8^\circ 32'$, a przeto Sty $r = 0, 15$; będzie $m : m + n = 1 : 7, 6$. (Wstę. VII. 28.) i $m : n = 1 : 6, 6$; przeto $n = 6, 6m$; $c = \sqrt{\left[\frac{20g, 0, 1, 6, 6. 0, 15.}{3}\right]}$ A że w kraiach tak iak nasz położonych powszechnie $g = 15, 1$. Więc $c = 3. 16$, to iest: woda z taką prędkością uderzá na kulkę B, iaką w czasie 1″ przebiédz może 3, 16 stóp Paryzkich.

§. XIV.

Jak można oznaczyć bystrość rzek przez

Gdyby w jnnéy iakiéykolwiek rzece, bądź w jnném mieyscu téyże samey rzeki, kąt ACB, pod którym kulka zostaie w spoczynku, był $= r$. powiérzchnia zaś rzeki była prawie poziomá, będzie prędkość c, w tém

w tém mieyscu $= \sqrt{\left[\frac{20gdn.Sty.r}{3m}\right]}$ a zatém $c : c' = \sqrt{Sty\,r} : \sqrt{Sty\,r'}$. Skąd ten wypádá wniosek, że w mieyscu iakiém maiąc ráz oznaczoną prędkość rzeki danéy za pomocą iakiégokolwiek ciała pływaiącégo, lub innym iakim sposobém i tamże kąt r, dokładnie dostrzegany, możná będzie w każdém innéin mieyscu, owszém w każdey innéy rzece za pomocą powyższégo narzędziá, oznaczyć kąt r, a tak bez wielkiégo rachunku znaleźć prędkość wody, byleby powiérzchnie rzek wszędzie prawie były poziomé. Niech n. p. na témże narzędziu maiącém kulkę żelazną srzednicy $\frac{1}{10}$ stopy w jnnéy iakiéy rzece zanurzywszy kulkę, będzie kąt $r' = 11°\ 52'$ a przeto Sty $r' = 0,21$, toż $c : c' = \sqrt{0,15} : \sqrt{0,21} = 1 : \sqrt{1,4} = 1 : 1,2$, a zatém $c = 3,8$ prawie. W tákowych działaniach pamiętać potrzeba na to, żeby kulka wpuszczaiącá się w rzekę zupełnie w niéy się zanurzała, i nić, na któréy iest uwiązaná, była iak tylko bydź może náylżeyszá, i nic prawie ciężar iéy nic znaczył, względém ciężaru kulki, a przeto ten bez znacznégo uchybiénia mógł bydź zaniedbany, kulka zaś sama z kości słoniowéy lub innéy podobnéy materyi dokładnie toczoná bydź má ; bo gdy ciężkość iéy gatunkowá, znacznie przewyższá ciężkość gatunkową wody, nie iest dosyć ruchomą,

iedno tylko dostrzeżénie

gdy

gdy zaś zbyt iest lekká, ustawicznie prawie kołysze się, i wielkości prawdziwéy kąta r zaledwie doyśdź można.

§. XV.

Wiatromiérz (Anemometrum). Za pomocą tegoż samego narzędzia oznaczyć można prędkość wiatru, byleby kulka A ołowiana tak była przyprawiona do ćwiartki koła, iżby wiatr iéy wzruszyć nié mógł, kulka zaś B, była gatunkowo lżeyszą. Wiatromiérz takowy nayprościeyszy iest, nader wygodny do użycia. Niech będzie n. p. kulka B drewniana, i niech iéy ciężkość gatunkowa, do ciężkości gatunkowéy wody deszczowéy będzie w stósunku 0, 6; 1, srzednica zaś onéy = 0, 3'; kąt $r = 29^\circ 34'$ a przeto Sty r = 0, 567, a że powietrzé lżeyszé iest od wody deszczowéy ośmset razy, będzie więc $m : m + n = \frac{1}{800} : \frac{3}{5} = 1 : 480$, i $m : n = 1 : 479$. Zatém prędkość wiatru $c = \sqrt{\left[\frac{302.0,3 \cdot 479.0,567}{3}\right]}$ = 90,6 stóp; (13.) to iest taki wiatr na każdą prawie sekundę 91 stóp Paryzkich iednostaynie przebiéga, maiac zaś na pewny iaki kąt podniesiénia prędkość wiatru wyrachowaną, na każdy téż inny kąt prędkość iego tak zupełnie iak prędkość rzeki, oznaczyć się będzie mogła (14.). Że zaś powietrzé czasém iest lżeyszé, czasém cięższé, dla tego za każdą razą ciężar iego oznaczać potrzeba za pomocą ciężkomiérza,

rza, albo przynaymniéy rachować prędkość c, stósuiac do powietrza siedmset i dziewięćset razy lżeyszégo od wody, prawdziwá prędkość wiatru zawsze będzie w tych granicach (Roz. I. 9.)

ROZDZIÁŁ IV.

o biciu i odbiciu czyli oporze płynów.

§. I.

Przypuściwszy, że żyła wody lub innégo iakiégo płynu odchodzi z naczyniá danégo, i że b^2 iest przecinkiém téyże żyły, prostopadłym do iego kierunku; przypuściwszy oraz, że wszystkié cząstki płynu w tym przecinku iednaką prędkością c, i kierunkiém zawsze odchodzą, przekonać się można, że siła potrzebna do sprawiéniá takowego ruchu, równá się ciężarowi słupa prostégo płynu, maiącégo za podstawę b^2 za wysokość zaś 2a, to iest wysokość dwa razy większą od wysokości, która odpowiada prędkości c. Że bowiém prędkość c, odpowiada wysokości a, więc gdy wysokość nazwiémy g któréy ciała w próżni spadaią w przeciągu iednéy sekundy będzie $c = 2\sqrt{ga}$ (Xię. I. Roz. III. §. 2.) to iest płyn przecinka b^2 zawsze odchodzący prędkością c, może przebydź w cza-

Siła potrzebná do sprawiéniá biegu wody, z naczyniá stale pełnégo wypływaiącéy.

w czasie 1'' biegiém iednostaynym $2\sqrt{ga}$ stop, a przeto w czasie t, przebieży ténże płyn $2t\sqrt{ga}$ stóp. Miaższość więc płynu w takowym czasie przez przecinek b^2 odchodzacégo, będzie $= 2b^2t\sqrt{ga}$; siła za v potrzebna do sprawiénia tego biegu będzie iednostayna, bo w równym czasie równé miaższości, równa téż prędkością w jednymże kierunku zawsze odchodzą, a tém samém w równym czasie równé biegi postępné rodzą się. Mnogość zaś z miąższości płynu w czasie t odchodzącégo przez prędkość $= 2b^2t\sqrt{ga}.2\sqrt{ga} = 4b^2tga$. Lecz ieżeli słup $2b^2a$ tegoż płynu własnym ciężarém P wolnie spáda, w przeciągu t'' spáda przez wysokość t^2g, i w tymże czasie nabywa prędkości za pomocą któréy biegiém iednostaynym w tymże czasie przebiédz może $2gt^2$ stóp; (Xię. I. Roz. IV. 7.) to iest nabywa prędkości $2gt$, a stąd mnogość wypádaiąca z prędkości płynu i miaższości $= 4b^2agt$. A że siły v i P są siłami iednostaynémi, będą się więc miały tak, iak biegi od nich sprawioné w czasie t, rozdzieloné przez ténże czas (Xię. II. Roz. I. 12.) biegi zaś té będąc biegami postępnémi, będą iak wieloczyny z miąższości i prędkości (Xię. I. Roz. II. §. 8.) przeto v: $P = \frac{4b^2tga}{t} : \frac{4b^2agt}{t}$ skąd $v = P$. Wnieść więc należy, że siła

y potrzebna do sprawiénia biegu nieustannégo strumiénia, równa się ciężarowi słupa płynu $2b^2a$, to iest maiącégo za podstawę b^2, a za wysokość $2a$.

§. II.

Niech będzie rurka AC tak skrzywiona, żeby przecięcié BE, początku krzywizny BC, było prostopadłé do przecięcia CD zakończaiacégo też krzywiznę, to iest niech będzie rurka AC prostopadle zakrzywiona; przypuściwszy, że ta rurka iest walcowa, oraz nie uważaiac ani na tarcié ani na ciężkość, będzie iakaś prędkość c, odpowiadaiąca wysokości a, którą płyn przez rzeczoną rurkę wszędzie płynąć będzie. Połóżmy otwór $DC = b^2$, a tak siła sprawuiąca bieg wody w rurce, będzie się równać ciężarowi prostégo słupa wody $2b^2a$ (1.). W rurce więc AC prostopadle zakrzywionéy, strumień MB spływaiąc przez krzywiznę rurki, ustawnie pre na nią i przez to coraz bardziéy zmnieysza bieg swóy ku AB, a powiększa ku CF, to iest: bieg tén płynu taki iest, iak gdyby w każdym punkcie G krzywizny rurka nań działała dwoistą siłą, iedną F ku BA, drugą f ku CF. Przeto w punkcie C, gdzie płyn iuż zupełnie odchodzi kierunkiém CF, bieg ku AB całkiém iest zniszczony od siły F, bieg zaś całkowity ku CF sprawiony iest samą siłą f. A tak całkowitá siła f, naglącá płyn przez całą krzywiznę

Bieg wody w rurce prostokątnie zakrzywionéy.

Fig. 114.

wiznę BGC, w kierunku CF = $2b^2a$. A gdy AM iest otworém iakiégo naczynia, równym otworowi DC, płyn odchodzić będzie przez otwór AM, prędkością rówwną C w kierunku AB, siła zaś bieg tén sprawuiącá, będzie się równać ciężarowi płynu $2b^2a$ (1.) a że w każdym czasie danym, w równéy ilości płynu bieg całkowity przy AM sprawiony znosi się, musi więc rzeczoná siła przy AM, wyrównywać sile F; stąd F = f, to iest płyn tak odchodzi, iak gdyby ciężar $2b^2$ rozłożony po krzywiznie BGC, ustawnie parł go w górę ku BA, i razém inny równy ciężar $2b^2a$ równie rozłożony po krzywiznie BGC parł go ku CF.

§. III.

Silnia Seguera.

Fig. 114

Płyn pre na każdy punkt G krzywizny BC w kierunku prostopadłym ku GH, i parciém tém wcale różném od parciá rurek wyżéy przytoczonégo, (Roz. II. 17.) maiącém tylko mieyscé w krzywiznach rurek, parciém mówię tém odmiéniá się iego kierunek. Parcié zaś to może się rozebrać na dwa inné, iedno GL, równoległe do CF, drugie GI równoległé do AB, a prostopadłe do GL, a zatém w tym razie właśnie tak się dzieie, iak gdyby płyn był party bez przestannie ku GL iednym ciężarém $2b^2a$ rozłożonym po krzywiznie BGC, i razém ku GI, innym równym ciężarém $2b^2a$ po teyże krzywiznie rozciągnio-

gnionym (2.) gdyż działanié płynu na rurkę równé zupełnie i wprost przeciwległe iest odporowi (reactio) rurki na płyn. Na tém się właśnie zasadzá *silnia Segnera*, za pomocą któréy kamiénie młyńskié bez kół obracać się mogą. Walec bowiém pionowy AB, koło osi swoiéy niewzruszonéy mogący się obrácać przykrywszy naczyniém iakiém walcowém GCDH i doń go przytwiérdziwszy, i na dnie tegoż naczyniá wielé otworów równych wywiérciwszy, przez któréby woda z naczyniá mogła spływać do rurek, w koło podstawy EF przyprawionych, a dolną swoią częścią prostopadle zakrzywionych; woda wypádaiąc przez otwory tych rurek w kierunku stycznych; podstawę EF w tył cofa w kierunku wprost przeciwległym siłą $2b^2a$, a tak silnia obrácać się poczyná, i zawsze iednostaynie się obrácá, byleby naczynié stale wodą było napełnioné. Fig. 115.

§. IV.

Bicié płynów dzieli się powszechnie na prosté, gdzie strumiéń iaki pionowo o płaszczyznę i ukośnie udérzá. Przypuśćmy zaś, że wszystkié cząstki strumiénia uważaią się, iako maiącé iednaką prędkość i kierunek. Jeżeli więc strumiéń CDEF z otworu naczyniá CF wypádaiąc uderzá prostopadle na płaszczyznę AB, i ieżeli GE, GL, MLi t.d. są warsztami równémi, nader

Wyłuszczénié biciá prostégo.

Fig. 116.

nader cienkiémi, do płaszczyzny AB równoległémi, rzecz widoczna, że warsztwa piérwszá GE obiwszy się o rzeczoną płaszczyznę, traci bieg swóy w kierunku CD, następuiąca zaś warsztwa GL, pre na nią, a zatém coraz bardziéy ią rozpłaszcza na płaszczyznie AB. Ale warsztwa GL doznawszy odporu warsztwy piérwszéy GE, utracić także musi część iakąś biegu swoiego w tym kierunku CD, a przeto trzecia téż warsztwa ML na drugą GL przeć będzie, iednakże strata iéy biegu mnieysza iest iak warsztwy piérwszey, która rozpłaszczywszy się na HI cieńszą się stała, a tak druga warsztwa w kierunku CD postępuie z G do P. Podobnymże sposobém czwarta warsztwa pre na trzecią, a ta mniéy iak druga z biegu utraca. Tak tedy idąc daléy coraz bardziéy zmnieysza się rzeczona strata biegu, aż nakoniec warszta iakaś n.p. NO, ma bieg zupełnie wolny ku CD, gdy tym czasém wszystkié inné warszty znayduiącé się pomiędzy O i E iedne mniéy, drugié więcéy ściskaią się i rozpłaszczaią. Strumién więc dany, począwszy od przecięcia NO coraz bardziéy się na koło rozprzestrzeniaiąc przychodzi aż do HQ, gdzie spływa z płaszczyzny w téy ilości, w jakiéy w równym czasie przez otwór CF przypływa ; o czém łatwo doświadczéniém przekonać się można.

§. V.

§. V.

Poki płyn po płaszczyznie AB rozlewaiący się ma iakąkolwiek wysokość QI poty wszystkiégo biegu swego ku CD nie utracą: bo albo w tym razie coraz bardziéy się rozléwa po rzeczonéy płaszczyznie, i wtedy punkt Q coraz bardziéy zbliża się do téyże płaszczyzny alboli też spływa z niéy, a na ten czas bieg swóy ku I czyli ku CD utrzymuie siła bezwładności (*vis inertiae*). Ale gdyby płaszczyzna AB, była nieskończénie wielka, wysokość QI z czasém stać się musi nieskończénie małą, a tém samém i bieg płynu ku CD, stanie się nieskończénie mały czyli żaden. Wszystek więc bieg strumiénia ku CD, gubi się przez obicie się o płaszczyznę AB. Że zaś w każdym przeciągu czasu, tylé płynu odchodzi biegiém równoległym do płaszczyzny AB, ilé iéy przez otwór CF w tymże czasie wypływa biegiém prostopadłym do téyże płaszczyzny: wnieść więc należy, że w tymżé samym czasie płaszczyzna nieskończénie wielka AB niewzruszona, tylé niszczy biegu ku CD, ilé go się rodzi przy CF. Siła więc obicia się strumiénia o płaszczyznę iest równa i wprost przeciwległa sile, którą rodzi bieg w otworze CF (2). Jest więc w tym razie siła bicia prostego $= 2b^2a$, gdzie b^2 wyraża przecięcié prostopadłe, czyli podstawę strumiénia CE, ilość zaś a oznacza wysokość, któréy od-

Siła bicia prostégo na płaszczyznę nieskończénie wielką.

Fig. 116.

odpowiadá prędkość strumiénia (1.); gdyby zaś płaszczyzna AB nie była nieskończénie wielką, siła biciá prostégo zawsze mnieyszá będzie od ciężaru słupa prostégo wody $2ab^2$, a to tém bardziéy, im mnieyszá iest płaszczyzna. Ale to wszystko wtedy się tylko prawdzi, kiedy płyn uważá się bezciężki, i w którym to przypadku bicié nazwać można *poiedyńczém*: ciężarém bowiém płynów, częstokroć ich biciá czyli uderzania znacznie się odmiéniaią.

§. VI.

Doświadczénié tyczącé się prostégo biciá wody.

Siła biciá doświadczéniém oznaczyć się może: używá się do tego naczynié stale wodą napełnioné, máiącé przyprawioną krótką rurkę walcową ciénką, z któréy to rurki strumién wodny mało co ciężący, wytryskuiąc, pádá na płaszczyznę drewnianą lub metallową, zawieszoną na iednym końcu drążka, ná którégo drugim końcu kładzie się ciężar dlá przyprowadzéniá go do równowagi. W tym bowiém razie prawie wszystkié cząstki biiące żyły wodnéy, w tymże samym kierunku uderzaią, i równą prędkością, któréy wysokość a, prawie wynosi $\frac{7}{10}$ wysokości stałéy wody w naczyniu, podstawá zaś żyły prostopadłéy b^2 równá się otworowi rurki (Roz. II. 10.). Tym sposobém przekonano się, że gdy żyły pionowéy srzednica nie dochodzi cala, srzednica zaś płaszczyzny pozioméy trzy lub cztéry razy większá

szá iest ód niéy, siła biciá prostego mało co mnieyszá, a prawie równá iest ciężarowi słupa prostégo wody $2ab^2$ (*Bossut*). Práwda, że ilość biciá powiększá się nieco w tym razie przez ciężar wody skupionéy na płaszczyznie poziomey. Ale w takowych doświadczéniach uważá się i w rachunek wchodzi wysokość wody w naczyniu od iéy powiérzchni, aż do saméy płaszczyzny na którą biie, gdyż żyła ciężkością swoią ustawicznie bieg swóy przyśpiészá.

§. VII.

Siła biciá prostégo na płaszczyznę równą podstawie żyły biiącéy. Fig. 117.

Niech ABHI wyráżá naczynié nieskończénie wielkié, wodą napełnioné aż do AB, maiącé otwór przy FG, niech będzie LM przecięciém walcowém żyły zwartéy przez FG wytryskuiącéy. Zatkáymy otwór poziomy FG rurką pionową FD EG maiącégo za podstawę płaszczyznę poziomą DE, część zaś rurki FLMG niech má kształt żyły zwartéy, część zaś druga LDEM niech będzie walcowá, w tym razie płaszczyzna DE wytrzymywać będzie parcié od ciężaru słupa wodnégo ab^2 maiącégo za podstawę płaszczyznę $DE = b^2$, za wysokość zaś $DC = a$, to iest wysokość wody po nad tąż płaszczyzną, aż do iéy powiérzchni w naczyniu. Parcié to na płaszczyznę rzeczoną zawsze zostanie $= ab^2$ chociażbyśmy całą część rurki walsową LDEM, odięli, byleby taż płaszczyzna

zna nieruchomie była przytwiérdzoną. Bo lubo na tén czas słup wodny EC dołém odchodzi, z tém wszystkiém nic z jego wysokości nie ubywá, dla stałéy pełności naczynia, a zatém ténże sam ciężar nieustannie utrzymuie płaszczyznę DE. Widoczna zaś iest, że odiąwszy część LE walca, żyła wodna wprost biie na płaszczyznę DE, a woda w przecięciu LM, ma prędkość odpowiadaiącą wysokości LC (Roz. II. 5.) gdyż tu się bierze długość LD znaczney wielkości (4.). Wnosi się więc, że biorąc wodę za bezciężką bicié prosté żyły wodnéy na płaszczyznę równą podstawie żyły, lub przecinkowi prostopadłému do iego osi, bicié mówię takowé, równá się ciężarowi słupa prostego wody, maiącégo za podstawę tęż płaszczyznę, za wysokość zaś wysokość odpowiadaiącą prędkości żyły. Siła więc takowégo biciá wyrównywá połowie siły biciá prostégo na płaszczyznę nieskończénie wielką (5.).

§. VIII.

Siła biciá ukośnégo na płaszczyznę równą przecięciu żyły biiącéy

Podobnymże sposobém oznaczyć można siłę biciá ukośnégo na płaszczyznę równą przecięciu żyły biiącéy. Niech bowiém N wyrážá srzodek płaszczyzny DE, niech oráz płaszczyzna iakakolwiek OP przeciná walec LE przez srzodek N, pod katém QNP = r, płaszczyzna OP nieruchomá, po odięciu spodniéy części rurki

Fig. 117. nie będzie mogła utrzymać całégo ciężaru

wodné-

wodnégo ab^2 lecz tylko część iego. Daymy, że liniia pionowa $NR = ab^2$ gdzie a, wyraża srzednicę słupa, CP wysokość, $NQ = DC$, zaś b^2 wyraża przecinek prostopadły lub podstawę strumiénia DE, poprowadźmy RO prostopadłą do OP, a tak ciężar czyli siła NR, będzie się mogła rozebrać na dwie inné siły NO i OR z których piérwsza będac równoległą do płaszczyzny PO, nie działa na nia, (gdyż tu bierze się woda za bezciężką) drugą zaś OR całkiém wytrzymuie płaszczyzna. Jest zaś $OR : NR = Wst. r : 1$, gdyż $ONR = NOL = QNP$. Przeto bicié ukośné na płaszczyznę $OP = ab^2$. $Wst. r$, to iest, gdy srzodek N płaszczyzny OP utrzymuie się siłą równą ciężarowi ab^2. $Wst. r$ w kierunku prostopadłym do niéy, na ten czas płaszczyzna ta zostaie w równowadze, i bicié wody z naczynia wypadaiącéy, nié może iéy wzruszyć. Ogólnie więc wniéść należy, że bicié strumiénia bezciężkiégo, z pewną prędkością c, na płaszczyznę przecinkowi iego równą wypadaiącégo, równa się ciężarowi słupa prostégo płynu, maiącégo za podstawę przecięcié prostopadłe strumiénia, wysokość zaś odpowiadaiąca prędkości c, rozmnożonéy przez wstawę kąta pochyłości płaszczyzny do osi strumiénia.

§. IX.

§. IX.

Bieg wody na ciała w niéy zanurzoné.

Fig. 118.

Niech będzie ciało E całkiém zanurzoné w rzecé, któréy wszystkié czastki iednakową prędkością c, w jednymże kierunku AB płyną; w takowym razie rzéka bić będzie na przednią powiérzchnią BD ciała E. Wykryśliwszy więc graniastosłup ABDE na podstawie BD, maiący oś równoległą do kierunku AB rzeki, takowy graniastosłup wodny będzie żyłą nieokréślonéy wielkości, biiącéy na powiérzchnią BD równą przecięciu iego. A ponieważ przypuszczamy tu, że rzéka ma kierunek poziomy, strumień więc AD płynąc wolnie utrzymuie się od wody otaczaiącéy, a przeto tak płynie iakby wcale był bezciężkim, i razém bieg iego doświadcza przeszkody od zanurzonégo ciała E. A że woda z drugiéy strony FHIG uchodzi, woda więc poboczna ciału E, wpadaiąc w mieyscé próżné przy FG, naglona iest ciężarém rzeki, a przeto prędzéy płynąć poczyna, a tak żyły poboczné, DGML, BFON, ustępuiąc parciu żyły biiącéy ABDE, ściskané są i odpiérané od ciała zanurzonégo, przez co cieńszémi się staią, między RS i LM lub między PQ i NO, tylé teraz co i przedtém odchodzi wody; ale ponieważ ona teraz bystrzey płynie, przecięcié SL lub QN mnieyszé iest od przecięcia DL lub BN, i tak tedy żyła wody ABDE rozlana, w koło ciała między B i Q, D i S, i t. d. spływa.

Wo-

Woda zaś oblewaiącá ciało E, odpiéraná iest zewsząd od tegoż ciała, częścią parcia żyły rozlanéy ABDE; parcié zaś to pochodzi iuż to od biegu téyże żyły ku AB, iuż od iego tylko ciężaru. Zaczém niższa woda bardziéy iest odpiérana, iak wyższá, żyła zaś biiącá, spływaiąc tém bardziéy na dół idzie, im iest grubszá, i z mnieyszą prędkością ku AB bieży; gdyż tém bardziey parcié od iéy ciężaru pochodzącé przewyższá parcié pochodzącé od biegu ku AD. Wszakże woda przed ciałem będącá, nié może w tymże samym momencie, w którym ściská się ustąpić na bok, lecz potrzebuie do tego pewnégo czasu, przez tén więc czas woda się skupiá, a nié mogąc zgęszczać się wznosi się po nad powiérzchnią rzéki, a tak bardziéy pre na ciało, aniželi woda tylná, przez co moc biciá powiększá się.

§. X.

Podobnie się dzieie, gdy ciało E, nie w wodzie, lecz w powietrzu zanurzoné, doznaie biciá od wiatru, lub żyły powietrznéy ABDE, w biegu zostaiącéy. Wszakże dwoma rzeczami bicié powietrza różni się od biciá wody. A nasamprzód ciężar żyły powietrznéy iako nader mały nigdy nié może znacznie odmiénić biciá, lecz żyła ta rozpryskną wszy się w koło ciała, iednostaynie uchodzi, tak iak gdyby była bezciężká, gdy przeciwnie żyła wodná

Bicié powietrza na ciała w powietrzni ziemskiéy zanurzoné

Fig. 118.

nader się na dół zwraca. Powtóré powietrzé przed powiérzchnią BD, zawsze mniéy lub więcéy zgęszcza się, czego nié mogąc uczynić woda wznosi się: zgęszczanié się zaś to, tém większé bydź musi, im trudniéy powietrzé ustępuie na boki, i z jm większą mocą obiia się o ciało. Zgęściwszy się znacznie przed ciałém, a rozrzedziwszy się za témże ciałém, bicié swoié na toż ciało znacznie powiększa z przyczyny sprężystości.

§. XI.

Odbicié prosté i ukośné.

Gdy ciało E w wodzie lub w powietrzu spokoyném zanurzoné, bieży, doświadcza odporu czyli odbicia, które nie od innéy przyczyny pochodzi tylko od wzaiémnégo uderzania się. Wszystko iest iedno, czyli płyn bieżąc pewną prędkością działa na ciało spoczywaiącé, czyli też ciało tąż prędkością bieżąc działa na płyn spoczywaiący: w obydwoch razach uderzanié się ciała z płyném iest to samé. Jeżeli powiérzchnia przednia BD iest płaska, i ciało samo bieży w kierunku BA do téyże powiérzchni prostopadłym: *Odbicié* (renisus) doznané od ciała iest *prosté* i moc iego równa mocy bicia prostégo płynu w tymże kierunku bieżącégo na ciało spoczywaiącé. Jeżeli zaś ciało bieżąc innym iakim kierunkiém ukośnym do BD biie na płyn, na ten czas odbicié iest *ukośné*; z czego się okazuie, że cokolwiek się mówiło

o biciu

o biciu prostém i ukośném, na ciała zanurzoné w płynach, toż samo może się rozumieć o odbiciu prostém i ukośném.

§. XII.

Gdy ciało E w rzéce lub powietrzu całkiém zanurzóné iest małe, ciężar też żyły biiącéy nań nader mały bydź musi, a przeto woda lub powietrzé przed ciałém takowém mało co skupiać się będzie, bicié zaś przez to prawie nic wcale nieodmiéni się. Dowodliwa iest, że w tym przypadku bicié taką ma dzielność, iakąby miało, będąc zupełnie wolné, gdyby płyn był bezciężki: to iest ieżeli powiérzchnia BD płaska, iest prostopadła do AB, to wprost bicié równać się będzie ciężarowi słupa wodnégo lub powietrznégo, maiącégo za podstawę płaszczyznę BD, wysokość zaś odpowiadaiącą prędkości rzeki lub wiatru (7.). O téy prawdzie przekonywaią doświadczénia czynioné przez JP. *Maryotta* i innych Fizyków.

Siła biciá prostégo na ciało małe w płynie zanurzoné

§. XIII.

Kulę ADB maiąca srzodek C, zanurzywszy całkiém w rzéce tak, żeby srzednica iey AB była prostopadła do kierunku rzeki FC, kula ta partá będzie od tegoż samego strumiénia czyli żyły MABE od którégo i iéy koło wielkié AB byłoby parté, gdyby półkulé AIB było odcięté. Lecz poniew aż kierunek biciá strumiénia w tych

Bicié na kulę.

Fig. 119.

dwoch

dwoch przypadkach nie iest iednaki, to iest prostopadły na koło, a ukośny na powierzchnia kuli, wyiawszy srzedni iéy punkt, na który biie płyn w kierunku FC prostopadłym, musi więc zachodzić różnica między témi dwoma biciami. Niech będzie żyłka płynu HGL równoległa do żyłki FC, liniia zaś GI styczną do FC, kąt HGI pod którym taż żyłka biie na punkt G, nazwiéymy r ; bicié więc to, będąc ukośném, mnieyszé bydź musi od bicia prostégo na punkt L, koła wielkiégo. JP. *de Borda* odkrył przez doświadczénia (Pamię. Akad. Paryz. w R. 1767.) że siła bicia na kulę wynosi tylko $\frac{2}{5}$ siły bicia prostégo na koło wielkié téyże kuli. Skoro więc kula zanurzona w płynie iest mała, bez żadnégo znacznégo uchybiénia, brać można bicié prosté rzéki na iéy koło wielkié za równé ilości ab^2 (12.) a przeto bicié na samą kulę $= \frac{2}{5} ab^2$ który to wyraz służy i biciu powietrza na kulę małą i onéyże odbiciu.

§. XIV.

Odpór ciał w powierzu.

Fig. 120.

Daymy, że wiatr równą prędkością biie prostopadle na podstawy dwóch walców, których podstaw srzednice AB i CD są w stósunku 1 : 2, a przeto same podstawy w stósunku 1 : 4. Bicia więc w tym razie będą także w stósunku 1 : 4, (7.) biorąc powietrzé zarówno gęsté i sprężysté, a ciężarém swoim nic prawie nie odmiéniaiącé bicia (10.). Niech AILB, CMND wyra-

wyrażaią strumiénié walcowé powietrza bi-
iące na koła AB i CD; z których piérwszégo
przecięciém niech będzie płaszczyzna EF
równoległa do AB, drugiégo zaś płaszczyzna
GH równoległa do CD, tak żeby było AE
= CG. Powietrzé przed podstawą AB za-
warté między AB i EF uchodzić będzie po
powiérzchni ABFE, powietrzé zaś przed
podstawą CD uchodzić będzie po po-
wiérzchni CDHG. Ma się zaś powietrzé
między AB i BF do powietrza między CD
i GH, iak 1:4, powiérzchnia zaś ABFE do
powiérzchni CDHG iak 1:2. Gdy więc
równé cząstki powietrzné równą siłą ude-
rzaią na każdą z obydwoch podstaw, cząst-
ki te przed podstawą AB łatwiéy na bok
ustąpić mogą, a tém samém mniéy się zgęsz-
czaia, iak té, które są przed podstawą więk-
szą CD; przeto bicié całkowité na płaszczy-
znę CD ma się do bicia całkowitégo na
płaszczyznę AB w większym stósunku iak
4:1. Taż sama prawda służy i biciom
ukośnym ieżeli prędkości są iednakié.
Jakoż doświadczénié samo przekonało, że
odbicia ciał podobnych równą bieżących
prędkością i w jednymże kierunku przez
powietrzé, nie są w stósunku powiérzchni
obiiaiących się o toż powietrzé, lecz po-
wiérzchnia większa zawsze nieco więk-
szégo odbicia doznaie, a niżeliby doznawać
powinna podług stósunku swoiéy wielko-
ści; i owszém przekonano się, że odpór
kto-

którégo toż samo ciało, iuż prędzéy iuż powolniéy przy innych równych okolicznościach bieżące przez powietrzé doznaie, iest w stósunku kwadratowym prędkości iego (*Borda*). Skąd się wnosi, że odpór kul małych, iakiémi są kule srzednicy 1. lub 2 calów przez powietrzé bieżących prawie zawsze równy iest ciężarowi słupa powietrznégo $\frac{2}{5}ab^2$ (12. 13.) bądź té kule prędzéy, bądź powolniéy bieżą; co nie służy kulóm większym.

§. XV.

Opór ciał pływaiących.

Fig. 121.

Okręty lub inné ciała pływaiącé w części zanurzoné pionowo w wodzie stoiącéy, a naglone od wiatru lub innéy iakiéykolwiek siły, doznaią oporu od wody BEFA która iest prostopadła do płaszczyzny ich przedniéy DE, kiedy te biegną w kierunku AB. Jeżeli więc okręt lub inné ciało wysokości DE zanurzoné iest tylko częścią BE téyże wysokości, którą się zwać zwykła głębokością zanurzénia pionowégo, tedy woda płaszczyzną ciała płynącégo partą wznosi się w górę po nad powiérzchnią iey AB n. p. aż do C, i razém w koło ciała i dołém uchodzi, nié mogąc iuż wyżéy się podnieść, przez co opor ciała powiększa się w stósunku prędkości biegu iego. A że gdy woda się wznosi przed przednią częścią ciała płynącégo, zostawuie za sobą mieyscé próżné, do którégo woda poboczna własnym ciężarém naglona wchodzi, i napełnia

pełniaie, (a do tego trzeba nieiakiegoś czasu) wnieść więc należy, że ciało pływaiacé, im iest krótszé, a część iego tylna szérszá, tém też opor iemu bydź musi większy ; o czém następuiącé doświadczénia przekonywaią. Dwa graniastosłupy pro té DA, EH, równie głęboko na 12″ $5\frac{1}{2}$‴ zanurzoné równéy szérokości 19″ 8,‴ z których piérwszy iest długi na 6 stóp, drugi zaś tylko na dwie stopy, graniastosłupy mówię takowé, równą prawie prędkością płynąc w wodzie stoiącéy, to iest krótszy upływaiąc stóp 2, 55; dłuższy stóp 2, 58; w jednéy sekundzie, doznały oporu prostégo nierównégo, to iest krótszy 13, 6 funtów, dłuższy tylko 12, 6 funtów. (nowé doświadczénia około oporu płynów przez JP. *d' Alembert, de Concordet, Bossut*). Graniastosłup AD naglony do biegu pionowo prędkością prawie 2 stóp, doznał oporu prostégo 7,75 funtów. Inny graniastosłup podobny IN zanurzony na 12,″ $5\frac{1}{2}$‴ széroki na cztéry stopy, a długi na 19″ 8,‴ równą prędkością naglony, doznał odporu 30 funtów. W tym przypadku, gdyby nie trzeba było mieć względu na parcié wody na graniastosłup, pochodzacé z nierównéy iéy wysokości przed i po nim, odpory prosté bezwątpiénia byłyby w stósunku powiérzchni przednich graniastosłupów, czyli liniy AB, LI a przeto w stósunku 19 $\frac{2}{3}$: 48 = 59: 144. Ale na ten czas opór prosty Fig. 124.

sty graniastosłupa IN bydźby musiał 19 funtów tylko, gdy iest w rzeczy saméy 30 funtów.

§. XVI.

Opór prosty ciał pływaiących częstokroć nader się zmnieyszá od ciężaru wody.

Fig. 125.

Chcąc dokładnie poznać opor ciał pływaiących, należy náywiększy mieć względ na zwrót wody na dół popchnioney. Gdy bowiém strumiéń popchnięty iest znaczney grubości i cięžkości, bieg zaś ciał płynących nader mały, na ten czas náywiększa część takowey żyły wody obita na dół się zwraca, a tak przez to, bicié na płaszczyznę prostopadłą do kierunku wody, z prostégo zamiéniá się nieiako w ukośné, a tém samém zmnieyszá się. Zmnieyszénié się to, iak uczy doświadczénié, częstokroć iest bardzo znaczné. I tak łódka maiącá kształt graniastosłupa prostégo, w tylnéy części kończastá, szérokości AB = 1 stóp, długości BC = 4 stóp, długość zaś kończastości = 2. stóp, łódka mówię ta zanurzoná w wodzie do głębokości iednéy stopy, a naglona w stronie AB biegiém prostopadłym, w kierunku CB tak, żeby iednostaynie na każdą sekundę przebiédz mogła 2, 34 stóp, doznała odporu prostégo 5, 8125 funtów. W tym razie podstawa strumiénia b^2 = iednéy stopie kwadratowéy, wysokość zaś a odpowiadaiącá prędkości 2, 34 stóp $= \frac{2,34.\ 2.34}{60,4} =$

0,

0, 0906, a przeto ciężar słupa wodnégo ab^2 = 6, 342 funtów, gdzie stopa sześcienna wody bierze się za ważącą 70 funtów Paryzkich. Bicié więc poiedyńczé prosté iest większé od tego ciężaru, gdyż płaszczyzna, na która woda biie, większá iest od żyły wodnéy (5. 7. 13.). Ale bicié rzeczywisté było mnieyszé prawie ilością 0,53 funtów, a przeto zna znie zmnieyszoné przez zboczénié żyły. Inná łódka FHGIL maiącá szérokość FG = 2 stóp długość FH = 4 stóp, długość kończastości HLI = 2 stóp zanurzona do głębokości iednéy stopy, a naglona prostopadle w kierunku HF prędkością 1, 89 stóp, doznała odporu 7, 75 funtów. Jest zaś tu b^2 = 2 stóp kwadratowych, a = 0, 059 stóp, przeto ciężar słupa wodnégo ab^2 = 8, 274 funtów. Lecz odpór z przyczyny zboczénia strumiénia mnieyszy był od tegoż ciężaru 0, 52 funtami.

§. XVII.

Łódka (navicula) maiącá kształt graniastosłupa prostégo széroka na 19″ 8‴ długa na 6 stóp zanurzoná w wodzie raz do głębokości 7″ 10‴ drugi raz do głębokości 12″ $5\frac{1}{2}$‴ trzeci ráz do 15″ 10‴, a w każdym razie prostopadle naglona do biegu, równą prawie prędkością 3 stóp, doznała oporu w piérwszym razie 13, 06; w drugim 18, 4, w trzecim nakoniec 23, 25 funtów, acz sto-

Im głębiéy się ciało zanurzá w wodzie tém bardziéy przy równych

okolicznościach opór iego zmnieyszá się.

stósownie do głębokości, odpory té bydźby były powinny w stósunku 13, 06; 20, 7, i 26, 4 funtów. Skąd się wnosi, że płaszczyzna iakakolwiek prostopadle do kierunku rzeki zanurzoná, przy równych okolicznościach, tém mnieyszego doznaie oporu, im głębiéy się zanurzá. Który to skutek przypisać należy tém łatwieyszému zwrócéniu się na dół żyły biiącéy, im ciało głębiéy iest zanurzoné. Tu także wyrozumieć możná, dlá czego w jakiéykolwiek głębi zanurzywszy płaszczyznę, opór iéy, przy równych okolicznościach, powiększa się w większym stosunku a niżeli onéyże szérokość.

§. XVIII.

Opór tegoż samego ciała pływaiącégo w jednakim kierunku różna prędkością naglonégo powiększa się w większym niż kwadratowym stósunku prędkości.

Graniastosłup FL pod §. 16 opisany, zanurzywszy w wodzie do głębokości iednéy stopy, ciężarém 7, 75 funtów prostopadle naglony do biegu, biégł prędkością 1, 895 stóp, ciężarém zaś 23, 25 funtów, naglony biégł prędkością 3, 177 stóp. Ma się zaś kwadrat prędkości 1, 895 do kwadratu prędkości 3, 177, iak 7, 75 do 21, 8; przeto opory prosté były w rzeczy saméy w większym stósunku, to iest, 7, 75: 23, 25, a niżeli stósunek kwadratów prędkości. Co przypisać należy nie iednakowému zwracaniu się na dół żyły biiacéy na płaszczyznę przednią ciała zanurzonégo, przy odmiénnéy prędkości biegu iego. Tu także wyło-

Fig. 125.

maczyć można, za co toż samo ciało większégo doznaie oporu w kanale, lub rzece miałkiéy i wązkiéy, a niżeli głębokiéy i znacznéy szerokości (dzieła Franklina Tom II) czego właśnie doświadczyć można na statkach.

§. XIX.

Opór ukośny płaszczyzn pionowo zanurzonych w wodzie

Daymy, że przednia powiérzchnia iakiégo ciała, składa się ze dwóch prostokątów równych AB i BC, zanurzywszy ią w rzéce pionowo do pewnéy iakiéy głębokości p, tak iednak ażeby BF kierunek rzeki iednaką miał pochyłość do obydwóch rzeczonych prostokątów. Niech AC wyraża przecięcie prostopadłe czyli podstawę strumienia biiącégo LACM a niech znaczy wysokość prędkości rzéki odpowiadaiącą, r zaś kąt FBC = FBA będzie więc bicié ukośné poiedyńczé na AB i BC = a. AC. p Wst. r, gdzie płaszczyzny AB i BC uważaią się iako nic wcale nad wodę nie wychodzącé (8.). Poprowadzmy liniie FE, FH, prostopadle do BC i BA, i liniią HE przecinaiącą BF w punkcie G, a tak siły bicia na płaszczyzny BC i BA iako prostopadłé wyrazić się mogą przez liniie EF i HF a przeto rozebrać się na siły EG, GF, i HG, GF. A że siły EG, HG, równé i wprost przeciwległe sobie, znoszą się nawzaiém, siła zaś GF ma się do EF iak Wst. r: 1, a zatém 2GF = a. AC. p Wst. r^2. Tą więc siłą Fig. 126.

2GF

2GF cała powiérzchnia przednia ciała ABC, po nad powiérzchnią wody niewychodzącą naglona iest ku BF, i taka też iest siła oporu poiedyńczégo. Ciała zanurzonégo w wodzie stoiącéy, bieżącégo w kierunku FB, prędkością wysokości a odpowiadaiącą.

§. XX.

Doświadczénia tyczące się bicia ukośnégo.

Doświadczénié naucza, że opór rzeczony w jstocie samey zawsze przewyższa ciężar wody słupa prostego a AC. p Wst. r^2, a to tém bardziéy, im kąt ACB iest mnieyszy. I tak graniastosłup AE wyżéy wzmiankowany (16.) w wodzie stoiącéy zanurzony do głębokości iednéy stopy, ciągnąc za punkt E w kierunku BC prostopadłym do DC, ciężarém czyli siłą 4, 9 funtów, graniastosłup tén iednostaynie uchodzi na każdą sekundę przez 3, 367 stóp. A ponieważ w przeciągu sekundy ciała wolnie u nas spadaią z wysokości 15, 1 stóp, i spadkiém tym nabywaią prędkoci 30,2 stóp, będzie się więc mieć wysokość 15, 1. do wysokości a, iak kwadrat prędkości 30,2 do kwadratu prędkości 3,367; przeto

Fig. 125.

$$a = \frac{3,367 . 3 . 367}{60. \quad 4} = 0,18769 \text{ stóp. Ale}$$

AC. p (19.) czyli przecięcié żyły prostopadłéy wynosi tylko iedną stopę kwadratową, gdy AC i p, iest tylko iednéy stopy.

Kąt

Kąt $2r$ czyli DEC iest (Fig. 125) = 28° 6,' stąd r = 14° 3', Wst. r = 0,24277, Wst. r^2 = 0,058937. Zatém słup wodny a, AC p Wst. r^2 stóp sześciennych, waży funtów 0,76, gdy tym czasém iak wiémy, iedna stopa sześciénna wody = 70 funtów. Opór więc poiedyńczy danégo ciała wychodzącégo nie co po nad powiérzchnią wody, większy bydź musi od 0,76 funtów. Jest zaś w tym razie opór prawdziwy składany = 4,9 funtów, przeto większy iest iak 6 razy. Tym tedy sposobém wszystkié bicia podobné ukośné, powiększaią się podług doświadczénia, i to także gdy kąt $2r$ większy iest od prostégo, wtedy opór mało co przewyższa ciężar słupa wody prostego, a, AC. p Wsta r^2; im zaś kąt $2r$, bardziéy maleie, tém téż tén odpór większym się staie od rzeczonégo ciężaru i tak n. p. dwa razy wtedy kiedy $2r$ = 53° sześć razy, gdy $2r$ = 28°. Który to skutek przypisać należy nie iednostaynému ustępowaniu żyły ukośnie biiącégo na płaszczyznę, ta zaś nieiednostayność pochodzi od ciężaru płynu.

§. XXI.

Ponieważ strumién biiący nie iednostaynie spływa z płaszczyzny, gdyż nie iednako się rozdziéla, przeto niektóré iego promiénie większą, a niektóré mnieyszą mocą biią na płaszczyznę. Gdyby n. p. AB promién

W każdém biciu ukośném nie-

mień płynu obiwszy się o ciało iakie prostopadle się załamał ku BC wszystek bieg pierwiastkowy od A do B straciłby, zatém siła bicia iego byłaby równa sile, od którey pochodzi tén bieg pierwiastkowy (2.). Jeżeliby zaś ténże promień AB. przez obicié się wziął kierunek BD pod kątém roztwartym ABD, na tén czas siła iego bicia będzie mnieysza; gdyż bieg BD rozebrać się może na biegi BC i CD który ostatni bieg CD iednego iest kierunku co i AB a tak promień AB niewszystek bieg początkowy swóy ku B traci, lecz pozostaie część biegu tego CD. Jeżeli nakoniec ténże promień AB pod katém ostrym ABE obity, bierze kierunek BE, siła bicia większa bydź musi od siły sprawuiącéy bieg AB, ponieważ ona nie tylko niszczy cały bieg AB, ale też ieszcze nowy bieg wprost przeciwny CE rodzi. Gdy więc strumień wodny ukośnie biie w kierunku HC na płaszczyznę AB; ponieważ w tym razie bieg HC rozebrać się może na dwa biegi, iedén ku CD, lub ED, drugi prostopadły do płaszczyzny AB, poprowadziwszy więc FG prostopadłą do ED cząstki wodné płaszczyzny IG, tak biią na płaszczyznę AB, iak gdyby sam strumień bił wprost, a to z przyczyny katów HCG, HCF prostych, cząstki zaś ku CD uchodzącé naymnieyszą, a cząstki ku CE spływaiącé naywiększą obiiaią się siłą; gdyż kąt HCD iest

które cząstki żyły wody większą, a niektóré mnieyszą siłą biią.

Fig. 128.

Fig. 129.

iest rozwarty, kąt zaś HCE ostry. Wszakże gdy strumień bierze się za bezciężki, siła całkowitégo bicia, zupełnie taż sama będzie, iak gdyby cały strumień ku CD zwrócił się: bo bicié z iednéy strony powiększa się biegiém wody ku E, ale razém z drugiey strony zmnieysza się, z przyczyny powiększonéy prędkości ku D. Im bowiém większy iest bieg ku BD (Fig. 128.) tém większy też iest bieg CD, przy którym to biegu promień AB wody obity zostaie po swoiém obiciu się.

§. XXII.

Bicié ukośné żyły wodnéy niekiedy powiększa się; a niekiedy zmnieysza się iéy ciężarém.

Stąd łatwo wyrozumieć można, że bicié ukośné żyły wodnéy, albo się powiększa albo zmnieysza, z przyczyny ciężkości promiénia wody. Jeżeli bowiém żyła biiąca własnym ciężarém naglona iest ku CD większa iéy część iak w biciu poiedyńczém, w tęż stronę się zwraca, a przez to bicié składané mnieyszém się staie od podobnégo bicia poiedyńczégo; o czém właśnie i doświadczénié przekonywa. Doświadczyć bowiém można, że żyła pionowa biiąc na płaszczyznę ukośną AB. zmnieysza bicié swoie tém bardziéy, im płaszczyzna rzeczona iest ukośnieysza, to iest, im większą częścią ciężaru swoiego żyła iest naglona ku CD (*Bossut*). Lecz ieżeli żyła ciężarém swoim naglona iest ku CG, lub CE, lub CF, lub innym iakimkolwiek kierun-

Fig. 129.

kiém posrzednim, bicié ukośné powiększy się, a to z przyczyny zwracania się większéy części żyły w tym kierunku, mnieyszéy ku CD, iak w biciu podobném poiedyńczém; a że w tym przypádku, iakeśmy iuż wyżéy widzieli (20.) strumién wodny własnym ciężarém naglony, zawsze dąży na dół kierunkiém pionowym czyli prostopadłym do poziomu rzéki; nie dziw więc, że w tym razie bicié ukośné złożoné, większé iest od bicia poiedyńczégo także ukośnégo na płaszczyznę niewychodzącą po nad powiérzchnią wody: tém zaś większé iest, im pochyłość iego iest mnieyszá, zwłaszcza gdy woda srzedniá strumiénia przy C lub A spływaiąc, musi przebiédz całą długość BC i BA, a przeto równie nie łatwo parciu ustąpić może, iak i woda srzedniá strumiénia iakiégo, prostopadle na płaszczyznę = AB + BC biiącégo. A tak znacznie się zbiérá woda osobliwie koło B i parciém swoiém na płaszczyzny BC i BA bicié albo opór powiększá (17.).

§. XXIII.

Przez zakrzywiénié przedków

Nié masz potrzeby głębiéy się zapędzać w badané prawa, podług którégo pod każdą wielkością kąta pochyłości r, bicié ukośné na płaszczyznę ABC powiększá się z przyczyny ciężaru żyły wodnéy. Bicié takowé znacznie się zmnieyszyć może, daiąc

daiac ciału pływaiącému przednią powiérzchnią zewsząd zakrzywioną i do powiérzchni wody pochyłą, iaką właśnie maią przody okrętów. Niech bowiém ACD wyraża przecięcié równoległé do kierunku rzéki pionowo przechodzącé przez srzodek iakiégo okrętu. Poprowadźmy liniią AB pionową do linii poziomény FG, bicié żyły wodnéy poziomény EADF na AD nierównie mnieyszé będzie od bicia téyże żyły na AB; ponieważ nie tylko bicié na AD iest ukośné, ale też i promiénie żyły wszędzie iakimś kierunkiém AG do kierunku rzeki EA, pod kątém rozwartym EAG pochyłym na dół własnym cięźarém są naglone, przez co bicié znacznie się zmnieyszá (22.). Niech ieszcze CAB będzie przecinkiém poziomym przodu statku, którégo płaszczyzny DC i EB równoległe do kierunku rzéki dotykaią się w C i B, płaszczyzny zaś pionowé AD i AE, dotykaią się przy A; poprowadźmy do iakiégokolwiek punktu A styczną HI, tym sposobém uformuie się kąt FHI, pod którym promiéń wody FGH obiia się o przodek statku, i który rozwartszy iest od kąta FGE kąt zaś FGE iest kątém pochyłości tegoż promiénia biiącégo na płaszczyznę pionową AE, zaczém bicié przy H mnieyszé iest iak przy G. Skąd się wnosi, że bicié wody na przody okrętów zewsząd

w statkach odpór wody znacznie się zmnieyszá

Fig. 130.

Fig. 131.

zakrzywioné, nie tylko mnieyszé iest iak na też przody płaskie i pionowé, ale téż bez wątpiénia mnieyszé ieszcze byłoby, iak na przody po nad wody niewychodzącé, gdyby woda była bezciężka; ponieważ żyła wody, ciężarém swoim wszędzie iest naglona w kierunku, pod kątém rozwartym do kierunku rzeki pochyłym.



XIĘGA V.

o biegu Ciał Niebieskich.

ROZDZIAŁ I.

o obrocie i siłach odśrzodpędnych (vis centrifuga).

§. I.

Powiedziało się wyżéy, (Wstę. IV. 12.) że bieg ow spólny, którym słońcé, xiężyc i inné ciała Niebieskié około ziémi, w przeciągu 24 godzin od wschodu ku zachodowi zdaią się obracać, iest tylko pozorny, i że może pochodzić od obrotu ziémi od zachodu na wschód. Rzecz ta tém bardziéy do prawdy zdaie się podobna, im słońcé ogromnością swoią przewyższa ziémię i prawie nieskończénie iest od niéy odległe (Wstę. IV. 6.). Gdyby się słońcé iako też inné ciała Niebieskié obracały około ziémi, prędkość ich obrotu musiałaby bydź niezmiernie wielka i poięcié przewyższaiąca. Dla iakiéyże przyczyny wszystkié gwiazdy obiégaćby mogły bezprzestannie ziémię biegiém iednostaynym, i w równym zawszé czasie, kiedy odległości ich od ziemi nieskończénie od siebie są różné? iakże sobie wystawić można, że xiężyc i planety porywané owym dziennym i nayprędszym obro-

Dowodliwá iest, że ziémiá około osi swoiéy obrácá się.

obrotém, mogą odbywać biegi swoie właściwé zawsze forémnie. Cóż tu mówić o kometach, którym także bieg ow spólny służy? wszystko to łatwo się wyłożyć może przez obrót ziémi.

§. II.

Ciało stałe (continens) żeby się obracać mogło, musi przynáymniéy dwa punkta mieć niewzruszoné.

Nader więc dowodliwá iest, że kula ziemna obrácá się około osi swoiéy, tak iak słońce i planety. Gdy ciało stałe obrácá się około iakowéyś linii, którą osią obrotu nazywámy, wszystkié iego punkta obiégaią łuki kół równoległych, maiących płaszczyzny prostopadłe do téyże osi; łuki te są wymiarami kątów, które się robią przez dwie linie, od tych punktów do środka każdego takiego łuku prowadzonych. Ciało stałe maiąc dwa punkta A i B niewzruszoné, ieżeli iest w biegu, musi się w koło obracać, a nawet tak, że oś obrotu przechodzić będzie przez punkta A i B.

Fig. 132.

Dáymy bowiém, że iakażkolwiek cząsteczka D ciała będącá za liniią AB, w jakimkolwiek czasie przechodzi z D na E; podzielmy liniią DE na dwie części równe, DC = CE, poprowadzmy ieszcze DA, CA, EA, i DB, CB, EB, a będzie DA = EA, DB = EB, i linije AC, BC, będą prostopadłe do DE, a tém samém liniia DE będzie prostopadła na płaszczyznę ABC. Podobnymże sposobém, gdy cząstka D przyydzie potém na iakié inne meysce G, poprowadziwszy liniią DG, i rozdzieliwszy ią na

dwie

dwie części równé DH = HG ta liniia DG będzie prostopadłą do płaszczyzny ABH. Przeto wszystkié takowé liniie DG, DE i t. d. znayduią się na płaszczyznie prostopadłéy do linii AB, która to płaszczyzna przechodzi przez punkt D, na niéy więc znayduią się wszystkié mieysca cząstki bieżacéy D, E, G, i t. d. Niech taż płaszczyzna przecina liniią AB w punkcie F poprowadzmy liniie DF, EF, a zrobią nam się tróykąty ADF, AEF równe i podobné. Jest zatém DF = EF = GF, i t. d. to iest cząstka D na owéy płaszczyznie prostopadłéy kréśli koło około srzodka F. Ze zaś, co się tu powiedziało o cząstce D ciała stałégo, to samo okazać się może na innéy iakiéykolwiek iego cząstce za liniią AB lub AF będącéy, wniéść więc należy, że całe ciało stałe obraca się około osi AF. i przeciwnie toż ciało musi się obracać, około osi swoiéy, gdy iego punkt którykolwiek obiéga koło.

§. III.

Gdybyśmy iakié ciało stałé obracaiącé się około osi AB przecięli płaszczyzną do niéy prostopadłą, przez którykolwiek punkt iéy C przechodzącą; cząstki ciała D i G na téyże płaszczyznie znayduiącéy się i zarówno oddaloné od punktu C, w równym czasie n. p. t, równé obiegą łuki DE, FN, w tym zaś samym czasie t, inna cząstka G, odległa od osi na CG, na teyże

Punkta ciała obrácaiącégo się maią nieiednaką prędkość.

Fig. 138.

téyże saméy płaszczyznie co i tamte znayduiącá się, obieży łuk GH, który ma się do DF, iak CG: CD. Podobnież cząstka L tegoż ciała, za płaszczyzną CF będąca iednakié łuki z cząstką M w równym czasie obiégać będzie, gdzie liniia LM iest prostopadła do płaszczyzny CF. Położywszy więc cząstki iakiéykolwiek D, odległość od osi CD = 1, łuk zaś DF, w danym czasie od tegoż punktu przebieżoné = a, toż odległość IL punktu innégo iakiégokolwiek L, od osi, nazwawszy r, będzie łuk b, od niego w tymże czasie t przebieżony = ra.

§. IV.

Prędkość kątowá (velocitas angularis) ciała obracaiącégo się.

Jeżeli więc w ciele stałém około osi niewzruszonéy obracaiącém się iedna którakolwiek cząstka D, iednostaynie obracá się tak, iż łuk a, w każdym czasie t przebieżony iest zawsze w stósunku nieodmiénnym n: 1; inné téż wszystkié cząstki tegoż ciała iednostaynie obracać się muszą. Ponieważ bowiém łuk b = ra, a = nt, będzie b = rnt, przeto b: t będzie téż w stósunku stałym rn: 1, bo się promién r = LI nie odmiénia. A że biegów iedno taynych prędkości są w stósunku mieysc w równym czasie przebieżonych, przeto ponieważ iest a: b = 1: r, będzie prędkość kątowá ciała stałego to iest łuk, a od cząstki iego D, odległy od osi na 1, w przeciągu iedney sekundy przebieżonéy

bie-

biegiém iednostaynym $= \frac{b}{r}$ to iest: równą prędkości innégo iakiégokolwiek punktu L, rozdzielonéy przez r, odległość tegoż punktu od osi. Maiąc więc znaną prędkość kątową iakiéykolwiek cząstki ciała, można będzie wynaléźć prędkość kątową innéy cząstki, byleby odległość iéy od osi była wiadomá.

§. V.

Rozgatunkowanié biegów i osi.

Każdé ciało stałé bieżąc albo postępuie, albo obrácá się, albo razém i postępuie i obrácá się, bieg więc wszelki zewnętrzny, to iest taki, iaki w ciele stałém znaydować się może, albo iest biegiém postępnym, albo biegiem obrotu, albo nakoniec biegiém z tych obydwóch złożonym. Bieg wewnętrzny má tylko mieyscé w ciałach tych, w których odległości punktów odmiéniać się mogą z przyczyny biegu, iakiémi są ciała płynné, alboli téż złożoné z wielu części oddzielnych, chociáż stałych, iakiémi są rozmaité silnie. Oś około któréy ciało stałe obrácá się, bydź może albo nieruchomá, iak w kołach młyńskich albo ruchomá, iak w kołach wozowych. Oś nieruchomá iest albo stała, to iest, zawsze sama sobie równoległa, albo niestała, czyli położénié swoié ustawnie odmiéniaiąca. Ciało bowiém stałé zacząwszy się obracać około iakiéy osi, może ią ustawnie odmiéniać.

§. VI.

§. VI.

Siła wśrzodpędná (vis centripeta).

Każdá cząstka ciała około osi swoiéy obracaiącégo się, biegłaby ráz wráz siłą bezwładności po linii prostéy, gdyby siła spoyności (*cohaerentiae*) bezprzestannie nie pociągała iéy do osi (Xię. I. Roz. III. §. 2.). Gdyby więc w którémkolwiek mieyscu czyli punkcie siła ta spoyności działać przestała, tedy w tym samym punkcie cząstka ta odeszłaby w kierunku styczném do punktu obwodu, czyli drogi swoiéy (Xię. I. Roz. VI. §. 11.). Że zaś taka cząstka opisuie koło, którégo srzodek przypáda w przecięciu osi z płaszczyzną tegoż koła (2.); stąd iasno okazuie się, że cząstka ta będąc spoioną z resztą ciała pociągana iest do srzodka pewną iakaś siłą, tak iak n. p. kamién w procy pociągany iest od ręki, która też procę obrácá, kierunek téy siły zawsze dąży do srzodka tego koła; i dla tego ona nazywa się siłą wśrzodpędną (*vis centripeta*). Siła ta zawsze odmiénia kierunek punktu, nie odmiéniaiąc prędkości (Xię. II. Roz. IV. §. 3.) punkt więc ten w kole swoim bezprzestannie iednostaynie obracać się musi, chybaby inna iaka przyczyna bieg ten odmiéniała

§. VII.

Siła od-

Punkt więc obrácaiący się ciągniony iest do srzodka częścią siły spoyności,

spoy-

spoyność więc ciał zawsze się osłabia przez ich obracanié się ; o czém samé doświadczénia przekonywaią. Tak n. p. gdy siła wśrzodpędna wyrównywa szóstéy części całéy siły spoyności, spoyność też osłabia się szóstą częścią w czasie obrotu, i właśnie tak się tu dzieie, iak gdyby punkt obracaiący się ciągnał nić, którą go ze srzodkiém łączy siłą wyrównywaiącą szóstéy części spoyności. Siła ta punktu obracaiącégo się, nazywa się siłą *odsrzodpędną*, która zawsze iest równa i wprost przeciwna sile wśrzodpędnéy : bo każdé działanié, ma zawsze równy sobie, a wprost przeciwny odpór, (Xię. III. Roz. II. §. 2.). I tak nitka którą ciężar iaki ciągniémy, ieżeli nie dość iest mocna, zerwie się, z przyczyny odporu ciężaru ; podobnież urwałaby się ta nitka siłą odśrzodpędną ciała obracaiącégo się zbytnią prędkością. Stąd się okazuie, iż siła odśrzodpędna, nie tylko zawsze iest równa sile wsrzodpędnéy, ale też kierunek iéy zawsze przypada na płaszczyznie koła, na którym się punkt obraca, i od srzodka prostopadle dąży ku obwodowi tegoż koła.

Śrzodpędná (vis centrifuga).

§. VIII.

Siła wśrzodpędna kierunek swóy ustawicznie odmiénia, i przeto nié może bydź zawsze iednostayna. Zebyśmy więc iéy wielkość w daném mieyscu A dokładnie ozna-

Jak się oznaczá

oznaczyli, przypuśćmy, że ona od tego mieysca przez nieiaki czas iest iednostayna, to iest, że liniia AC. taką prędkością, iaką ma punkt obracaiący się w A, w kierunku styczney AD iednostaynie i równolegle samey sobie postępuie, punkt zaś A, który bierzemy tu za bezciężki, i żadney przeszkody ani z przyczyny tarcia, ani z przyczyny oporu powietrza i t. d. w biegu swoim nie doznaiący, samą tylko siłą wsrzodpędną działaiącą iednostaynie w kierunku AC po teyże linii prostey spada. W takowym razie dany punkt określi liniią AF, która że będzie równorzutnia, łatwo się przekonać można (Xię. I. Roz. VI. §. 8.). Linije bowiem BE, DF do linii AC równoległe zawsze będą w stósunku kwadratowym czasów strawionych na ich przebieżenie w spadku; ponieważ siła wsrzodpędna brała się za iednostayna, a stąd biegi od niey sprawione, są biegami iednostaynie przyśpieszonemi (Xię. II. Roz. I. §. 2.). Gdy więc bieg drugi przy AD, iest także iednostayny, więc też będą się miały mieysca AB, AD, iak czasy, a zatem DF: BE = AD^2: AB^2.

wielkość siły wsrzodpędney.

Fig. 135

§. IX.

Jeżeli więc iest AD^2 = p. DF, będzie też AB^2 = p. BE, a tem samem p bydź musi liniią stałą, która z liniiami BE, DF i t. d. równoległemi do linii AC czyni prostokąty równe kwadratom z linii AB AD, i t. d.

Dalszy ciąg.

zro-

zrobionym. Poprowadźmy liniie ME, IF równoległé do styczney AD, przecinaiącé koło w punktach N i f, a będzie $If^2 =$ AI. IH; $MN^2 =$ AM. MH, gdzie AH bierze się za srzednicę koła danégo. Przeto $IF^2 =$ p. AI a zaś $If^2 =$ IH. AI, $IF^2 - If^2 =$ AI. (p—IH); które to zrównanié wszędzie ma mieysce byleby liniia DF biegiém równoległym do AC zbliżała się. Albowiém iest też $ME^2 - MN^2 =$ AM (p — MH). Im zaś liniia DF bardziéy się zbliżá do AC, tém téż różnica między IF, If, iako téż między IH, AH mnieyszą się staie. Jeżeli więc odległość AD iest nieskończénie mała, będzie $IF^2 - If^2 =$ o, stąd IH = AH, a przeto p — AH = o, czyli p = AH. to iest ilość stała p powinna bydź w powszechności = AH. a przeto $IF^2 =$ AH. AI. Położywszy więc IF = AC = $\frac{1}{2}$ AH, będzie $\frac{1}{4}$ AH czyli $\frac{1}{2}$ AC = AI = DF, przeto AC = 2DF. Prędkość więc siłą wsrzodpędną w czasie t sprawiona, którą punkt bieżący z A przychodzi na F zupełnie równa iest na tén czas prędkości, którą się obracá w punkcie A; bo że bieg od rzeczonéy siły wsrzodpędnéy sprawiony iest iednostaynie przyśpieszony, prędkość więc iego po wypełnionym czasie t, taka będzie, iż w tymże czasie przebiédźby mógł mieysce 2DF = AC = AD, które też w czasie t, prędkością obrotu iednostaynie się przebiégá. Jeżeli więc punkt obrácaiący się przypuszczá się bydź ciężki,

liniia

liniia zaś DF taka, iż tenże punkt wolnym spadkiém w czasie t, przebiédź ią może, tedy ciężar punktu G, będzie równy sile wśrzodpędnéy v; i na ten czas DF iest wysokością a odpowiadaiącą prędkości obrotu c, bo punkt spadłszy przez DF w czasie t, nabytą prędkością w tymże czasie iednostaynie przebiédzby mógł mieyscé 2DF = AD, lecz ieżeli mieyscé DF siłą iednostayną v w czasie t, przebieżoné większé albo mnieysze iest od wysokości a odpowiadaiącéy prędkości c, tedy siły iednostayné v i g będą w stósunku prędkości, iakié będą w czasie t, (Xię. II. Roz. I. §. 12.) czyli w stósunku mieysc 2DF i 2a, któré témiż prędkościami w tymże samym czasie t bydź mogą przebieżoné. Przeto ogólnie mówiąc iest v: g = 2DF: 2a = AC: 2a; skąd się pokazuie, że siła wśrzodpędna wszędzie w kole AfH równéy iest wielkości: bo też prędkość punktu koło opisuiącégo siłą tą nié może się odmiéniać, a tém samém wysokość A iest stała (6.).

§. X.

Ruch wachadeł ciężkich (pendulum). Kulka zawieszona na nitce pionowéy CD, uwiązanéy na gwoździu C, podniesiona aż do A czyli do linii poziomèy AB, która liniią pionową CD rozdziéla na dwie CB = BD, kulka ta mówię spadłszy z punktu A na D przez wysokość $\frac{1}{2}$ CD

Fig. 136. dwa razy większą siłą ciągnie nić w D

a ni-

a niżeliby ciągnęła, spokoynie wisząc. W tym bowiém razie nić nie tylko ciągniona iest ciężarém kulki, lecz i siłą odsrzodpędną w kierunku CD, siła zaś odsrzodpędna kulki w punkcie D, gdzie iéy prędkość odpowiada wysokości $\frac{1}{2}$ CD, wyrównywa ciężarowi kulki (§. 7. 9.). Gdybyśmy zaś nici, na któréy punkt ciężki wisi, zamiást położenia pionowégo AC dali położénié iakiékolwiek ukośné AD, i potém ténże punkt w D popchnęli w kierunku prostopadłym do płaszczyzny pionowéy ADC, tém udérzeniém opisze on koło poziomé DBHD około punktu C, Fig. 137. obiégaiąc to koło nie wrácá się do punktu C, a tak nić obrácać się będzie po powiérzchni ostrokręgu prostégo (*conus*). Przeciągniymy bowiém podług upodobaniá promiéń CD aż do E, poprowadźmy pionową DF prostopadłą do D, E, i niech má się DE, do DF, iak siłą punktu odsrzodpędná obrotém sprawioná, má się do ciężaru teyże kulki. Ponieważ obydwie linije maią kierunek sił swoich, i obydwie razém siły działaią na ténże punkt, wykreśliwszy rownoległobok DEGF łatwo widzieć można, że punkt, o którym mowa, ciągniony iest siłą DG a przeto on, gdy przekątnia ta iest tylko przedłużéniém linii AD nié może ani wrócić się ku C ciężarém swoim, ani też siłą odsrzodpędną, bardziéy od tegoż punktu C oddalić się, lecz iednostay-

staynie musi biédz po kole poziomym około C, ponieważ siła DG niszczy się od gwoździa w punkcie A; co właśnie *Huheniiusz* okazał, dowodząc do zegarów użyć można wachadeł nie kołyszących się, lecz powiérzchnią ostrokręgu iednostaynie wykréślaiących.

§. XI.

Stósunek sił wsrzodpędnych w tym przypadku, gdzie więcéy punktów obrácá się około iednego śrzodka.

Fig. 135.

Daymy, że punkt A maiący miąższość m, ciężar g, prędkość c, odpowiadaiącą wysokości a: znowu punkt I, maiący miąższość n, ciężar g', prędkość k, odpowiadaiącą wysokości á, około tegoż samégo srzodka C wykreślaiąc koła na tablicy poziomey tak, żeby bieg ich ciężkości, ani tarciém, ani inną iakąkolwiek przyczyną zewnętrzną nie był przeszkadzany; w takowém zdarzéniu siła wsrzodpędná v, punktu A, mieć się będzie do iego ciężaru g, iak $2a : AC$, oraz siła wsrzodpędná f, punktu I mieć się będzie do iego ciężaru $g' = 2a' : IC$ (§. 9.). Przeto $vg' : fg = a . IC : a' . AC$, i $v : f = \frac{ag}{AC} : \frac{a'g'}{IC}$. A że iest $a : a' = c^2 : k^2$ i znowu $m : n = g : g'$. Zatém $v : f = \frac{mc^2}{AC} : \frac{nk^2}{IC}$, i ta proporcyá stósownie do przypuszczénia powyższégo má mieyscé, chociażbyśmy punkta A, I. brali za bezciężkié. Jeżeli zaś czas obieżny (*tempus periodicum*) to iest czas, w którym

całe

całe koło raz przebieżoné od punktu A, nazwiémy T, czas zaś w którym punkt I koło całe przebiegá, oznaczymy przez t, tedy (ponieważ biegi w kołach są iednostayne) (§. 6.) będzie c: k: iak koło większé podzieloné przez T, do koła mnieyszégo podzielonégo przez t; że zaś koła są w stósunku swoich promiéni, będzie więc $c: k = \frac{AC}{T} : \frac{IC}{t}$. Stąd $v: f = \frac{m. AC}{T^2} : \frac{n. IC}{t^2}$. Jeżeli więc obydwa te punkta znayduią się na iednéyże linii nieuginaiącéy się AC a przeto ieżeli obydwa w jednymże czasie koła swoie wykréślaią, tedy będzie $T = t$, i $v: f = m. AC: n. IC$. Siły więc odsrzodpędné tych punktów będą wtedy równé, kiedy ich miąższości mieć się będą w stósunku odwrótnym ichże odległości od srzodka; ieżeli bowiém iest $m: n = IC: AC$ tedy będzie $m. AC = n. IC$, a przeto $v = f$.

§. XII.

Dopiéro odkryty stósunek sił odsrzodpędnych obiaśnić się może rozmaitémi doświadczéniami. Na tén koniec weźmy płaszczyznę okrągłą n. p. talérz AH na podstawie tak osadzoną, żeby mogła poziomie obracać się z łatwością około swoiego srzodka C. Na końcach iakiéykolwiek iéy srzednicy AH. przyprawmy słupki pio- Doświadczéniá tyczącé się siły odśrzodpędnéy. Fig. 138.

pionowo równe AB, HG, i do ich końców B, G, przymocuymy drót poziomy BG, na którym znayduie się nawleczona kulka D srzodkiém wydrążona tak, żeby wolnie tam i sam posuwać się mogła. To maiąc, ieżeli ustawimy kulkę niej po nad srzodkiém C lecz cokolwiek obok iego, i zaczniémy obracać płaszczyznę AH, postrzeżémy, iż taż kulka odchodzić będzie od srzodka swoią bezwładnością, iako ku niému od żadnéy siły nie pociągana. Ale ieżeli liniią AH poczynaiąc od srzodka C, podzielimy z obydwoch stron na iléko lwiek części równych 1, 2, 3, i t. d. i na drót BG nawleczémy inną kulkę F równéy miąższości z piérwszą, oraz połączymy ié nitką lub łańcuszkiém dobrze wyciągnionym, tak żeby odległości ich od srzodka C były iednakié: obracaiąc nawet iak nayprędzéy płaszczyznę AH, obydwie te kulki będą w spoczynku, byleby one żadnégo przy tém uderzenia nie poniosły. Gdybyśmy zaś iedną z tych kulek posunęli pomiędzy 1, i 2, drugą pomiędzy 1 i C, na tén-czas tamta będzie odchodziła od srzodka, i tę z sobą pociągać podczas obrotu płaszczyzny okrągléy. W ogólności zaś powiedzieć trzeba, że kulki w podobném zdarzéniu zostaią w spoczynku, ieżeli ich miąższości są w stósunku odwrotnym onychże odległości od srzodka; ieżeli zaś nie zachodzi stósunek tén, w ten czas zawsze

wsze iedna drugą pociągá, gdyż siły odsrzodpędné kulek w piérwszym razie są równé, w drugim nie równé.

§. XIII.

Gdybyśmy zamiást kulek użytych w poprzedzaiących doświadczéniach, użyli rurki EG ukośnie przyprawionéy do płaszczyzny poziomey talérza, i do niéy wrzucili kawałki ołowiu lub czego innégo, zatkáwszy tę rurkę, obrácaiąc chyżo talérz, kawałki ołowiu wznosić się zaczną do góry. W tym bowiém razie ciała té iakoby po płaszczyznie pochyłéy częścią pewną ciężaru swego na dół są naglóné ku GE (Xięg. II. Roz. I. §. 2.) i ta to iedynie siła pociągá ié do srzodka: dopóki talérz zwolna się obráca, wydoływá oná utrzymać ciała rzeczóné na mieyscu, lecz iak tylko ciężkość obrotu powiększá się, i siła odsrzodpędná ią przewyższać poczyná (gdyż siła ta pomnáżá się w stósunku kwadratowym prędkości) natychmiást ciała będące w rurce, podnoszą się do góry tą częścią siły swoiéy odsrzodpędnéy, którą przewyższaią siłę ku C naglącą. Gdybyśmy zaś do teyże rurki EG wlali płyny różnéy gęstości, iako to wodę, oliwę i t. d. i nad to ieszcze wrzucili kawałki ołowiu, obracaiąc chyżo talérz, postrzeżémy, że cząstki ołowiu, maiąc większą gęstość, większéy nabywaią siły odsrzodpędnéy w iednakiéy od srzodka odległości, a ni-

Inné doświadczéniá.

Fig. 139.

a niżeli cząstki oliwy lub wody, (§. 2.) i dla tego ołów przez obydwa płyny wznosi się w rurce, i obéymuie górné mieyscé. Dla téyże przyczyny i woda wznosi się nad oliwę, oliwa zaś nayniżéy zostaie. Ciała więc różnéy gęstości pomięszané z sobą, mogą przez takowy iak się powiedziało obrót, łatwo bydź oddzielоné. Podobnież się dzieie w silni, za pomocą któréy zbożé wyczyszczá się z plew i lekkich kąkolu nasion. Jeżeli zaś w kulkę szklanną wewnątrz wydrążoną około osi poziomey mogącą się obracać wleiémy wodę wraz z proszkiém ołowiu, obracaiąc też kulę, postrzeżémy, że proszek przylégać będzie do szkła, czyniąc iakoby prążki iakié, woda zaś niżéy ołowiu układać się będzie w kształt kuli wydrążonéy a powietrzé resztę prożnégo mieysca napełni.

§. XIV.

Srzodek ciężkości linii, która się obrácá około niego, przez ten obrot z mieysca się swoiego nie ruszá.

Dáymy, że dwa punkta bezciężkié linija tęga połączoné, maiac miąższości A i B obracaią się na iednéy zawsze płaszczyznie około punktu C, który to punkt byłby srzodkiém ich ciężkości, gdybyśmy ié brali za ciężkié, w takowym obrocie srzodek C będzie nieruchomy; gdyż mnogości wypadaiacé z miąższości A i B i ich odległości od punktu C są równé, (Xię. II. Roz. II. §. 12.) a tém samém i siły odsrzodpędné są równé (§. 11.). Więc punkt C, będąc równie ciągniony w strony przeciwné

Fig. 140.

ciwné ku A i ku B, z mieysca swego bydź ruszonym nié może, chociaż z siebie iest ruchomy przez takowy obrót. Podobnie dziać się będzie z liniią prostą fizyczną, to iest taką, ktorey każdy punkt miałby pewną miąższość: zbiory wag (*summae momentorum*) a przeto i zbiory sił odsrzodpędnych po obu stronach będąc iednakié, nie dozwolą srzodkowi C, chociaż z siebie ruchomemu uchodzić z mieysca, byleby taż liniia na iednéy zawsze obracała się płaszczyznie: przeciwnie zaś działoby się, gdyby się taż liniia nie około srzodka C, lecz innégo iakiego punktu H obracała. Gdybyśmy zaś, liniią fizyczną FG nie na płaszczyznie, lecz po ostrokręgu około osi DE, przez srzodek iéy cięžkości C przechodzącą obrácali, i w tym razie także zbiory wag i sił odsrzodpędnych z obydwoch stron będąc iednakie, utrzymywać będą srzodek C w spoczynku: lecz ponieważ siły odsrzodpędné maiąc kierunki zawsze prostopadłé do osi DE, odciągaią od téyże osi liniią FG po wszystkich iéy punktach G, F, i t. d, dla tego taż liniia obracaiąc się co ráz bardziéy od osi się oddalá, aż poki kąt DCG, lub FCE nie stanie się prostym; po czém żadna więcéy odmiana obrotu mieysca nié ma.

§. XV.

Osią wolną nazywámy tę oś, któréy ani podpiérać, ani przytrzymywać nie potrze- Oś wolná

trzeba, ażeby ciało bezciężkié nie doznaiąc ani tarcia, ani oporu powietrza, lub innéy iakiéy przeszkody mogło się około niéy iednostaynie obracać. Oś takowa zawsze przechodzi przez ow punkt ciała, któryby był śrzodkiém iego ciężkości, gdyby ono miało iakikolwiek ciężar, ten zaś sam punkt nazywa się śrzodkiém miąższości, gdy ciało bierze się za bezciężkié. Przetniymy bowiém ciało obracaiącé się około osi wolnéy płaszczyzną prostopadle przez tęż oś przechodzącą, a w takim razie wszystkié cząstki na téyże płaszczyznie znayduiącé się w kierunkach do osi prostopadłych, a zatém do siebie równoległych, siłami swémi odśrzodpędnémi tak będą na się wzaiém działać, iak gdyby zewsząd oś ciągnęły (§. 14.). A że oś w tym razie spoczywa, wnieść więc należy, iż zbior sił odśrzodpędnych z jednéy strony osi równy bydź musi zbiorowi sił z drugiéy strony. Maią się zaś siły odśrzodpędné rzeczonych cząstek czyli punktów tak, iak by się miały wagi (*momenta*) ich, gdyby były ciężkiémi (II. Xięg. II. Roz. II. 12.); przeto zbiory wag, punktów ciała z obu stron osi, na każdéy płaszczyznie przez oś przechodzącéy bydź muszą równé. Oś więc przechodzi przez śrzodek miąższości ciała (Xięg. II. Roz. III. 1.). Są także i wagi sił odśrzodpędnych na osi wolnéy równé

i śrzodek miąższości.

wzglę-

względém śrzodka miąższości. Każdy bowiém punkt ciała za osią leżący, siłą odśrzodpędną naglony iest, iakoby ciężarkiém do osi przywiązanym, a zatém ieżeli na osi iakiéy przez srzodek miąższości ciała przechodzą éy zbiór wag tych ciężarków z jednéy strony śrzodka, nie wyrównywa zbiorowi wag z drugiéy strony, oś około śrzodka obracać się będzie, i nié może zostać w spoczynku, chociaż srzodek spoczywa. Ze zaś oś wolna nieruchoma iest względém śrzodka miąższości, idzie zatém, że zbiory wag sił odśrzodpędnych z obydwóch stron osi są sobie równé.

§. XVI.

Jakby można oznaczyć oś wolną, maiąc dany układ cztérech iakichkolwiek punktów.

Chcąc się dokładniéy w téy mierze obiaśnić, przypuśćmy, iż mamy sobie dané cztéry punkta iakiékolwiek bezciężkié, którychby były miąższości A, B, D, E, mocno z sobą połączoné, daymy i to, że téż punkta obracaią się około iakiéyś osi IF przez srzodek C ich miąższości przechodzącéy. Poprowadźmy liniie CA, CB, CD, CE, iako téż AH, BI, DG, EF do osi prostopadłe, będzie B. BC = D. DC, i A. AC = E. EC. przeto B. BI = D. DG, i A, AH = E. EF, gdyż C iest śrzodkiém ciężkości. Ze zaś siła odśrzodpędna miąższości B, iest iak B. BI, i siła odśrzódpędna miąższości E, iak E. FE; obie zaś iakoby pociągané są od osi w kierunku iednakim ku B, lub E, oś więc ta będzie Fig. 141.

niby

niby dzwignią pierwszégo rodzaiu (*vectis heterodromus*) na któréy w takowym kierunku ciężary B. BI i E. FE działaią. Jeżeli więc punkt C iest nieruchomy, wytrzymuie on siłę B. BI + E. FE, a zatém takiéy siły potrzeba, któraby go utrzymywała. A że z drugiéy téż strony osi ku A lub D równa pociąga go siła A. AH + D. DG = B. BI + E. FE; przeto środek miąższości C zarówno pociągany iest ku L iak ku M. a zatém zostaie w równéy wadze, i nié może uchodzić z mieysca, chociaż nie iest wstrzymywany, upaśdź też nié może, iako wzięty za bezciężki.

§. XVII.

Dalszy ciąg.

Ale nie każda oś iest wolná, którá przez środek miąższości C przechodzi. Może bowiém drąg ciężarami obładowany mieć iaki punkt stały, a jednakże nie bydź w równowadze, lecz około niego obrácać się. W tym więc razie oś obrotu punktów A, B, D, E, nie zostanie w spoczynku, ieżeli siły odśrzodpędne około C nie są w równowadze. Że zaś każdą takową siłę możná brać za ciężarek, i oś za drąg, będzie waga siły odśrzodpędnéy A. AH na osi IF = A. AH. CH, waga siły B. BI = B. BI. CI, i t. d. (Xię. II. Roz. II. 12.). Lecz siły w B i D pociągaią liniią prostą CI ku B, siły zaś w A i E pociągaią ią ku A, czyli raczéy punkta A, B, D, E, siłami swémi odśrzodpędnémi, tak na się wzaiém działaią, iak

gdyby

gdyby ciągnęły liniią CI, przeto zbiór wag: A. AH. CH. + E. EF. CF bydź powinién równy zbiorowi wag B. BI. CI. + D. DG. CG, ażeby oś była w równéy wádze. Jeżeli więc kąt ICB = FCD = r, i kąt ACH = FCE = n będzie BI = BC. Wsta. r, CI = BC. Dosta. r, AH = AC. Wsta. n, i CH = AC. Dosta. n. Przeto ieżeli oś IF iest wolná, będzie B. $\overline{BC}^2$. Wsta. r. Dosta r. + D. DC^2 Wsta r. Dosta r = A. $\overline{AC}^2$ Wsta. n. Dost n + E. EC. Wsta n. Dost. n. Stąd B. BC. DB. Wst. r. Dost. r = A. AC. AE. Wst. n. Dost. n (16.); a że wiémy z Trygonometryi że Wst. 2r = 2 Wst. r. Dost r; toż Wst 2n = 2 Wst. n. Dost n. Przeto B. BC. BD. Wsta 2r = A. AC. AE. Wsta 2n. Jeżeli zaś kąt ACB = a iest stały, będzie zatém Wsta. 2n = Wsta. (2a — 2r) = Wsta: 2a. Dost. 2r — Wst 2r. Dost. 2a. Jeżeli więc iest Wsta. 2n: Wsta 2r = p: 1, będzie p. Wsta. 2r = Wsta. 2a. Dost. 2r — Wsta 2r. Dost. 2a; a przeto

$$p = \frac{\text{Wsta. } 2a}{\text{Sty. } 2r} - \text{Dost } 2a, \text{ toż Sty.}$$

$$2r = \frac{\text{Wsta. } 2a}{p + \text{Dost. } 2a}.$$ Maiąc więc dany stósunek stały B. BC. BD: A. AC. AE. który bierzémy za = p: 1, ieżeli kąt stały a, przez liniią IF tak rozdzielimy na dwie

czę-

części r, n, żeby była $Sty. 2r = \frac{Wsta. 2a}{p + Dost. 2a}$, będzie IF osią wolną. Jest bowiém na ten czas Wstą 2n: Wsta. 2r = p: 1, przeto B. BC. BD. Wsta 2r = A. AC. AE. Wsta 2n.

§. XVIII.

Każdy układ cztérech punktów na dwie osi wolné.

Układ więc każdy cztérech punktów mocno z sobą spoionych, ma iakąś oś wolną IF, bo kąt ACB zawsze tak się rozdzielić może na dwa kąty n, i r, iżby była Wsta. 2n: Wsta 2r w stósunku danym p: 1. Łatwo też okazać można, że liniia ON, prostopadła do IF przez śrzodek miąższości C przechodząca, iest osią wolną tychże punktów. Poprowadziwszy bowiém AL, BM, EN, DO, do osi ON prostopadłe, a tém samém do osi IF równoległe, będzie waga siły odśrzodpędnéy w A, względém osi ON, = A. AL. CL. = A. CH. AH, waga siły punktu B = B. BM. CM, = B. BI. CI, waga siły punktu D = D. DO. CO. = D. DG. CG, i waga siły punktu E = E. EN. CN = E. CF. EF. A że A. AH. CH + E. EF.CF = B. BI. CI. + D. DG. CG (17.). Zatém wagi sił odśrzodpędnych punktów A, B, D, E, z obu stron osi NO są równé, oś więc ta iest osią wolna.

§. XIX.

Każdé ciało stałe ma

Gdy ciało stałé poczyna się obracać około iakiéy osi przechodzącéy przez srzodek iego miąższości nieruchoméy, a oś za śrzod-

śrzodkiém nie iest przytrzymywaná, w takim razie obrácaiąc ciało dané taż oś, albo zupełnie zostaie niewzruszoná, a przeto iest wolná, alboli téż względém srzodka miąższości położénié swoie odmiénia. Jeżeli odmiénia, przetniymy ciało płaszczyzną przechodzącą przez oś i kierunek, w którym oś iakoby obracać się poczyna, a tak kierunek srzedni wszystkich sił odśrzodpędnych znaydować się będzie na płaszczyznie téy, na któréy się oś obrácać poczyná. Niech więc IB wyráżá kierunek srzedni wszystkich sił odśrzodpędnych po nad C, z iednéy strony osi znayduiących się, FE zaś pod C, niech HA wyráżá kierunek srzedni z drugiéy strony osi nad C, a zaś GD pod C, to iest wszystkié siły odśrzodpędne z obu stron osi, tak nad, iak i pod śrzodkiém miąższości C będącé razém zebrané, niech będą równé siłóm odśrzodpędnym punktów A, B, D, E. Przetniymy kąt ACB = a tak, iżeby była

naymnieÿ trzy osi wolné.

$$\text{Sty. 2. ICB} = \frac{\text{Wsta. 2a}}{\text{p} + \text{Dost. 2a}}$$

, gdzie p: 1 wyráżá stósunek B. BC. BD: A. AC. AE, liniia rozcinaiącá kąt ACB, będzie w tym razie osią wolną ciała (17.). Poprowadziwszy zaś na téyże saméy płaszczyznie liniią prostopadłą do téy osi, i ta także prostopadła będzie osią wolną tegoż ciała (18.). A ieżeli ieszcze ciało dané przetniémy płaszczyzną przechodzącą przez

tę

tę oś drugą, a prostopadłą do osi piérwszéy; podobnie okazać można, że i na téy płaszczyznie dwie się znayduią osi wolné do siebie prostopadłe ; przeto każdé ciało stałé naymniéy ma trzy osi wolné : wielé zaś takich ciał znayduie się, które maią więcéy niżeli trzy osi wolné. I tak kuli iednorodnéy stałéy, każda srzednica iest osią wolną ; ponieważ z obu stron każdéy srzednicy, w równéy od srzodka i srzednicy odległości zawsze się znayduią punkta równé, których więc i siły odśrzodpędne i wagi sił są sobie równé.

§. XX.

Osi wolné ziémi.

Fig. 142.

Gdyby ciało iakie stałe iednorodné, taki miało kształt, iaki z obrotu danéy figury H L F około podstawy prostéy i nieruchoméy HF powstać mógł, liniia ta będzie osią wolną ciała, przechodzącą przez C śrzodek iego miąższości. W takowym bowiém razie z dwoch którychkolwiek punktów A i E danych, około C równo się ważących poprowadziwszy liniie AB, ED prostopadle do osi, tak, żeby było IB = IA; DG = GE; inné dwa równé będą punkta B i D w témże ciele, także między sobą równoważącé około C, których to punktów zbiór wag sił odśrzodpędnych B. BI. CI + D. DG. CG. = B. BI. IG. równa się zbiorowi wag sił odśrzodpędnych w punktach danych A. AI. CI. + E. EG. CG = A. AI. IG. Wtedy więc

iest

iest A. AI. = B. BI ; D. DG = E. EG to iest oś wolna przechodzi przez śrzodki ciężkości I, G punktów A, B, i D, E. A zatém czy to H L F liniia krzywa iest kołowa, czyli taka, któréy promiénie CH, CL są nierówne, zawsze wszelako liniia HF będzie osią wolną ciała stałego opisanégo obrotém figury HFL około HF. Ponieważ więc ziemia iest kulista (Wstęp I, 6.) i bierze się za iednorodną, i ma kształt taki, iaki z obrotu którégokolwiek południka HLF około iéy osi utworzyć się może, pomimo tego, że połowa iey osi iest nie co mnieysza od promiénia równika (iak się niżéy okaże) oś ta HF iest osią wolną ziémi ; i owszém każda srzednica równika iest osią wolną, byleby półkula ziemska południowa była zupełnie równa i podobna północnéy. Na ten czas bowiém kształt ziémi wykréślić się może obrotém półkola południka, które to półkolé od równika poczynaiąc się i na nim się kończąc, około srzednicy iakiéyś tegoż równika obraca się.

§. XXI.

Pomiędzy równikiém i biegunami ziémi żadnéy osi nié masz wolnéy. Niech bowiém będzie MN takową osią przez srzodek ziémi C przechodzącą, przetniymy kulę ziemską płaszczyzną QR do MN prostopadłą, ponieważ każda liniia prostopadła do osi MN, tak się przecina nad C, Pomiędzy osiami wolnémi ziémi, iedna iest oś główna.

Fig. 143

C, iż iest AI > IB zaś pod C tak że iest GE > DG. zbiór więc sił od srzodpędnych i ich wagi w stronie MCQ i RCN większy będzie od zbioru wag tychże sił w stronie MCR i QCN, przeto oś MN bardziéy iest pociągana od M ku L lub od N ku I a niżeli w stronę przeciwną; skoro więc kula HLFH obracać się poczyna około MN, oś ta nachyla się ku L, to iest: iéy cząstki obracać się natychmiast poczynaią tak, iak i punkta strony MCQ obracaią się. Przeto około iakiéyś osi OCP pomiędzy MN i HF obrót się poczyna i oś sama obrotu iakoby cofa się ku biegunom H i F, że zaś cofać się nie przestaie dopoki iest wolną czyli do poki nie pada na HF, kąt więc MCH ustawnie się zmnieysza, a na koniec zupełnie niknie. Zatém oś ziémi przechodząca przez bieguny iest główną pomiędzy wszystkiémi iéy osiami wolnémi. Gdyby bowiém ziémia poczęła obracać się około osi nie wolnéy, oś ta przez sam obrót nieustanny zamieniłaby się na oś iaką wolną przez bieguny przechodzącą, nigdyby zaś nie przechodziła przez równik.

§. XXII.

Ziémia obrácá się około osi wolnéy.

Ponieważ wszystkie ciała Niebieskié zdaią się obracać około osi HF, (wstę. XII. 10.) wnosi się więc że ziémia, ieżeli się obraca, obraca się około téy osi HF;

HF; nie dziw więc, że obrot ieyżzawsze iest iednostayny i że nie potrzeba żadnéy siły, iżby ta oś będąc wolną, była utrzymywaną. Gdyby zaś ciała niebieskie obracały się nie ziémia, na cożby oś ich obrotu razém bydź miała osią wolną ziémi? za cóż ta iedna oś ze wszystkich wolnych byłaby główna? czemużby ona nie przypadała pomiędzy srzednicą ziémi naykrotszą HF i naydłuższą LI? czémużby na koniec ciężkość na powiérzchni ziémi (iak wkrótce zobaczymy) ku biegunóm rosła, a zmnieyszała się ku równikowi? izaliż to nie iest nayoczywistszym znakiém, że ciężkość zmnieysza się siłami odsrzodpędnémi, które to siły pod równikiém są naywiększe a pod biegunami żadné? czyliż więc nie iest rzeczą pewną i nie zawodną, że sama kula ziémska, nie zaś ciała niebieskié obracaią się.

ROZDZIÁŁ II.

o tworzéniu się biegu kołowégo.

§. I.

Ponieważ na iednémże mieyscu ziémi wszystkie ciała w próżni rowną prędkością wolnie spadaią, a tém samém w równym czasie równych prędkości nabywaią

Siły piérwiástkowé i zbiorowé czyli cięż-

ią naglonéciężkością; wystawiwszy więc sobie, że wszystkié te ciała rozdzieloné są na punkta naymnieyszé fizyczné rowné; siły którémi te punkta spadaią muszą bydź między sobą równé, z przyczyny równych miąszości. Punkta te naymnieysze równé składaiącé ciała, nazywaią się ich piérwiastkami (*elementum*) siły zaś, ktòrémi na dół są naglоné też punkta, nazywaią się siłami piérwiastkowémi albo cząstkowémi (*vires elementares*) co stanowi ciężkość ciał: siła zaś w całém ciele iakiém, bieg postępny rodzącá nazywá się siłą zbiorową czyli całkowitą, (*vis totalis*) takiémi całkowitémi siłami są ciężary ciał. Jeżeli więc ciało iakié składá się z piérwiastkow M, a każdy z nich naglony iest siłą iednostayną piérwiastkową g w jednymże kierunku, tedy bieg postępny w tym kierunku utworzy się w ciele siłą całkowitą Mg. A że M będąc liczbą piérwiastków ciała wyrażá iego tém samém i miąższość, któfa tém większá zawsze iest, im większá iest liczba piérwiastków, przeto przez tęż miąższość rozdzieliwszy siłę zbiorową ciała, otrzymamy siłę piérwiastkową. Daymy, że siła iednostayná V, w miąższości M, czasie T, rodzi bieg postępny prędkości C, niech oraz v wyrážá inną siłę iednostayną, która w miąższości m, czasie t, rodzi bieg postępny prędkości c, będzie

Kość i ciężar ciał.

dzie więc V: $v = \frac{MC}{T} : \frac{mc}{t}$ (Xię. II. Roz. I. 12.) Zatém siły piérwiástkowé G, g, też biegi rodzącé są w stósunku $\frac{V}{M} : \frac{r}{m} = \frac{C}{T} : \frac{c}{t}$: albo położywszy $T = t$ będą w stósunku prędkości w jednymże czasie nabytych. Siły więc piérwiástkowé, mogą bydź równé między sobą, chociáż zbiorowé nie są równé, i przeciwnie. Bydź bowiem może $\frac{MC}{T} = \frac{mc}{t}$ a iędnak $\frac{C}{T} > \frac{c}{t}$ i znowu $\frac{MC}{T} > \frac{mc}{t}$, a iednak $\frac{C}{T} = \frac{c}{t}$ i t. d.

§. II.

Siły styczné.

Fig. 144.

Lubo miąższości ciał z równych piérwiástków czyli proszków (Atomus) skłádaią się, stąd iednak nie wypadá, żeby ich wszystkié punkta fizyczné miały bydź równé między sobą albo równéy gęstości. Przekonywá nas rożna ciężkość gatunkowá tychże ciał, że i náydrobnieyszé ich cząsteczki zaledwie czulné różnią się iednakże między sobą, a przeto z wielu piérwiastków skłádaią się, maią pewną miąższość i nie są piérwiastkami; Wystawiwszy sobie, że punkt tako-

wy A (Wstęp Roz. XV. 8.) na linii tęgiéy CA około punktu stałego C obraca się, bieg takowy w istocie swoiéy będzie biegiem postępnym, gdyż części iego nié można rozróżnić, a nawet różność odległości tych części od punktu stałego C, a przeto i różność biegów ich nieskończénie iest mała, to iest żadna. Punktów więc tym sposobem obracaiących się miąższości bydź mogą równé, iednak ich biegi zawsze są biegami postępnémi: siła zaś punkt takowy A, około C naglącą, ieżeli sama sobie zawsze równą zostaie i iest Styczną (*tangentialis*) to iest: ieżeli w każdém mieyscu A ma kierunek styczny koła AB iest iednostayna, pomimo tego że kierunek swóy ustawnie odmiénia, ponieważ w tym razie odmiana kierunku nie biegu nie gubi (Xię. II. Roz. IV 3.); przeto bieg takową siłą przez łuk AB w czasie t sprawiony, iest iednostaynie przyspieszony, i punkt A przy końcu czasu t w mieyscu B ma prędkość, którą w tymże czasie przebiédz może biegiém iednostaynym łuk 2AB (Xię. II. Roz. I. 12. Xię. I. Roz. IV. 8.)

§. III.

Siły piérwiástkowéy, którą punkt

Przypuściwszy, że dwa punkta bezciężkié, około punktów stałych C i O obracaią się tak, iż naprzod w A i M zostaią w spoczynku, a potém równémi

siła-

siłami stycznémi w czasie t przebiégaią łuki AB, MN wymiérzaiącé kąty równé ACB, MON będą siły piérwiastkowé naglącé téż punkta, iakieżkolwiek są ich miąższości, będą w stósunku CA: OM. Będą bowiém miały przy końcu czasu t, takie prędkości, którémi w równym czasie iednostaynie przebiédz mogą 2 AB i 2MN (2) a przeto samé prędkości w nich sprawioné będą w stósunku tymże AB : MN = AC: MO, gdyż kąt C = O. w tymże samym stósunku są i siły piérwiastkowé. Taż sama prawda mieć ieszcze będzie mieyscé, chociażby punkta w A i M nie spoczywały, lecz biegły w kierunku stycznych do A i M byleby ich prędkości początkowé były w tymże stósunku AC: MO. W tym bowiém razie każdy z tych punktów, przy końcu czasu t, ma prędkość z dwóch innych złożoną: a że w każdym z tych punktów prędkości poiedynczé maią iednaki kierunek i są w jednymże stósunku, więc i prędkości ich złożoné w tymże będą stósunku. Naznaczywszy więc siłę piérwiastkową ciężkości przez 1, wysokość wolnégo spadku ciała ciężkiego w przeciągu sekundy = g przypuściwszy oraz, że siła piérwiastkowa styczna przy A równa się ciężkości, i taż sama siła przy M = G, łuki zaś AB i MN przebieżoné są w czasie 1″ z mieysca spoczynku: w takowém zdarzéniu bę-

iaki obrącá się stósunek do ciężkości.

dzie łuk AB = g, G: 1 = MN: g, punkt zaś M nabędzie w tén czas prędkości 2MN to iest takiéy, którą łuk 2MN, w czasie 1'' iednostaynie przebiédz może. Prędkość więc kątowa k, któréy drąg OM w czasie 1'' nabywá, $= \frac{2MN}{MO}$ (Roz. I. 4.) przeto $G = \frac{MN}{g} = \frac{MO.\,k}{2g} = \frac{rk}{2g}$, gdzie r wyráża w ogólności odległość punktu M od punktu stałégo.

§. IV.

Wachadła sekundowé na różnych mieyscach ziémi, są w stósunku ciężkości piérwiástkowych tych że mieysc.

Z tego, co poprzedziło, łatwo wyrozumieć można, że ieżeli na dwóch różnych mieyscach ziémi dwa wachadła poiedyncze, nie równéy długości w iednakim zawsze czasie równé łuki przebiégaią, siły ciężkości piérwiástkowé w tych mieyscach są w stósunku długości wachadeł. Niech wachadło krótsze AC na iednéḿ mieyscu ziémi, i dłuższé MO na drugim, w równym czasie równo się wachaiąc, opisuią łuki czyli kąty ACB, MON; niech oráz liniie prosté CB, ON, będą pionowé, podzielmy łuk AB na ilé kolwiek części równych Aa, ab i t. d. i łuk MN na tyléż części równych Mm, mn, i t. d. Kąty ACa, MOm, będą między sobą równé, iako też i kąty aCb, mOn, i t. d. przeto kąty té w równych czasach są przebieżoné. A że podziały takowé łuków, tak

tak bydź mogą małe, iżby odmiana siły stycznéy od ciężkości pochodzić mogącéi, przez każdy takowy podział była nieskończénié małą czyli żadną (Wstę. R. XXV 2.) przypuściwszy więc że podziały Aa, ab, Mm, mn, it. d. są w rzeczy saméy tak drobnémi, siły piérwiástkowé będą w stósunku CA: OM, gdyż punkta przez podziały Aa Mm, naglone są siłami stycznemi i równémi w jednymże czasie. (3) Że zaś w tymże stósunku będą i prędkości nabyté; przeto poniewáz i łuki ab, mn, w równym czasie przebiégaią się i prędkości piérwiástkowé są w stósunku CA, OM, siły piérwiástkowé styczne przez te łuki będą w stósunku CA, OM. Toż samo mówić o trzecim, czwártym podziale łuków AB i MN; co przekonywá że siły piérwiástkowé ciężkości dwóch danych mieysc są w stósunku długości wachadeł. Ponieważ zaś na iednémże mieyscu ziémi, dwa poiedyncze wachadła iednakiéy długości zawsze w równym czasie wachania swe odbywaią, iakieżkolwiek są miąższości punktów ich ciężkich, wnosi się więc, że siła piérwiástkowá ciężkości, na iednémże mieyscu ziémi, taż sama iest na każdą miąższość.

§. V.

Rycher w Roku 1672. piérwszy doświadczył, że siła piérwiástkowá ciężkości w różnych mieyscach ziémi różna iest. Siła piérwiástkowá

Wa-

ciężkości rośnie od równika ku biegunóm.

Wachadło bowiém zégara, które w Paryżu każdé wachanié odbywało w przeciągu sekundy, na Wyspie Kayennie pod szérokością północną 4° 50′, wachadło mówię to w 24 godzinach opozniało się 2′ 28″, do Paryża zaś powróciwszy, w tymże samym czasie, co przedtém wachania swoie odbywało; prawda, że to opoznianié się wachadła, pochodziło po części z przedłużénia iego, z przyczyny większégo stopnia ciepła przy równiku; z tém wszystkiém iuż Newton widocznie okazał, że dla téy iednéy przyczyny tak wielka różnica w ruchu wachadła żadną miarą pochodzić nié mogła. Jakoż pozniéy licznémi doświadczeniami przekonano się, że długości wachadeł poiedynczych sekundowych przy równych nawet stopniach ciepła idąc od równika ku biegunóm rosną; co pokazuie, że i siła piérwiastkowa ciężkości na powiérzchni ziémi naymnieysza iest pod równikiém, a coraz większa ku biegunóm (4), co iest skutkiém sił odsrzodpędnych ziémi obracaiącéy się około osi swoiéy; o czémeśmy wyżéy powiedzieli (Roz. I. 24.)

§. VI.

Prędkość kątowa dzwigni

Daymy, że dwa punkta, których miąższości A i B są bezciężkié, przytwiérdzoné do linii tęgiéy, bezciężkiéy i bezmiąższéy poczynaią obracać się około punktu C, a to n.p. z przyczyny siły zbiorowéy N pro-

prostopadle uderzaiącéy liniią CB w pewnym punkcie V; ponieważ w tym razie obydwa takowe punkta w jednymże czasie tenże sam kąt przebiégaią, będzie więc siła piérwiastkowa punktu A $= \frac{CA.k}{2g}$ a zaś punktu B $= \frac{CB.k}{2g}$, gdzie k wyraża prędkość kątową dzwigni CB (3). Zaczém siła zbiorowa, którą miąższość A obráca się iest $= \frac{A.CA.k}{2g}$ siła zaś zbiorowá miąższości B $= \frac{B.CB.k}{2g}$ Siły té zbiorowé są iakoby ciężary, i na dzwigni CB bydź powinny w równéy wádze z siłą zbiorową N. Przeto $(A.CA^2 + B.CB^2) \frac{k}{2g} = N.CV$, to iest: zbiór wág sił przy A i B równá się wádze siły N. Zatém prędkość kątowá dzwigni $k = \frac{2g.N.CV}{A.CA^2 + B.CB^2}$

od pchnięcia obràcaiącéy się.

Fig. 145.

Że zaś toż samo rozumowanie przystósować można do ilukolwiek innych miąższości na dzwigni znayduiących się, w ogólności więc powiedzieć należy, że prędkość kątowa dzwigni dochodzi się, dzieląc wagę siły zbiorowéy, uderzaiącéy tęż dzwignią, przez zbiór mnogości wypadaiących z każdéy miąższości, przez kwadrat

drat iéy odległości od punktu stałego, i ten wieloráz mnożąc przez 2g.

§. VII.

Odległość srzodka wachaniá od srzodka zawieszéniá w wachadłach składanych

Gdyby zaś dane dwa punkta na dzwigni CB miały miąższości A i B ciężkie, i ciężkością swoia obracały się około punktu stałego C, siły piérwiástkowé styczné pod każdym kątém uformowanym od dzwigni CB i linii pionowéy w obydwóch tych punktach byłyby równé, a przeto w tymże samym czasie zrodziłaby się prędkość kątowá dzwigni większá, gdyby sam tylko punkt A na niéy znáydowáł się, mnieyszá zaś, gdyby tylko punkt B się znaydowáł. (3) A że oba punkta do iedneyże linii tęgiéy są przytwiérdzoné, a stąd każdy z nich powinien mieć równą zawsze prędkość kątową, przeto punkta te wzaiém na się działaią. Punkt ieden A opoznia się, drugi B przyspiészá się, przez co siła styczná piérwiástkowá punktu A zmnieyszá się, punktu B powiększá się. Pomiędzy więc temi dwoma punktami iest iákieś mieyscé V, gdzie dzwignia ani się przyspiészá, ani opozniá, lecz tak się wachá, iak gdyby sam tylko punkt iakiś ciężki znáydowáł się, punktów zaś A i B iak gdyby nie było. Połóżmy więc, że siła piérwiástkowá styczna od ciężkości pochodzącá, naglącá punkt V, pod kątém danym od dzwigni CB i linii pionowéy uformowanym, przypuśćmy mowię, że ta siła = 1, a będzie prędkość kątowa

w dzwi-

w dzwigni sprawióna $k = \frac{2g}{cr}$, siła zaś piérwiástkowá zmnieyszoná punktu $A = \frac{CA.\,k}{2g} = \frac{CA}{CV}$, powiększoná zaś siła piérwiástkowá punktu $B = \frac{CB.\,k}{2g} = \frac{CB}{CV.}$ Gdyby zaś miąższości A i B były bezciężkié a punkt dzwigni tęgiéy V był zawsze uderzany prostopadle siłą zbiorową N, tedy miąższości te temiż samémi siłami piérwiástkowémi, które maią, będąc ciężkiémi, byłyby naglone i cała dzwignia nabyłaby téyże saméy prędkości kątowéy k, gdyby było $(A.\,CA^2 + B.\,CB^2)\frac{k}{2g} = N.\,CV.$ $(6) = \frac{A.\,CA^2 + B.\,CB^2}{CV}$, a ztąd $N.\,CV^2 = A.CA^2 + B.CB^2$. Aże siła zbiorowá N, pomiędzy miąższości A i B tak się rozdziélá, iż iedna má siłę zbiorową $\frac{A.\,CA}{CV}$, drugá siłę $\frac{B.\,CB}{CV}$, zaczém $\frac{A.\,CA}{CV} + \frac{B.\,CB.}{CV} = N$, czyli $A.\,CA + B.\,CB = N.\,CV$. Jeżeli zaś O iest srzodkiém ciężkości miąższości A i B, będzie $A.\,CA + B.CB = (A+B)\,CO$. Zaczém $(A+B).\,CO = N.\,CV$ i $CV =$

A.

$\frac{A.CA^2+B.CB^2}{(A+B)\,CO}$. Gdy więc CB iest wachadłém składaném, punkt zaś V iest tym punktém, który srzodkiém wachaniá (*centrum oscillationis*) nazywá się (Xię. II. Roz. IV. 16.) przeto ogólnie odległość srzodka wachaniá od srzodka zawieszéniá w każdém wachadle złożoném znaydziémy, ieżeli zbior mnogości powstaiących z miąższości każdégo punktu cięższkiégo w wachadle i kwadratu iego odległości od srzodka zawieszéniá podzielimy przez wagę wszystkich punktów cięższkich zebranych w wspólny srzodek ciężkości.

§. VIII.

Ruch ciała ciężarém do góry dźwiganégo.

Fig. 146.

To, co się dopiéro powiedziało, przystósować się może do ruchu dzwigń lub krążków (*trochlea*) ieżeli bowiém na krążku lub na osi koło blochu (*axis in paritrochio*) z jednéy strony wisi ciężar M, z drugiéy strony ciężar P, i ieżeli ten większy iest, a niżeli potrzeba do zrobiéniá równowági, krążek obrácá się, a to biegiém iednostaynie przyspieszonym, byleby tarcié było małe, i sznurek, na któréy zawieszoné są ciężary był dość lekki i giętki, iako się iuż wyżéy okazało (Xię. III. Roz. V. 9.). Jeżeli więc V iest srzodkiém wachaniá, a liniia ACBV poziomá, punkt V tąż samą prędkością, którą ciała wolnie spádaią, to iest, przez 15, 1 stóp w prze-

w przeciągu sekundy spada podczas obrótu krążka. Maiąc więc daną wysokość a, przez którą ciężar M w przeciągu sekundy podnieść się powinién, czyli co iedno iest, maiąc dany łuk, który w tymże samym czasie przebiédz powinién punkt A będzie a: 15, 1 = CA: CV, przeto CV = $\frac{15,1.\,CA}{a}$ A że też iest CV = $\frac{M.CA^2+P.CB^2}{(M+P)\,CO}$ (7) gdzie O wyraża srzodek ciężkości ciężarów M i P, przy A i B zawieszonych. Zaczém $\frac{15,1.\,CA}{a} = \frac{M.CA^2+P.CB^2}{(M+P)\,CO}$ Jest zaś OB: OA czyli CB — CO: CA + CO = M: P. zaczém M. CA + M. CO = P. CB — P. CO; i CO = $\frac{P.CB-M.CA}{M+P}$ stąd $\frac{15,1.CA}{a}$ = $\frac{M.CA^2+P.CB^2}{P.CB-M.CA}$ iako też P = $\frac{(15,1+a)\,M.CA^2}{(15,1.\,CA-a.CB)\,CB.}$

§. IX.

Niech n. p. będzie CA = CB, i ciężar M = 98 funtów, który się ma podnieść do wysokości 60 stóp Paryzkich w czasie 30". W tym razie iakiéy potrzeba siły P do dzwigniénia ciężaru M? tu iest P = $\left(\frac{15,1+a}{15,1-a}\right)$ M. a że w biegu iednostaynie Przykłady.

przy-

przyspieszonym, mieysca są w stósunku kwadratowym czasów, będzie więc 60: a = 900: 1 przeto a czyli wysokość, do któréy ciężar M 98 funtów w czasie sekundy podnieść się powinien = 0, 066 stóp, zaczém $P = \frac{15, 166}{15, 034}. 98 = 98, 86$ funtów, niech znowu będzie AC: CB = 1: 4, ciężar zaś M = 272 funtów, daymy, że mamy go podnieść do wysokości 55 stóp w czasie 34″, podobnież więc iak przedtém postępuiąc będzie $a = \frac{55}{34.34} = 0, 04758$, i $P = \frac{15. 14758}{4. 14, 9}. 272 = 69, 09$ funtów. Tym więc sposobém maiąc dany ciężar, czyli siłę P, wysokość a i stósunek CA: CB, znaydziémy ciężar M mogący się tą siłą P dzwignąć: i znowu maiąc siłę P, stósunek CA: CB i ciężar M, łatwo doydziémy wysokości a, do któréy ten ciężar może bydź podniesiony, to iest maiąc dané którékolwiek trzy z tych cztérech rzeczy, czwartéy doydziémy.

§. X.

Jak się bieg kolisty tworzy, przez uderzénié

Widzieliśmy wyżey, że gdy ciało iakié A wprost i mimosrzednie (*excentrice*) uderzá się z jnném ciałém spoczywaiącém, w kierunku BD, a obydwa te ciała biorą się za bezcięzkié, a iednak doskonale twardé a zatém niesprężysté tak, iżby wszy-

wszystek bieg kierunku BD, który się od ciała uderzaiącégo maiącégo miąższość A niszczy, i którégo prędkość iest n. p. c, przeszedł w ciało uderzone; widzieliśmy mówię wyżéy, że to ciało poczyna i postępować ku BD i razém obracać się około srzodka C swoiéy miąższości (Xię. III. Roz. II. 21.). To więc co się tam powiedziało o biegu kołowym ciała uderzonégo, iaśniéy teráz zrozumiané bydź może; ponieważ iuż istota tego biegu obszerniéy iest wyłuszczona. Ze zaś bieg kołowy nic się nie przyczynia ani do powiększénia, ani zmnieyszénia biegu postępnégo ku BD, bieg zaś który ciało uderzaiącé traci, wszystek przechodzi w ciało uderzoné miąższości B, idzie stąd, że ieżeli srzodek C miąższości ciała tego przez uderzénié nabywa prędkości k w kierunku BD będzie Ac = Bk. Gdy zaś przetniémy ciało uderzoné płaszczyzną przechodzącą przez srzodek iego miąższości i przez BD, a poprowadzimy na téy płaszczyznie liniią CT prostopadłą do BD, tedy ciało uderzaiącé siłą zbiorową wyrównywaiącą sile biegu iego straconégo w kierunku BD uderzać będzie liniią tęgą CT prostopadle, do któréy wszystkié punkta ciała uderzonégo na płaszczyznie CBD są iakoby przytwiérdzoné. Punkt więc każdy rozmnożywszy przez kwadrat iego odległości od srzodka C, i zbiór

mimośrzodkowé.

Fig. 147

wszyst-

wszystkich tych mnogości nazwawszy S, będzie prędkość kątowa v obrotu pochodząca z uderzénia $= \frac{2g. AC. CT}{S}$ (σ.).

Nakostatek ponieważ uderzaiacé ciało A wtedy gdy uderza zawsze się dotyka punktu B ciała uderzonégo i nie przestaie nań działać, chyba wtedy kiedy iego prędkość wyrównywa prędkości punktu B. w tymże kierunku BD, bieg zaś punktu B ku BD nasamprzód iest biegiém spólnym srzodka miąższości, a którégo biegu prędkość iest k, powtóré iest też biegiém kołowym, którégo prędkość ku BD iest = v. CT, przeto po uderzéniu nie pozostaie ciału A, prędkość ku BD tylko iak V = k + v. CT.

§. XI.

Bieg kołowy, nie zawisł od biegu postępnégo.

Dwa te biegi w ciele uderzoném sprawioné, nie tak zawisły od siebie, ażeby ieden bez drugiégo bydź nié mógł. Prawda to iest, że gdyby sam srzodek C miąższości (gdy ciało postępuie prędkością k) był wstrzymany siłą iaką, którąby bieg iego Bk wcale znosiła, w takim razie całe to ciało nie postępowałoby daléy, a wszelako obracałoby się tak iak przedtém, kiedy nie było wstrzymané. Przeciwnie zaś ieżeli wystawimy sobie w myśli, że dzwignia iaka tęga CR utkwiona iest w ciele, i taż w punkcie R w kierunku

prostą

prostopadłym RS przeciwnym kierunkowi obrotu, uderzą się iakąś siłą zbiorową F, któréy waga F. CR = AC. CT, w tym razie bieg kołowy zupełnie się zniesie, bieg zaś postępny choć osłabiony pozostanie. Przypuściwszy bowiém, że punkt R odległeyszy iest od C a niżeli punkt T, srzodek C miąższości tém uderzéniém dzwigni, nabędzie biegu F ku TB; ponieważ zaś w kierunku przeciwnym BT miał iuż bieg Bk, idzie zatém, że w tymże kierunku pozostaie mu ieszcze bieg Bk — F, a przeto pozostaie prędkość $\frac{Bk - F}{B}$ = $k - \frac{F}{B}$. Jeżeli więc srzodek C przed uderzéniém dzwigni spoczywa, to iest, ieżeli k = o, srzodek tén po uderzéniu bieży w kierunku TB prędkością $\frac{F}{B}$.

§. XII.

Z tego, co poprzedziło, łatwo wyrozumieć można, dlá czego kule zwłaszcza większé z dział wystrzeloné upadłszy na ziemię, gdy się zdaie, iż iuż wcale bieg swóy utraciły, nagle się znowu podnoszą i podskakuią z wielkiém niebezpieczeństwém przytomnych. Kula bowiém wyrzuconá z harmaty, nie tylko má bieg postępny, ale też i kołowy około osi swoiéy; upadł-

Dlá czego kule z dział wystrzelone, od ziémi niekiedy odskakuią.

upadłszy więc na ziemię i straciwszy prawie wszystek bieg swóy postępny, zwykła ieszcze bardzo prędko obracać się; skoro więc upadaiąc na ziemię trafia na kamień lub inne iakié ciało twarde, tedy przez sam iey obrót, iakośmy widzieli, wznieca się bieg postępny, przez który częstokroć się podnosi, i który lubo nierównie iest mnieyszy od biegu, przy samém iéy wystrzeléniu z harmaty, z tém wszystkiém może bydź niebezpieczny, z przyczyny wielkości kuli.

§. XIII.

Stósunek między prędkością biegu postępnégo i kołowégo, zawisł od odległości między kierunkiém uderzéniá i srzodkiém miąższości.

Ponieważ było $v = \frac{2g\, Ac.\, CT}{S} = \frac{2g.\, Bk.\, CT}{S}$ przypuściwszy więc że m: n: wyráżá stósunek zachodzący między prędkością k srzodka miąższości i prędkością kątową v obrotu danégo ciała B, czyli że $\frac{v}{k} = \frac{m}{n}$, będzie $\frac{m}{n} = \frac{2g.\, B.\, CT}{S}$. Na dany więc stósunek $\frac{m}{n}$ prędkość biegu postępnégo tegoż ciała B w jednakiey odległości CT od srzodka miąższości swoiéy uderzonégo, zawsze się má w stósunku stałym do prędkości kątowéy biegu postępnégo, iakakolwiek byłaby miąższość albo prędkość

ciała

ciała uderzaiącégo. A że $CT = \frac{Sm}{2gnB}$: idzie zatém, że ieżeli odległość CT w danéma ciele przez to zrównanié oznaczą się, tedy ciała tego prędkość tak postępna iak i kołowa zawsze będą w stósunku danym n: m. Przeto planety, które nie tylko krążą około słońca, ale też razém obracaią się około swych osi przechodzących przez ich srzodki, za iednéma uderzeniém mimosrzodkowém, nabydź mogły obydwóch tych biegów. Ponieważ zaś z postrzeżeń wiadomy iest stósunek prędkości biegu postępnégo planet i kątowego biegu ich kołowania, idzie zatém, iż za pomocą powyższégo zrównania, oznaczyć można odległość CT, którą kierunek uderzania mimosrzodkowégo powinién był bydź oddalony od srzodka każdéy planety.

ROZDZIAŁ III.

o figurze i wielkości ziemi.

§. I.

Gdybyśmy od mieysca iakiégo ziémi A idąc ku północy lub południowi po linii prostéy, to iest po linii znayduiącéy się na płaszczyznie południka tegoż mieysca A przyszli do mieysca B, którégo liniia wiérzchołkowa BC nachylona iest do linii wiérzchołkowéy mieysca A pod kątém ACB

Stopnie ziemskié.

Fig. 148.

ACB = 1° liniia na powiérzchni poziomćy ziemi prowadzona od mieysca A do B, nazywa się stopniém ziémskim (gradus terrestris). Część więc ta południka ziemskiégo, zawarta między ramionami kąta o iednym stopniu, czyli 1° iest różnicą zachodzącą między szérokościami mieysc danych A i B (Wstęp II. 10.): kąt zaś tén może bydź oznaczony z postrzegania gwiazd stałych. Jeżeli bowiém gwiazda stała S przechodzi przez nadgłownik (Zenit) mieysca A to iest przez liniią wiérzchołkową czyli pionową CA przedłużoną i w tym samym czasie od nadgłownika mieysca B czyli linii CB przedłużonéy oddalona iest kątém SBD, kąt tén SBD będzie równy kątowi ACB; ponieważ dla nieskończonéy prawie odległości od ziemi gwiazd stałych, liniie AS, BS z różnych mieysc ziemi, do któréykolwiek z nich prowadzoné, są sobie równoległe. Wymiérzywszy więc długość AB na powiérzchni ziémi, otrzymamy długość łuku ziemskiégo odpowiadaiącą szérokości mieysc danych A i B. Wszakże nie koniecznie tego potrzeba, aby SBD był zupełnie iednego stopnia: bydź bowiém może albo większy, albo mnieyszy od 1° byleby znaleziona długość AB zmnieyszona lub powiększona była stósownie do większości lub mnieyszości iego nad 1° a tak tedy oznaczy się długość stopnia ziemskiégo;

a na-

a nawet i tego koniecznie nie potrzeba, ażeby gwiazda postrzegana przez sam nadgłównik mieysca A przechodziła. Jeżeli bowiém ona przechodząc przez płaszczyznę południka AB znayduie się na liniiach AT, BT, kąt TAS zawarty między liniią AT, i nadgłówną AS mieysca A, będzie się równał kątowi TBS, a to z przyczyny równoległości linii BT, AT, odiawszy więc kąt TAS postrzegany z mieysca A, od kąta TBD z B postrzeganégo, pozostanie kąt SBD zawsze równy kątowi ACB.

§. II.

Przestrogi względém wymiérzaniá stopni ziémskich.

Jeżeli zaś z wymiaru kilku stopni ziemskich chcémy oznaczyc prawdziwą wielkość i figurę kuli ziémskiéy, potrzeba postrzegać gwiazdy, i wymiérzać długość AB z jak naywiększą dokładnością, gdyż różné stopnie ziem kié mało co się wielkością od siebie różnią, a z téy różnicy kilku tylko stopniów prawdziwą kuli ziemskiéy figurę oznaczyć wypada. Zaczém w tym razie, nie tylko iak naydokładnieyszych narzędzi użyć należy, ale téż strzédz się, aby postrzegania nie były czynioné w miey cach zbyt górzystych. Doswiadczénia bowiém czynioné w Anglii przez JP. *Maskelyne* przekonały, że wachadła przy górach wielkich zbaczaią nieco z swego położénia pionowégo, a przeto linie pionowé czyli nadgłówné nié mogą bydź dokładnie oznaczoné w takowych mieyscach,

scach, co iest skutkiém ciężkości powszechnéy, o czém niżéy : co się zaś tycze wymiaru długości AB ponieważ trudno gdzie znaleźć równinę otwartą, na któréyby można było prowadzić tak długą liniią prostą, należy więc punkta A i B za pomocą wielu tróykątów łączyć z iaką liniią, którą nazywaią podstawą. Kąty takowych tróykątów oznaczywszy przez postrzeganie, i one do iednéyże płaszczyzny poziomey przywiódłszy, a podstawę wymiérzywszy, wynaydą się przez tróykątomiérstwo boki tychże tróykątów, iako też i długość AB. Ze zaś nie zawsze można miec dość długą podstawę, dla niedostatku rozległych równin otwartych, przeto w wymiérzaniu iéy tém większéy dokładności użyć potrzeba, im iest krótszá.

§. III.

Kula ziemska wypukleyszá iest pod równikiém, iak pod biegunami.

Niektórzy z Towarzyszów Akademii Paryzkiéy nakładém Królewskim częścią w Ameryce przy Mieście Quito od Roku 1735 do Roku 1744, częścią w Laponii przy Mieście Tornea w Roku 1736 zatrudniali się wymiérzaniém stopni ziemskich, i te wymiary nayprzydatnieyszé są do oznaczénia figury ziemi. Gdyby ziemia zupełnie płaską była pomiędzy A i B, liniie nadgłówné BD i AS prostopadłe do powiérzchni ziemi przy B i A musiałyby

bydź

bydź równoległe, a tém samém kąt TAS = TBD. Im zaś większa iest krzywizna łuku AB, tém większa bydź musi różnica wysokości danéy gwiazdy stałéy SBD, a stąd tém mniey za długość iednego stopnia. Ponieważ więc z wymiarów się okazało, że stopień ziemski pod równikiém mnieyszy iest od stopnia ku biegunowi północnému, idzie zatém że ziemia ku temuż biegunowi mnieyszą ma krzywiznę, iak przy równiku.

§. IV.

Zastanowiwszy się z uwagą nad stopniami ze wszelką dokładnością przez Jeometrów wymiérzonémi, postrzeżémy, iż od równika ku biegunóm (*in ratione biquadratorum*) różnice ich rosną w stósunku czworostopniowym wstaw szérokości. I tak stopień srzedni przy równiku podług rachunku *Boguera* i *Ulloy* prawie wynosi 56762 sążni Paryzkich, stopień zaś Lapoński na szérokość 66° 20′ wynosi 57437,9 sążni Paryzkich, dzieląc różnicę tych dwoch stopni czyli 675,9 przez czworostopień wstawy (66° + 20′) która to potęga prawie iest = 0,7 otrzymuie się liczba 965 (gdzie promień czyli wstawa cała bierze się za iedność). Przeto gdy szérokość iest 49° 23′ któréy wstawa wyniesiona do czworostopnia = 0, 332. mnożąc ią przez 965, otrzymamy 320, 38, mnogość ta dodana do 56762 daie 57082. We Fran-

Práwdziwá figura ziémi.

Francyi zaś pod takąż szérokością 49° 23' przez sam wymiar znaleziona długość stopnia = 57074,5 sążni, która mało co się różni od długości iego przez rachunek odkrytéy = 57082. To co się tu okazało na trzech stopniach za przykład przytoczonych, sprawdzić się może i na inszych stopniach północnych, na co ogólny wyraz służy a = 56762 + 965. r^4 gdzie a wyraża długość stopnia w sążniach paryzkich, r zaś oznacza wstawę szérokości. Wziąwszy więc stósunek między rożnicami stopniów za niezawodny, jeometrycznie okazać możni, że ziemia iest płaskokulą (sphaerois), któréy połowa osi iest = 3263282 sążni, promień zaś równika = 3281712 sążni, a przeto są też linii prawie w stósunku 177: 178. Taki więc kształt ma ziemia przynaymniéy w północnéy swéy stronie: południowa zaś strona, że nie iest zupełnie iéy podobna, przekonywać zdaie się i długość stopnia, i długość wachadła sekundowégo, wymiérzana przez JP. *de la Caille* na przylądku dobréy nadziei.

§. V.

Wielkość ziemi. Jeżeli więc mila Polska zamyka w sobie 3600 sążni Paryzkich, tedy połowa osi ziemskiéy północna wynosić będzie 906,467, promień zaś równika ziemskiégo 911,587 mil Polskich, zaczém różnica między połową północną osi, i promieniém

iest

iest = 5,12 mil, i tylé to wynioślejszá iest ziemia pod równikiém iak pod biegunéın północnym: część zaś iéy południowá, lubo w rzeczy saméy inny ma kształt iak północna, z tém wszystkiém nié może bydź bardzo różná od niéy; wziąwszy więc liczbę 909 srzodbieżną między 911,587, i 906,467; ziemia zbliżać się będzie do kuli promiénia 909 mil Polskich, a przeto powiérzchnia iéy prawie zamykać będzie 10383344 mil kwadratowych, czyli równać się będzie kwadratowi, którégo bok = 3222 mil: bryłowatość zaś prawie = 3146163400 mil sześciénnych, którá to miąższość iest zaiste nader ogromná względém ciał nas otaczaiących (Wstęp XV. 2.).

§. VI.

Kula ziemská około osi swoiéy obracaiąc się, wszędzie zmnieyszá ciężkość ciał ziémskich, a to z przyczyny sił odsrzodpędnych w tym obrocie wzniéconych; należy więc rozróżnić ciężkość bezwzględną (*gravitas absoluta*) to iest ciężkość taką, iakąby miały ciała, gdyby się ziemia nie obracała około osi swoiéy, *od ich ciężkości względney* (*gravitas relativa*) czyli ciężkości takiéy, iaką teráz w nich dostrzegámy. Jakož ciężkość bezwzględną piérwiastkową pod równikiém ziemskim przy B działaiącą wprost ku srzodkowi C, wyraziwszy przez promiéń BC, siłę

Ciężkość bezwzględná i względná.

Fig. 140.

zaś

zaś odsrzodpędną także piérwiástkową tamże przez liniią BD, będziémy mieli ciężkość względną przy B (którą nazywám) g = CB — BD: gdyż kierunek siły odsrzodpędnéy zawsze iest pionowy do osi obrotu, a tém samém wprost przeciwny kierunkowi ciężkości. A że na inném iakiémkolwiek mieyscu ziemi między równikiém i biegunami nie cała siła odsrzodpędná przeciwná iest ciężkości bezwzględnéy, przeto nieiaką tylko częścią swoią osłabiá ciężkość. Chcąc zaś oznaczyć to osłabiénié, dáymy że AC iest połową osi ziemi, EC zaś promiéniém iéy iakimkolwiek, pomiędzy równikiém i bieguném A, poprowadźmy liniią EF prostopadłą na AC: a okáże się, że punkt E obracać się będzie około srzodka swego F, i w tymże samym czasie opisze koło swoie, co i punkt B; przeto kierunek EG siły odsrzodpędnéy piérwiástkowéy f, w mieyscu E przypadnie na liniią FE przedłużona, a tak taż siła odsrzodpędná f = EG mieć się będzie do siły odsrzodpędnéy pod równikiém BD, iak EF : CB (Roz. I. II. Roz. II. I.). Położywszy więc kąt ECB = r będzie f = BD. Dosta r, ale gdy na promień CE przedłużony, spuścimy prostopadłą GH, tedy siła GE = f rozebrać się będzie mogła na siły EH, GH: z których piérwszá tylko wprost przeciwná iest ciężkości bezwzględnéy G w miey-

scu

scu E, a zatém onę osłabia. Ponieważ więc ziemia prawie iest kulista, tedy bez znacznégo uchybienia, wszędzie brać można kierunek ciężkości dążący do srzodka ziemi, a przeto kąt ECB za szérokość mieysca E, ir za wstawę szérokości: iest zaś EH : f = EF : EC = Dosta. r : 1, przeto EH = f. Dost. r: = BD. Dosta. r^2.

§. VII.

Ciężkość względna rośnie w stósunku kwadratowym wstaw szérokości

Ciężkość więc względna pod równikiém iest = CB — BD w mieyscu zaś E = G — BD. Dosta r^2 a przeto różnica ich obydwoch czyli wzrost ciężkości względnéy od B aż do E = G — BD. Dost. r^2 — CB + BD = G — CB + BD. (1 — Dosta r^2) = G — CB + BD. Wsta r^2. Gdyby więc ciężkość bezwzględna na wszystkich mieyscach ziemi była iednaka, byłoby G = CB, wzrost zaś ciężkości względnéy byłby = BD. wsta r^2. Ale doświadczénia nauczaia, iak zaraz zobaczym, że ciężkość bezwzględna pod biegunem nie co większa iest, iak pod równikiém, co iest skutkiém większéy odległości równika ziémskiégo od srzodka ziémi, a niżeli iest odległość bieguna od tegoż srzodka. Doświadczył bowiém *Buger* w górzystych kraiach Ameryki, że wachadła na wiérzchołkach gór naywyższych, bardziéy się opoźniaią, a niżeliby opoźniać się powinny stósownie do powiększonéy prędkości obrotu i siły odsrzodpędnéy, a przeto że

cięż-

ciężkość bezwzględna mnieysza iest w większéy od srzodka ziemi odległości. Okáże się zaś niżéy, że biorąc ziemię za iednorodną wzrosty ciężkości bezwzględnéy na iéy powiérzchni od równika ku biegunóm, są prawie w stósunku kwadratowym wstaw szérokości mieysc. A ieżeli tak będzie, więc i wzrost ciężkości względnéy w punkcie n. p. E prawie = a. Wsta r^2 + BD. Wsta. r^2 = (a + BD) wst. r^2, gdzie a wyráża ilość stałą i taką, iżby była G — CB = a: Wsta r^2 to iest: ieżeli ziemia iest iednorodną, wzrosty ciężkości względnéy od równika ku biegunóm idąc, zachowuią stósunek kwadratowy Wstaw szérokości; o czém właśnie doświadczénia wachadeł przekonywaią.

§. VIII.

Doświadczénié tyczącé się ciężkości względnéy

Wachadło poiedyńczé sekundowé pod równikiém iest = 439,21 liniy, w Rzymie zaś = 440,29 liniy, różnica więc tych dwóch długości wachadła iest = 1,08 liniy. Kwadrat wstawy szérokości Rzymu, czyli Wsta (41° 54′) = 0,446. Rozdzieliwszy liczbę 1,08 przez 0,446 wypáda 2,42 długość więc l wachadła sekundowégo na każdą inną szérokość północną r powinna bydź = 439,21 + 2,42 Wsta r^2. I tak ieżeli w Leydzie szérokość północna iest 52° $9\frac{1}{2}$′, kwadrat więc iéy wstawy, czyli 0,62362 rozmnożywszy przez 2,42 wmnogość 1,509 do 439,21 dodáwszy, wypa-

padaćby powinna długość poiedyńczégo wachadła sekundowégo = 440 719 liniy; ale w istocie saméy znaleziono ią = 440,718 liniy, podobnież i inné postrzégania dokładnié wachadeł zgadzaią się ze z równaniém l = 439,21 + 2,42 (Wsta r^2). Na samym więc biegunie północnym, gdzie nikt doyśdź nié może, i gdzie wstawa szérokości = 1, długość wachadła poiedyńczégo będzie = 441, 63 liniy Paryzkich, a przeto ciężkość względna piérwiastkowa pod równikiém ma się do ciężkości względnéy pod biegunėm północnym, iak 439,21: 441,63 ; to iest prawie iak 177: 178 a tém samém iak północna połowa osi ziemi, do promiénia równika (4.).

§. IX.

Stósunek zachodzący między ciężkością bezwzględną i względną.

Stósunek zaś zachodzący między ciężkością piérwiastkową bezwzględną i względną następuiącym sposobém oznaczyć można. Ponieważ gwiazdy stałe, zdaią się nieustannie swoie obroty iednostayné, czyli obiegi odprawiać w 23 godzin 56′ 4″ czyli raczéy we 23 godzi. 56′ $3\frac{1}{2}$″ (Wstęp XII. 15.) idzie zatém, że kula ziemska w tymże czasie czyli w 86164 sekundach ieden obrot swóy zupełny iednostaynie odbywa. A że w każdym kole stósunek obwodu do srzednicy iest = 3.14159: 1 a przeto stósunek obwodu do promiénia = 6, 283:1 rozdzieliwszy więc liczbę 86164 przez 6,283 przekonamy

my się, że każdy punkt równika ziemskiégo, taką prędkością obraca się, iaką prędkością promién równika w czasie 13713" biegiém iednostaynym mógłby bydź przebieżonym. A ponieważ wachadło poiedyńczé sekundowé pod równikiém w próżni iest = 439,21. liniy, stósunek zaś spadku wolnégo w każdém mieyscu ziemi w próżni w czasie sekundy, do tegoż spadku przez połowę długości wachadła poiedyńczégo sekundowégo na témże samém mieyscu iest = 3, 14159 : 1 (Xię. II. Roz. IV. 14.) przeto czas wolnégo spadku przez 219, 605 liniy będzie pod równikiém $= \frac{1}{3,14159}$, sekund, a tém samém (gdyż kwadraty czasów spadków maią się iak wysokości) wysokość x, przez którą pod równikiém ciała wolnie spadaią w przeciągu sekundy $= 219, 605 . \overline{3, 14159}^2 = 2167,41'''$ Połowa promiénia równika ziemskiégo zamyka w sobie 1640856 sążni (4.) czyli 141769, 9584,''' liczbę tę rozdzieliwszy przez 2167,41, otrzymamy 654098, kwadrat liczby sekund, w których przeciągu punkt ciężki pod równikiém przez połowę promiénia równika samowolnie spada, (ieżeli ciężkość iego zawsze iednaka zostaie) liczba więc ta iest 808, 76 sekund: prędkością zaś nabytą w tym spadku w równym czasie, biegiém iednostaynym, cały

cały promiéń przebiédź może. Má się więc ta prędkość do prędkości obrotu, iak 808,76: 13713 = 1:16,955. Ale gdyby każdy punkt równy obracał się prędkością w samowolnym spadku przez połowę promiénia i równiká nabytą, siła tegoż punktu odsrzodpędná wyrównywałaby ciężkości (Roz. I. II.). Zaczém siła odsrzodpędná má się do ciężkości względnéy pod równikiém, iak $1 : \overline{16,955}^2$ czyli iak 1: 287,5. Má się więc pod równikiém ciężkość bezwzględna do względnéy, iak 288,5: 287,5.

§ X.

Z tego, co poprzedziło, wniéść należy naprzód, że siła odsrzodpędná nader iest mała względém siły ciężkości na powiérzchni ziémi; powtóré że wachadło sekundowé poiedyńczé pod równikiém długié na 439, 21 liniy musiałoby się przedłużyć częścią swoią 287, stą gdyby samą tylko siłą ciężkości bezwzględną było naglone, a gdyby się ziémia około osi swéy nie obrácała. Toż więc wachadło byłoby wtedy długié na 440, 74 liniy Paryzkich, i miałoby się do wachadła sekundowégo pod bieguném północnym iak 440, 74: 441, 63 (8.). A że pod samym bieguném nié masz żadnégo obrotu, i żadnéy siły odsrzodpędnéy, przeto tam ciężkość względná równá iest ciężkości bezwzględnéy, a stąd ciężkość piérwiastkowá bezwzględ-

Ciężkość bezwzględná nie co większá iest pod biegunami iak pod równikiém.

dna

dná pod równikiém, mí się do ciężkości piérwiastkowéy bezwzględnéy pod bieguném, iak 440, 74: 441, 63; (Roz. II. 4.) iest więc ta ciężkość pod bieguném nie co większá.

§. XI.

Dowodliwá iest, że kula ziémská z początku była płynną.

Fig. 149.

Gdyby cała kula ziémski z początku była płynná, wniosek stąd wypadłby, iż by nié mogła nabydź kształtu płaskokuli ku biegunóm, (Sphaerois) tylko przez obrót około swéy osi. Siłę bowiém odsrzodpędna EG iakiégokolwiek mieysca E rozebráwszy na dwie siły HG, EH okáże się, że iedna z tych to iest EH, działa na osłabienié siły ciężkości bezwzględnéy ku EC, drugá zaś HG nagli ku równikowi części przy E będącé. Jakoż ciało z punktu H, spádaiac ciężkością swoią naglone iest ku C, i razém siła HG naglone ku B, a przeto spádá nie po linii prostéy HC, lecz po innéy iakiéy n. p. HI która będąc liniią pionową, czyli wiérzchołkowa nie iest prostopadłą na powiérzchnia AEB. A tak tedy części kuli płynnéy AEB, pod czas iéy obrotu zewsząd od biegunów ku równikóm płyną, iakoby po płaszczyznach pochyłych, i tam się skupiaią; przez co krzywizna ziemi AEB, przeistácza się w LEM i liniia HI pionowa, albo zupełnie albo prawie co staie się prostopadłą do powiérzchni ziemi. Ponieważ więc w rzeczy saméy ziemia má kształt płaskokuli

pod

pod równikiém wypukleyszéy, a liniie pionowé wszędzie są prostopadłé do powiérzchni Oceanu, gdy iest spokoyny, iest więc rzeczą nader dowodliwą, że taż kula ziemská w początku była płynną i spłaszczanié się iéy, przy biegunach pochodzi od samégo tylko obrotu iéy około osi; co właśnie widocznie okazuie stósunek ciężkości względnéy pod równikiém, i pod bieguném północnym, który to stósunek prawie zupełnie się równá stósunkowi odwrótnému promiéni CM i CL (8.) dowiesdźby zaś możná, że ieżeli kula ziemská, iest iednorodná i płynná, tedy słupy LC i MC będą równoważyć, gdyż ich długości są w stósunku odwrótnym ciężkości przy L i M, bo stósunek ten między liniiami CM i CL mógł pochodzić stąd, że miąższość ziemi płynná do równowági wszędzie się układała.

§. XII.

Kula ziemska ieżeli byłá płynná, nié mogła bydź tak bardzo płynna iak woda.

Nie idzie iednak stąd, żeby ziemia miała bydź z początku tak płynná iak woda, któréy cząstki maiąc z sobą spoyność bardzo mała, są náyruchliwszé. Wielé się bowiém znáyduie płynów lipkich, których cząstki nawet w spoczynku nie równo ważą się tak dokładnie, iak cząstki wody. Takim płyném pomiędzy innémi iest owa materyá rozpaloná, z gór ognistych wybuchaiącá, którą lawą nazywaią. Powiérzchnia téy materyi, nigdy prawie nie

iest

iest zupełnie płaská ani poziomá, lecz zawsze pochyła i nie równá; przeto chociáż z natury ciężkości (o czém niżéy) możnaby przez rachunek znaleźć figurę, którą kula ziemská ze wszystkich stron dążąc do równowagi wzięłaby, gdyby tak była płynną iak woda, nie idzie iednakże stąd, żeby w jstocie samey ten a nie inny kształt mieć miała. Dowodliwá bowiém iest, że iéy miąższość nigdy tak nie była płynna, iak woda, lecz gęściey szá, a przeto figura iéy musi się nie co różnić od figury takiéy, o iakiéy wyżéy mówiliśmy.

ROZDZIÁŁ IV.

o biegu Xiężyca.

§. I.

Siła wsrzodpędná Xiężyca

Xiężyc obrácá się około ziemi w okręgu prawie koła maiącégo srzodek téa sam co i ziemia. Przeto iakoby ustawicznie pociągany iest ku ziemi iakąś siłą wsrzodpędną, gdyż inaczéy z przyczyny siły upornéy (*vis inertiae*) musiałby odeyśdź od ziemi po linii prostéy stycznéy tegoż koła. Dowodliwá zaś iest, że siła ta nie iest co innego, tylko sama ciężkość, która wszystkié ciała na powiérzchni ziemi znáyduiącé się pociągá do iéy srzodka; bo doświadczámy że ciała maią

ciężkość swoię w naywyższych nawet wysokościach; a stąd wnieść można, że taż ciężkość rozciaga się aż do xiężyca? Ale iako na wiérzchołkach gór, ciała mniey cięża niż przy tychże gór spodzie, tak też nierównie mnieysza bydź musi ciężkość ciał w takiéy odległości, iaka iest xiężyca od ziemi. Zmnieyszanié się takowé ciężkości, na każdą daną odległość od srzodka ziemi wynaleziona bydź może z biegów xiężyca czyli Satellesów Jowisza i Saturna: xiężyce bowiém té obracaią się około swych głównych planet, po okręgach prawie kołowych tak, iak nasz xiężyc około ziémi, a przeto podobnémi siłami wsrzodpędnémi ku tymże planetóm są pociagané. Dowodliwa zaś iest, że siła wsrzodpędna około ziemi, tymże prawóm podléga, którym podlégaią siły wsrzodpędné około Jowisza albo Saturna.

§. II.

Siły wsrzodpędné ciał niebieskich są w stósunku spacz-

Przed odkryciém *Herschela* Jowisz cztéry, a Saturn pięć miał około siebie postrzeżonych xiężyców (Wstę. XII. 50.) odległości tych xiężyców od srzodka ich planet głównych rachowané na promiénie srzednié tychże planet, iako też czasy onych obieżné srzednié są następuiącé.

nym kwadratów, odległości od srzodka.

Xiężyców Jowisza

	Igo	IIgo	IIIgo	IVgo
Odległości	5,965.	9,494.	15,141.	26,63.
Czasy obieżne	42 godz. 27' 33."	85go. 13' 42"	171go. 42' 33"	400go 32' 8".

Xiężyców Saturna

	Igo	IIgo	IIIgo	IVgo	Vgo
Odległości	4,893	6,268	8,754	10,295	59,154.
Czasy obieżné	45go·18' 27"	65go.44' 22"	108go·25' 12"	382go.34' 38"	1903go.47'

Ma-

Maią się więc odległości xiężyców, Jowisza prawie iak liczby 1; 1,591; 2, 538; 4, 464: czasy zaś ich obieżné iak 1; 2,007; 4,044; 9,433: sześciany liczb piérwszégo szeregu są iak 1; 4,027; 16, 35; 88, 96; kwadraty zaś liczb drugiégo szeregu 1; 4,028; 16,35; 88, 98; to iest sześciany odległości Xiężyców Jowiszowych, równie iak i Saturnowych są iak kwadraty ich czasów obieżnych. I toż prawo ma mieyscé nawet w planetach głównych, ieżeli ié uważać będziemy co do obrotu ich około słońca, iako to okazał *Kepler* na początku wieku przeszłégo. Widzieliśmy iuż że (Roz. I. 13.) gdy dwa ciała A i B obracaią się w kołach promiéni R i r, a czasy ich obieżné są T i t, na ten czas ich siły piérwiastkowé wsrzodpędné v, i f są w stósunku $\frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$ przeto $vrT^2 = fRt^2$. Ponieważ tedy iest: $T^2 : t^2 = R^3 : r^3$; co właśnie ma mieyscé w planetach i w jch xiężycach, czyli skoro $T^2 r^3 = t^2 R^3$ będzie $vr R^3 = f Rr^3$ czyli $vR^2 = f r^2$, skąd $v : f = r^2 : R^2$ to iest siły wsrzodpędné są w stósunku odwrotnym kwadratów odległości od srzodka. Ponieważ więc siły wsrzodpędné wszystkich ciał niebieskich zmnieyszaią się w stósunku kwadratowym odległości od srzodka, nader dowodliwá iest, że i siła wsrzodpędná xiężyca w tymże iest stósunku, a przeto że się zmnieysza

coráz w stósunku kwadratowym odległości od srzodka ziemi.

§. III.

Siła wsrzodpędná xiężyca nie co innégo iest iak tylko ciężkość iego ku ziémi.

Wielkość siły wsrzodpędnéy piérwiástkowéy xiężyca następuiącym sposobém oznaczyć się może: xiężyć w przeciągu 27 dni 7 godzin $43\frac{1}{5}$ minut, czyli w 655, 72 godzinach przebiéga całą drogę swoię (Wstę. XIV. 25) podzieliwszy więc iego drogę na 360 stopni, wypádá, że xiężyc w przeciągu iednéy godziny przebiéga 32,94 czyli prawie 33 minut a przeto w przeciągu iednéy minuty przebiéga 33 sekund. Daymy że łuk AB = 33 sekund

Fig. 150.

i że C wyráżá srzodek ziem, liniia zaś CA lub CB wyráżá promién srzedni drogi xiężyca, AE styczną, BD prostopadłą do AC, wziąwszy więc AC za wstawę całką = 1, BD będzie = Wsta 33″ liniia zaś EB do stycznéy prostopadła = AD, a przeto AD:DB=DB: 2AC—AD A że AD iest ilością prawie nieskończénie małą względém 2AC będzie więc blizko AD: DB = DB: 2AC, skąd $AD = \frac{\overline{DB}^2}{2AC} = \left(\frac{\text{Wsta } 33''}{2}\right)^2$. Ze zaś wstawy łuków nader małych maią się iak same ich łuki; a Wsta 60″ = 0,0002929 będzie więc wsta. 33″ = 0,00016 a połowa iéy kwadratu = 0,0000000128. Promién srzedni drogi xiężyca zamyká w sobie prawie 60 promiéni srzednich ziemi (Wstę.

(Wstę. XII. 39.) promień zaś srzedni ziemi = 3272497 sążni = 19634982 stóp (Roz. III. 4). Rozmnożywszy więc tę liczbę przez 60 i przez 0,0000000128 otrzymamy AD = 15,0798 czyli blizko 15,1 stóp. Xiężyc tedy tylé siłą swoią wsrzodpędną zbliża się ku ziemi w przeciągu piérwszéy sekundy (Roz. I. 8). Ponieważ więc kwadraty czasów, w których się rodzi bieg od siły iakiéy iednostaynéy, są w stósunku mieysc, idzie stąd, że xiężyc tąż siłą wsrzodpędną w przeciągu sekundy spáda przez $\frac{15,1}{3600}$ stóp. Ale gdyby xiężyc znaydował się na saméy powiérzchni ziemi, siła iego wsrzodpędna powiększona w stósunku kwadratowym zmnieyszonéy odległości od srzodka ziemi, byłaby 3600 razy większa, a zatém ta siła w przeciągu sekundy, zrodziłaby bieg 3600 razy większy aniżeli w odległości CA. Xiężyc więc siłą swoią wsrzodpędna przy powiérzchni ziemi przebiégłby spádaiac 15,1. stóp w czasie sekundy; co właśnie prawdzi się na wszystkich ciałach ziémskich. Zaczém siła wsrzodpędna xiężyca nie co innégo iest, iak tylko taż sama ciężkość, która wszystkie ciała ziemskié na dół nagli.

§. IV.

Srzednica xiężyca widzialna (apparens) i uważana przez narzędzia matema- Xiężyc

tyczné, iuż większá iuż mnieyszá nam się pokazuie, tak dalece, że od 29′, 25″ dochodzi aż do 33′, 34″ ; skąd się wnosi, iż xiężyc ráz bliżéy, drugi ráz dalszy iest od ziemi, a przeto że obracaiąc się około ziémi, nie kréśli koła lecz inną iakąś liniią krzywą ; o czém ażeby się przekonać, dáymy, iż C iest srzodkiém ziémi, A srzodkiém xiężyca, a tak ciężkość piérwiástkowá ku ziemi w mieyscu A musi mieć iakąś pewną i oznaczoną wielkość, stósowna do odległości CA. Gdyby więc prędkość xiężyca w A w kierunku styczney AE taką była, iżby wysokość iéy odpowiadaiąca na powiérzchni ziemi *a* była

obrácá się około ziemi w Elipsie czyli niedorzutni.

Fig. 151

$$= \frac{AC.\, g}{2v}$$, gdzie g wyráżá ciężkość piérwiastkową na powiérzchni ziemi, v zaś siłę wsrzodpędną, czyli ciężkość piérwiástkową w mieyscu A. gdyby mówię tak było, xiężyc kréśliłby koło około srzodka C, gdyż w kole iest v: g = AC: 2a (Roz. I. 9.). Ale ieżeli prędkość xiężyca w kierunku AE iest mnieyszá, na ten czas on nie po kole AB, lecz po innéy linii krzywéy AD, niżéy AB obracáć się pocznie, iako mocniéy pociągany ku C niżby pociągany bydź powinien, aby kréślił koło ; a tak zbliżaiąc się do srzodka C doznaie co ráz większéy siły wsrzodpędnéy : że zaś siła ta nie iest prostopadła, lecz pochyła do iego kierunku, prędkość więc onegoż coraz

ráz się powiększá, z przyczyny siły wsrzodpędnéy. Ponieważ zaś kierunek xiężyca w jakim punkcie F znowu iest prostopadły do linii CF prowadzonéy ze srzodka sił C, do iego srzodka, która to liniia w ogólności nazywa się promieniém wodzącym (*) (*Radius vector*), prędkość więc xiężyca w tymże punkcie F będzie większá iak w A, promień zaś wodzący krótszy, gdyż przypuszczámy, że xiężyc począwszy od punktu A, co ráz bardziéy się zbliżał do srzodka C. Zaczém gdyby i w tém zdarzéniu xiężyc obracał się po kole FG maiącym srzodek C, wtedy wysokość a′ do iego prędkości w kierunku styczný prowadzonéy do F należącá byłaby $= \frac{FC.\,g}{2v'}$ a tém samém $a' < a$, ponieważ $FC < AC$ a zaś $v' > v$. A że prędkość xiężyca większá iest przy F, iak przy A więc $a' > a$. Skąd się okazuie, że xiężyc nié może się obracać po kole FG lecz dla większéy prędkości swoiéy w kierunku stycznéy należącéy do punktu F odbiéga od srzodka C po linii krzywéy FH, a co ráz bardziéy się od niego oddalaiąc, siłę swoię wsrzodpędną zmnieyszá. Okazać zas

(*) Promień wodzący (*Radius vector*) iest linia prowadzoná od śrzodka słońca lub planety iakiéykolwiek głównéy n. p. ziemi, do śrzodka planety obiegaiącéy około słońca lub planety głównéy.

zaś można, że tym sposobém srzodek xiężyca kréśli liniią krzywą do siebie się zwracaiącą, ADFHA podługowatą, którą nazywaią Ellipsą. Punkt C. za srzodkiém Ellipsy przypadaiący, nazywa się ogniskiém Ellipsy (focus Ellipsis) (*).

§. V.

Odstępy (*absides*) mimosrzod (*excentricitas*) i ustęp práwdziwy (*anomalia vera*) xiężyca i planet głównych

Punkt A drogi xiężyca, w którym iest náyodległéy od ziemi nazywa się punktem odziémnym (*apogaeum*) punkt zaś F w którym náybliżéy ziemi znayduie się xiężyc, zowie się punktém doziemnym (*perigaeum*); podobnież punkt drogi iakowégo planety, w którym srzodek iego náydalszy iest od srzodka słońca, nazywa się odsłonecznym tegoż planety (*aphelium*) punkt zaś náybliższy dosłonecznym (*perihelium*). Oba te punkta spolném imieniém nazywaią odstępami (*absides*), liniia zaś AF czyli oś drogi eliptycznéy, liniią odstępów (*linea absidum*) odległość ogniska od srzodka drogi, iako to CO, TO nazywa się mimosrzodém (*excentricitas*) kąt

(*) Uwiązáwszy końce nici do dwoch punktów C i T nieruchomych táblicy, ieżeli wytężaiąc też nić styfcikiém, obrácać go będziémy około punktów rzeczonych C i T, obrotém tym wykréśli się Ellipsa, maiącá ogniska C, i T, śrzodek O równo oddalony od ogniska; gdzie łatwo widzieć można, że poprowadziwszy z ognisk do punktów Ellipsy którychkolwiek L i M, linie TL, CL i TM, CM, będzie TL + CL = TM + CM = AF i AT = CF.

kąt zaś LCA zawarty między mieyscém, na którém się w ow czas znayduie xiężyc i mieyscém odziemném, podobnie iak i kąt między mieyscém, gdzie się znayduie planeta i mieyscém iego odsłoneczném nazywa się ustępém prawdziwym (*anomalia vera*). Bieg więc xiężyca nie iest iednostayny, ale począwszy od punktu odziemnégo, gdzie iest náypowolnieyszy, nieustannie się przyśpiészá aż do punktu doziemnégo, gdzie má náywiększą prędkość; a z tego punktu odchodząc, znowu swą prędkość zmnieyszá, czyli opoźniá aż do punktu odziemnégo. Takową nierówność biegu dostrzegámy nie tylko w xiężycu naszym, ale téż w xiężycach Jowisza i Saturna. Same nawet planety główné kréśląc Ellipsy około słońca, náypowolnieyszy maią bieg w mieyscach odsłonecznych, a náyprędszy w dosłonecznych, a zaś między témi punktami znayduiąc się, co ráz bardziéy przyśpiészaią lub opoźniaią swe biegi.

§. VI.

Dáymy, że punkt iaki siłą swoią wśrodpędną około punktu C kréśli liniią krzywą ABF, i że w mieyscu A iego prędkość taka iest, iż w czasie t przebiédz może część AD styczney do A prowadzonéy. Niech będzie AB łukiém wykréślonym od punktu danégo w tymże czasie t, i ten łuk weźmy iakoby za nieskończenie ma- Powiérzchnie opisane od promiénia wodzącégo, są

mały; w przeciągu tego czasu, tak krotkiégo, siła wśrzodpędna będzie się mogła brać za iednostayną, a przeto liniia DB za równoległą do AC, łuczek AB za liniią prostą. Poprowadziwszy więc liniie DC i BC utworzą się tróykąty ADC i ABC równé, iako maiącé spólną podstawę AC, a zakończoné między równoległémi AC i DB. Ponieważ więc bieg punktu danégo po łuczku AB prawie zupełnie iest iednostayny: poprowadziwszy styczną BE do B i zrobiwszy ią = AB prędkość punktu w mieyscu B taka będzie, iż tą prędkością w przeciągu drugiéy chwili = t przebiédz może liniią BE. Daymy, że w rzeczy saméy przebiéga łuczek BF, a będzie iak wyżéy liniia EF, równoległa do BC, i tróykąt BCE = BAC: ponieważ liniią ABE brać można za prostą: a że też i tróykąt FBC będzie równy tróykątowi EBC, zaczém wycinek (sector) FBC, równa się wycinkowi BAC. Podobnież wycinek opisany od promiénia wodzącégo w chwili trzeciéy, czwartéy i t. d. = t, będzie się równał wycinkowi BAC. Zebrawszy więc razém z jednéy strony liczbę n, z drugiéy liczbę m takich wycinków, będzie się miał piérwszy wycinek większy ABC złożony z n małych wycinków, do drugiégo DEC złożonégo z m małych iak nt : mt, to iest, iak czas strawiony na opisanie łuku AB należącégo do piérwszé-

w stósunku czasów.

Fig. 152.

Fig. 153.

wszégo odcinka, do czasu strawionégo na opisanié łuku DC, drugiégo odcinka. Ogólnie więc powiedzieć należy, że wycinki opisané od promiénia wodzącégo, zawsze są w stósunku czasów strawionych, na przebiéganié ich łuków. Przekonywa doświadczénié, że to prawidło ma mieyscé w biegu Xiężyca, i owszém *Kepler* iuż okazał, że ono spólnie służy wszystkim Planetóm do słońca odnoszonym, co powtórnie dowodzi, iż Xiężyc ku ziémi, planety ku Słońcu wprost dążą siłą wśrzodpędną.

§. VII.

Jeżeli CT iest liniią prostopadłą do stycznéy punktu A, i CM prostopadła do stycznéy punktu D, będzie się mieć prędkość przy D do prędkości przy A iak CT: CM, ieżeli bowiém wycinki ACB, DCE, tak są małe, iż brać się mogą za tróykąty prostokréślné, wtedy czas t, strawiony na opisanié AB mieć się będzie do czasu T strawionégo na opisanié DE iak ABC : DEC (6) = AB. CT: DE. CM. A że wtedy biegi przez AB i DE za iednostayné brać się mogą; będzie więc AB mieyscém opisaném prędkością C przy A znayduiąca się, zaś DE mieyscém opisaném prędkością C, znayduiacą się na DE, mieysca zas te AB : DE mieć się będą iak tC: Tc. Przeto t: T=AB. CT:DE. CM=tC. CT:Tc. CM, skąd C. CT=c. CM; i CT: CM=c: C. Co potwier-

Prędkość punktu siłą wśrzódpędną naglonégo, na każdém mieyscu iest w stósunku odwrotnym linii prostopadłéy do stycznéy owegoż mieysca.

Fig. 153.

twiérdzá to, co się wyżéy powiedziało, że ieżeli ciało opisuie Ellipsę, około iakiego srzodka sił, prędkość iego tém bardziéy się powiększá im bardziéy się zbliżá ciało do tegoż śrzodka, i przeciwnie tém bardziéy zmnieyszá się, im bardziéy się od niego oddalá.

§ VIII.

Ziémia cięży na Xiężyc.

Jako xiężyc pociagany iest od ziémi, tak téż podobnie ziémia musi bydź pociągana od xiężyca, gdyż postrzegamy w naturze to ogólné prawo, że każdému działaniu odpowiédá oddziałanie równé i wprost przeciwległé. Prawda, że gdy ciała ziemskié spádaią ku ziémi nié postrzégamy wcale żadnégo dążéniá, czyli biegu iéy saméy ku tymże ciałóm: ale to przypisać należy niezmiernéy prawie ogromności ziemi względém ciał ziemskich (Roz. 3. 5.) Wiadomo bowiém, że biegi póstępné są w stósunku wieloczynów z miąższości przez prędkości; skoro więc miąższość ciała iakiego do biegu naglona byłaby nieskończénie wielká, tedy prędkość biegu tego ciała musi bydź nieskończénie małą. Ale inaczéy się rzecz má z xiężycém, iak z ciałami ziemskiémi: ponieważ ziémia tylko 49 razy iest większá od xiężyca (Wstę. XII. 39.) cięžénié więc ziémi ku xiężycowi, może bydź znaczné, co właśnie okazuią podnoszé-

szénia i opádania (*fluxus & refluxus.*) morza, które iak wiémy (Wstę. VI. 13.) iednostaynie odpowiadaią biegowi xiężyca, i dokładnie wyłożyć się mogą przez ciężénié ziémi na xiężyc.

§ IX.

Ponieważ xiężyc pociąga ziemię a ziémia Xiężyc, oba te ciała ustawnie będą do siebie wzaiém dążyć w linii prostéy CL przechodzącéy przez ich srzodki (3) Że zaś za powiększoną odległością od srzodka, zmnieysza się ciężkość ku temuż srzodkowi, gdy więc na powierzchni ziémi náybliższéy xiężyca przy d znayduie się morzé, cząstki iego dążyć będą ku xiężycowi większą ciężkością pierwiastkową, a niżeli sam srzodek ziémi C, iako odlegleyszy od xiężyca: ten zaś srzodek większą ciężkością niż morzé przy e náydalszé od xiężyca; a tak różnicą zachodzącą między ciężeniém na xiężyc, cząstek przy d, i ciężéniém na ténże xiężyc srzodka ziémi, pociąga też cząstki od srzodka ku xiężycowi: różnica zaś między ciężéniém srzodka i cząstek przy e, pociąga też cząstki ku niému. A że morzé wszędzie cięży, ku srzodkowi ziémi C, zaczém ciężkość ziemská przy d i e zmnieyszać się musi, przez działanié, czyli pociąganié xiężyca, a tém samém słupy wodné przy d i e, nié mogą daléy równoważyć ze słupami przy A i B, chy-

Za co morza we dwóch mieyscach przeciwległych wznoszą się, a w dwóch innych przeciwległych zniżaią się, czyli opádaią.

Fig. 154.

chyba podniosłszy się aż do D i E, przez to zaś ich podniesiénié się, muszą się zniżyć słupy przy A i B. Liniia bowiém AB iest prostopadła do DE przez srzodek C przechodzącą, a ztąd odległość punktów A, B i srzodka C od xiężyca, iest iednaka: a przy iednakiéy odległości, iednakié ich wszystkich ciężénié na xiężyc, ciężénié więc punktów A i B ku srzodkowi C nic się nie odmiénia przez działanié xiężyca. Gdyby więc ziémia statecznie zachowywała toż samo położénié względém xiężyca, i nie obracała się, morza nié mogłyby się ułożyć do równowagi podniosłszy się w punktach D i E przeciwlegle znayduiących się na linii przechodzącéy przez srzodek ziémi i xiężyca, a razém opadłszy w punktach A i B także wprost przeciwległych sobie. Toż samo prawdziłoby się nie tylko na równiku AdBe, na którégo płaszczyznie uważamy teraz xiężyc znayduiący się, ale też na wszystkich innych równoleżnikach ziemskich, lubo podnoszénia się i zniżénia wód coraz bardziéy zmnieyszałyby się ku biegunowi; gdyż za równikiém morza ukośnie zbliżaiąc się lub oddalaiąc od Xiężyca, nié mogą przy równych okolicznościach do takiéy wysokości pionowéy podnieść się, iak pod równikiém.

§. X.

Nàywiększé wy- Obrót ziémi to sprawuie, że te podnoszénia się i odpadania morza, o których

do-

dopiéro mówiliśmy nie są prostopadłé, a zatém dzieie się wyléw i odléw. Jeżeli bowiém ziémia obráca się, albo co iedno iest, iéżeli xiężyc prawie we 24 godzinach obiégaiąc ziémię z L przychodzi do M, i liniia CM przecina morze w Ff, widoczna iest, że woda co ráz na inném mieyscu podnosić się będzie, a przeto pod xiężycem nie będzie mogła równoważyć ale nieprzerwanie około ziémi bieżyć musi część AFf Oceanu ku d, a przeto i woda pod xiężycém znayduiąca się w Ff, nie przestaie bieżyć, czyli płynąć w tymże kierunku, gdyż biég tén ráz sprawiony znagła ustać nié może. Przyśpiészá się wprawdzie co ráz bardziéy tén bieg między A i f, a zaś za f się opoźniá, z przyczyny przyciąganéy wody przez xiężyc, iednakże za f nie co się ieszcze utrzymuie, aż na koniec dla większégo co ráz oddaléniá się xiężyca zupełnie ustanie. Ale woda w AF poziomo płynąc, razém téż wznosi się, i kierunek takowégo iéy biegu z liniią do srzodka C prowadzoną formuie kąt rozwarty, kąt tén HFC iest náywiększy w mieyscu F pod xiężycém, a za F co ráz się zmnieyszá, tak iednak iż zawsze zostaie większy od kąta prostégo, czyli C f N, a to z téy przyczyny, że woda i za F bardziéy iest pociągana od xiężyca, a niżeli srzodek ziémi C. Przeto náywiększé podniesienié się Dd Oceanu iest

lewy morza są ku stronie wschodowéy tego mieysca nad którém się xiężyc znayduie.

w tém

w tém mieyscu D, gdzie iego bieg poziomy ku fd, zupełnie ustaie. Żé zaś dla obrotu ziémi, i obrotu xiężyca ku wschodowi zdaie nam się, iż xiężyc obraca się około ziémi ku zachodowi w przeciągu 24 godzin 48$\frac{3}{4}$' (Wstę. XII. 23.) wnieść więc należy, że mieysce naywiększe wyléwu D, zawsze iest oddaloné od mieysca F pionowégo położénia xiężyca, a to w stronę wschodnią; oddalénié to, iak naucza doświadczénié, wynosi blizko 45 stopni.

§. XI.

Czasy wyléwu i odléwu morza.

Na każdêm więc mieyscu Oceanu prawie przez trzy godziny po przeyściu Xiężyca przez Południk dzieie się wyléw, przez trzy godziny po iego zachodzie odléw, przez trzy godziny po przeyściu iego przez południk przeciwstopniowy (*antipodum*) powtórny wyléw, i przez trzy po wschodzie powtórny trwa odléw. A tak tedy podnoszénié i opadanié morza codziénnie dzieie się, a to bądź xiężyc znayduie się na płaszczyznie równika, iakeśmy dotąd uważali, bądź na innym iakim równoleżniku. Jeżeli się xiężyc znayduie na równiku, który będąc kołém wiélkim, przecina się z poziomym na dwoie, czasy wyléwu i odléwu prawie zawsze będą równé, to iest 6 godzin i 12' (Wstę. VI. 13.), ale ieżeli się znayduie za płaszczyzną równika, we wszystkich

kich mieyscach za tymże równikiém, albo się dłużéy bawi nad, niżeli pod poziomém, albo dłużéy pod, niż nad poziomém. Stąd tedy czasy wyléwów i odléwów bydź muszą nierówné, chociaż zawsze we 24 godzinach i 48 $\frac{3}{4}$' po wyléwie znowu nastaie odléw: nierówność zaś ta w mieyscach, których szerokość nie iest znaczna, iest pomierna, ale w mieyscach pobliższych biegunòm, iest coraz znaczniéyszá, tak dalece, iż na koniec Ocean w czasie 24 godzin. 48 $\frac{3}{4}$' zdaie się raz tylko podnosić i opadać, ponieważ czásy srzodkuiącé między dwoma odléwami i wyléwém srzednim, tak są małe, iż tych wcale dostrzédz nié można. A iako biegi te morza tém są słabszé, im bardziéy się posuwaią ku biegunóm, (9) tak téż nie dziw, iż oné na koniec zupełnie postrzegané bydź nié mogą.

§. XII.

Nie wszystkié morza iednako wzbiéraią i opádaią, náy większé maią wyléwy i odléwy przy brzegach.

Wzbiéraniá i opádaniá morza w mieyscach mało co rozciągłych między wschodém i zachodém, lub téż w mieyscach miałkich i wielé wysp maiących pospolicie nie znaczné bywaią, co przypisać potrzeba niełatwému spływaniu z opodal wód i ichże o ziémię tarciu osłabiaiącému prędkość biegu wód. A ieżeli w których z nich daią się postrzédz iakokolwiek znaczné wyléwy i odléwy, te pochodzą z Oceanu łączącégo się z niémi, w któ-

rym wzniesioné wody, dążąc do równowági spływaią do nich przez ciásniny, i one podnoszą, po odléwie zaś Oceanu, nazad się do niégo powrácaią wody przez też ciásniny, i przez to sprawuią ich opadániá. Wyléwy i odléwy takowych morz náywiększe bywaią przy brzegach i większe częstokroć iák na morzach otwartych. Te bowiém biegi morza tak iak i wszystkié inne od ciężkości pochodzącé, nie na saméy tylko powiérzchni morza znayduią się, ale i wewnątrz. Morze więc ku brzegóm nakształt rzeki skałami i występuiącémi brzegami, co ráz bardziey ściská się, a tém samém coráz bardziéy się wznosi, aż na koniec na samych brzegach, gdzie wszystek bieg iego zastanáwiá się, wznosi się do wysokości odpowiadaiacéy iego prędkości, która częstokroć bywá znaczna.

§. XIII.

Wyléwy i odléwy morskié (przy innych równych okolicznościach) tém są większé im mnieyszá iest xięży-

Xiężyc zdaie się codziénnie obrácać około ziémi na płaszczyznie iakowégoś równoleżnika n. p. Ad Be, którégo srzodek C przypádá na osi ziémi. Znayduiąc się więc xiężyc na takowéy płaszczyznie za równikiém pociągać będzie morzé w D i E nie iuż pionowo, ale ukośnie, a zatém morzé przy równych nawet okolicznościach nie będzie mogło tak wysoko podniéść się pionowo, iak się podnosi pod równikiém, gdy xiężyc znayduie się na

na iego płaszczyznie. Że zaś prawie cała oś ziémska iednako iest odległa od xiężyca, wody więc tém wyżéy wznioą się, im odległość xiężyca od punktu C większa iest od odległości iego od punktu d, to iest, im większy iest promień równoleżnika Cd, bo tém większa zachodzi różnica między ciężéniém ku xiężycowi punktów A, d, B, e, ale też za to i bieg poziomy wód około ziémi od wschodu ku zachodowi, tém większy bydź musi, iako w jednymże czasie, tém większé mieyscé przebięgaiących. Ponieważ więc promień Cd, naywiększy iest na samym równiku, przeto wyléwy i odléwy morza, przy innych równych okolicznościach, większé bydź muszą pod czas znaydowania się xiężyca na równiku iak za równikiém a tem mnieyszé, im iego oddalénié się większé iest od równika. (Wstę. VI.) Stąd wyrozumieć można, za co wyléwy i odléwy przy równych okolicznościach większé są, gdy iest xiężyc w doziémniku, a wtedy mnieyszé gdy iest w odziémniku. Ciężkość bowiém piérwiastkowa ziémi ku xiężycowi, przez przybliżénié się do niéy xiężyca, powiększa się, przez oddalénié się zaś zmnieysza.

ca odległość od równika i od doziémnika.

§. XIV.

Gdyby ziémia nie ciążyła na słońcé, lecz tylko na xiężyc, tedy wzbiérania i opadania morza, żadną miarą nié mogły-

Ziémia ciężyła także i na słońcé.

by zależeć od położénia xiężyca względém słońca, Ale ieżeli ziémia cięży na słońce, to iest: ieżeli ią słońce pociąga, i ieżeli to pociągánié większe iest, iak pociąganié przez xiężyc; tedy siła, którą słońce chociaż náybardziéy oddaloné od ziémi porusza morza, znaczna bydź może. A że naucza doświadczénié, że przy równych okolicznościach wzbiérania i opádánia morza náywiększé na Nowiu i Pełni (*Sizygiis*) w piérwszéy zaś i ostatniéy kwadrze náymnieyszé bywaią, wnieść więc należy, że słońcé pociąga ziémię, a to bardziéy ieszcze iak xiężyc. Jakoż pod czas pełni lub nowiu srzodek ziémi słońca i xiężyca znayduią się w jednéyże prawie linii prostéy, a stąd też same części Oceanu dwoistą siłą, to iest od słońca i xiężyca pochodzącą wznoszą się i opadaią, zaś pod czas kwadr, części Oceanu, które xiężyc podnosi pociąganiém swoiém, słońcé ié zniża i przeciwnie: a przeto wtedy zbiérania i opadania wód pochodzą tylko od różnicy zachodzącéy między siłą pociągania ziémi przez xiężyc a siłą pociągania téyże ziémi przez słońcé: a tém samém mnieyszé bydź muszą iak w piérwszym przypadku. (Wstęp. VI. 15.). Wzbiérania zaś te i opadania náywiększé, nie w sam dzień nowiu lub pełni przypadaią, lecz trzema prawie dniami poźniéy. Ocean bowiém raz wzruszony od xiężyca i słońca, nié

może

może razém stracić biegu swoiego, chociażby xiężyc i słońce razém przestali nań działać. Morzé zatém za pomnożéniém się co raz większém siły słońca i xiężyca, co raz wyżéy się wznosi, a nawet nie przestaie wznosić się, chociaż siła ta iuż się poczyna zmnieyszać: tak właśnie iak się dzieie z upałém słonecznym, który od wschodu słońca, co raz bardziéy się natężaiąc, nie pod czas południa, ale około trzeciéy prawie godziny iest náywiększy, chociaż na ten czas siła promiéni słonecznych iest słabszá. W ogólności zaś powiedzieć można, że wzbiérania i opadania morza, nie równie mnieyszé byłyby iak bywaią, gdy morze wzruszoné od poprzedzaiącégo wyléwu piérwéy się uspokoiło, a niżeli drugie poczyna się.

§. XV.

Jeżeli wyléwy i odléwy morskié widocznie przekonywaią, że słońcé pociągá ziemię, łatwo téż domyślić się można, iż bieg xiężyca, bardziéy ieszcze iak wzbiérania i opadania morskié, zawisnąć powinien od działania nań słońca, gdyż różnica między odległością náymnieyszą i náywiększą xiężyca od słońca wynosi prawie 120 promiéni ziémskich, a przeto nie równie większá iest od różnicy między odległością powiérzchni i srzodka ziémi

Bieg xiężyca około ziémi zmiéniá się nieco przez ciążénié tegoż xiężyca na słońcé.

Fig. 155.

ziemi od słońca. Niech S wyraża srzodek słońca, T srzodek ziémi, a tak liniia ST będzie na płaszczyznie rocznokręgu (*Ecliptica*) a poniewaź płaszczyzna drogi xiężyca, przecina płaszczyznę rocznokręgu pod kątém blizko 5° (Wstęp XII. 23) połowa więc drogi xiężyca ALB nad rocznokręgiém, a połowa AMB pod rocznokręgiém przypada. Daymy, że xiężyc znayduie się w mieyscu L, poprowadźmy liniią LM przez T przechodzacą, słońce więc bardziéy pociagać będzie xiężyc zostaiacy w mieyscu L niżeli srzodek ziemi T, i przeciwnie bardziéy będzie pociagać srzodek ziemi T, niż tenże xiężyc w mieyscu M znayduiacy się. Siła LO, którą xiężyc w L bardziéy niż ziémia iest pociągany ku słońcu, ma kierunek LS, na płaszczyznie więc przez LS przechodzącéy, a do płaszczyzny drogi xiężyca prostopadłéy, może się ona rozebrać na siłę LN maiącą kierunek przypadaiacy na płaszczyznie drogi xiężyca, i na siłę NO, prostopadłą do téyże płaszczyzny a wprost leglą względém płaszczyzny rocznokręgu. Podobnież siła MQ, którą xiężyc mniéy, a niżeli ziemia iest pociągany od słońca, a przeto którą iest naglony ku MQ, rozebrać się może na siłę MP, znayduiącą się na płaszczyznie drogi Xiężyca, i na siłę PQ prostopadłą do téyże płaszczyzny i razém wprost ległą względém płaszczyzny

żny rocznokręgu. Zaczém xiężyc w obu stronach swéy drogi, iest iakoby ciągniony do płaszczyzny rocznokręgu, a tém samém iego szérokość zmnieysza się (Wstęp XII. 22.). Z czego się pokazuie, że xiężyc bądź znayduie się w części swéy drogi wprostległéy względém słońca, bądź tam gdzie iest mieysce nowiu, bądź w stronie przeciwległéy, gdzie mieysce pełni szérokość iego przez pociąganié słońca prędzéy niknie to iest, prędzéy xiężyc przychodzi do węzła (*nodus*) swego (Wstę. XII. 42.) a niżeliby przyszedł, gdyby słońcé nań nie działało; przeto węzeł, do którégo dąży xiężyc z iednéy srony zawsze ku mieyscu nowiu, z drugiéy ku mieyscu pełni, iakoby posuwa się.

§. XVI.

Dáymy, że na drodze xiężyca punkta A i B są mieyscami kwadr a zaś C i D mieyscami nowiu i pełni, skąd następuiącé wypádaią uwági 1º Jeżeli węzły przypádaią w samych punktach A i B, gdy xiężyc przebiégá łuk ACB węzeł B uchodzi ku C, a przez to samo cofá się, gdy zaś xiężyc przebiégá łuk BDA tedy węzeł A cofá się ku D (15.); zaczém w tym razie węzły przez cały czas obrotu xiężyca cofaią się, to iest, postępuią wspak znaków niebieskich, lubo sam xiężyc zawsze porządkiém tychże znaków postępuie. 2º Jeżeli węzły przypádaią w punktach G, H, a xiężyc

Cofanié się węzłów xiężyca.

Fig. 156.

prze-

przebiéga łuk AG tedy węzeł G uchodzi ku C, a przeto postępuie; gdy zaś xiężyc kryśli łuk CB, tedy węzeł H zbliża się do C a tém samém się cofa; gdy znowu xiężyc przebiéga łuk BH tedy węzeł H, przybliża się ku D, a zatém postępuie, a gdy xiężyc ténże przebiéga łuk HDA, tedy węzeł G zbliża się co raz bardziéy ku D, a zatém się cofa. Że zaś łuki GCB, HDA, większé są od łuków AG, BH, przeto cofanié się węzłów iest większé niżeli ich postępowanié. 3º Jeżeli węzły przypadaią w punktach E, F podobnież przekonać się można, iż w tym także razie, gdy xiężyc przebiéga łuki ACF, BDE węzły się cofaią, a postępuią, gdy xiężyc przebiéga łuki EA, FB a przeto więcéy się cofaią, iak postępuią 4º Jeżeli nakoniec węzły przypadaia w samych punktach nowiu i pełni C i D, wtedy też węzły wcale biegu nié maią, gdyż pod czas biegu xiężyca przez łuk CB, węzeł D musi zbliżyć się do C, a pod czas biegu iego przez łuk równy tamtemu BD znowu od tegoż punktu C oddalić się: a tak na mieyscu swoiém D zostaie. Co przekonywa, że w przeciągu roku każdego węzły xiężyca zawsze się cofaią przez pewną ilość łuku, i *Newton* okazał, którego nadzwyczaynému dowcipowi winniśmy naypierwszé odkrycia rzetelnych prawideł ciał niebieskich, że węzły w rzeczy saméy co rocznie tylé się cofa-

cofaia, ilé się cofać powinny podług praw działania słońca na xiężyc. Cofaia się zaś corocznie, iak nauczá doświadczénié, przez 19° 19′ 43″ na cofniénié się zaś węzłów przez całą drogę xiężyca potrzeba 18 lat 224 dni 4 godzin 45 minut.

§. XVII.

Odmjana pochyłości drogi xiężyca.

Taż sama siła słońca na płaszczyznę drogi xiężyca prostopadła która węzły xiężyca cofa, zmiénia też pochyłość iego płaszczyzny do rocznokręgu. Xiężyc bowiém będąc ustawicznie pociągany z płaszczyzną swoią od słońca nié może zupełnie po niéy obrotu swego odbywać. Wszakże tak mało od niéy odchodzi, iż uważać można, iakoby zawsze na téyże saméy płaszczyznie obracał się, a tylko płaszczyzna ta miała iakowyś bieg mały. Niech BE wyráżá płaszczyznę rocznokręgu, i niech ią rzeczoná płaszczyzna xiężyca przeciná pod kątém LAD, a to wtedy, gdy xiężyc znayduie się w L, i co ráz bardziéy oddalá się od rocznokręgu. Ponieważ xiężyc po swéy płaszczyznie bieżąc ku M, przez działanie słońca pociągany iest do rocznokręgu na mieysce N: płaszczyzna więc ta iakoby wzruszoná będzie przy L, biorąc położénié NLF, w którém położeniu przeciná płaszczyznę rocznokręgu, pod kątém LBD mnieyszym, niż przedtém. Ale ieżeli xiężyc z drugiéy strony, co ráz bardziéy znowu zbliżá się do rocznokręgu, Fig. 157.

i wę-

i węzła swoiego, i ieżeli płaszczyzna drogi iego przecina płaszczyznę rocznokręgu pod kątém HEA, wtedy kiedy on tam znayduie się w H: iawna rzecz iest, że ta płaszczyzna drogi iego z przyczyny działania słońca iakoby przeydzie z HF na HG, a tém samém przetnie wtedy płaszczyznę rocznokręgu pod kątém HDA większym niż przedtém. Skąd się wnosi, że pochyłość drogi xiężycowéy zmnieysza się przez pociaganié słońca, kiedy xiężyc wyszedłszy z węzła swoiego co raz się bardziéy oddala od płaszczyzny rocznokręgu: powiększa się zaś znowu, kiedy się zbliża do płaszczyzny rocznokręgowéy. Odmiana ta pochyłości drogi xiężyca, co do wielkości swoiéy odpowiadać musi mocy, którą xiężyc ku rocznokręgowi iest naglonym, to iest, naymnieysza wprostpołożéniu, czyli pod czas nowiu i pełni, ieżeli węzły przypadaią w mieyscach kwadr: naywiększa zaś zawsze będzie, ieżeli węzły przypadaią w samych punktach prostpołożénia (*in Syzygiis*), gdyż wtedy działanié słońca nié może ani poruszyć węzłów, ani zmnieyszyć pochyłości drog xiężyca. Naucza zaś doświadczénié, że odmiana ta pochyłości drogi xiężycowéy iest między 4° 58′ i 5° 17′ 30″ iaka właśnie i z rachunku wypada.

§. XVIII.

§. XVIII.

Widzieliśmy iuż, co za skutki sprawiá siła, NO lub PQ, przypatrzmy się teráz sile LN będącéy na płaszczyznie drogi xiężycowéy. Siła ta może się rozebrać na dwie inné siły iako to LR kierunku styczné y i LG prostopadłą do téyże stycznéy: piérwsza z nich odmiéniá prędkość biegu xiężyca i dlá tego nazywá się siła zmiany iego (*vis variationis lunae*) drugá zaś iuż go zbliżá, iuż oddalá od ziémi, a zatém odmiéniá onegoż mimosrzod, którá to odmiana nazywá się wyruszéniém xiężyca (*evectio lunae*). Odstępy xiężyca (*absides*) nie iako porzadkiém znaków niebieskich corocznie uchodzą przez 40° 39′ 52″ tak dalece, iż całą drogę tegoż xiężyca przebiégaią w przeciągu 8 lat 309 dni 8 godzin 37′ 30″. Liniia więc krzywá, którą xiężyc opisuie około ziemi nie iest Ellipsa, ale się brać może, za Ellipsę, któréyby mimosrzod i liniia węzłów co ráz się odmiéniała. Wszystkié zaś nierówności biegu xiężyca odpowiadaiącé różnym odległościóm ziemi i słońca od xiężyca, tak iasno oznaczyć się mogą z ogólnych praw powszecnéy ciężkości przez *Newtona* odkrytych, iż rachunkiém wyznaczony bieg xiężyca zupełnie się zgadzá z biegiém onegoż prawdziwym, to iest tym, o którym naydokładnieyszé dostrzéganiá nas zapewniáią.

Siła zmiany i wzruszéniéxiężyca (*vis variationis & evectio lunae*).

Fig. 155.

§. XIX.

§. XIX.

Różne miesiące Dwugląd poziomy xiężyca.

Z tego, co poprzedziło, zrozumieć można, za co Astronomowie rozróżniaią miesiące, i tak: 1° Miesiąc obieżny (*Mensis periodicus*) czyli czas, w którym xiężyc przebiéga długość 360° rachowanych od piérwszégo punktu znaku barana; czas ten wynosi 27 dni, 7 godzin, 43′ 5″ 2° Miesiąc gwiazdowy (*Mensis sidereus*) czyli czas, w którym xiężyc powraca do iakiéy gwiazdy stałéy; trwałość czasu tego, różni się od miesiąca obieżnégo, iak niżéy zobaczymy, a to z przyczyny cofania się punktów porównań dnia z nocą (*praecessio aequinoctiorum*) zamyka on w sobie 27 dni 7 godzin 43′ 12″ (Wstęp XII. 25.) 3° Miesiąc dobieżny (*Mensis Synodicus*) czyli przeciąg czasu od iednego złaczénia xiężyca ze słońcém, aż do drugiégo złączénia następnégo: i tén wynosi 29 dni 12 godzin 44′ 3″ 4° Miesiąc wstępny (*Mensis anomalisticus*) w którym xiężyc wyszedłszy od odziemnika (*apogaeus*), znowu się doń powraca: ma on 27 dni 13 godzin 18′ 35″ 5° Miesiąc węzłowstępny (*Mensis draconiticus*), w którym xiężyc wyszedłszy z węzłu wstępnégo (*Nodus ascendens*) do niego powraca: ma on 27 dni 5 godzin 6′ 56″. Dwuglad zaś poziomy xiężyca naymnieyszy iest 53′ 53″ a naywiększy 61′ 25″. Skąd łatwo okazać można, iż odległość xiężyca od ziemi naymnieysza 55, 9, naywiększa

większa 63, 8. promieni ziemskich wynosi.

§. XX.

Też same zawsze plamy postrzegamy na xiężycu, musi więc on iedną zawsze stroną ku nam bydź obróconym, a zatém w czasie 27 dni 7 godzin 43′ 12″ raz obiégaiąc swoią drogę, musi téż raz obracać się około osi swoiéy. Jakoż ieżeli T iest mieyscém ziémi, xiężyc znayduiąc się w mieyscach C, E, D i t. d. nié mógłby zawsze iedną stroną A ku ziemi bydź obrócony, gdyby razém nie obracał się około osi swoiéy. Nauczaią zaś postrzegania dokładné plam, iż oś obrotu xiężyca zawsze iest sama sobie równoległa, i prawie prostopadła do płaszczyzny roczno-kręgu, sam zaś obrot koło téy osi iest iednostayny, co dowodzi, że xiężyc siłą swoią, którą nazwaliśmy upornością obraca się około osi wolnéy. Wszakże plamy iego zdaią się czasém zbliżać się do iednego brzegu tarczy onegoż, a czasém od tegoż brzegu odsuwać się, i przy tém nowé niektóre plamy przy brzegach okazuią się, a niektóre z dawnych nikną z oczu. Ruch tén mały, przez który plamy zdaią się posuwać i cofać, nazywa się ważéniém się xiężyca (*Libratio lunae*). Ważénié się zaś to szczególnie stąd pochodzi, iż xiężyc iednostaynie obracaiąc się około osi swoiéy, nie iednostaynie bie-

Ważénié się xiężyca (*libratio lunae*)

Fig. 158.

żу

ży po Ellipsie, w którey ognisku znayduie się ziemia T. Jeżeli bowiém liniia FE iest prostopadła do CD, xiężyc więcéy czasu potrzebuie na przebieżénié łuku CE, niż ED, a przeto przychodząc do E, nie czwartą ale większą część obrotu swoiego około osi odbywa, a tak tedy płaszczyzna rozdziélaiącá półkole A i B nie iest prostopadła do linii FE. ale się zawsze widzieć daie z ziemi to półkole xiężyca, które się oddziéla od drugiéy połowy płaszczyzną prostopadłą do linii łączącéy srzodki ziemi i xiężyca. I dlá tego to pod czas znaydowania się xiężyca w E postrzegamy nowé iakieś plamy ku G, i razém ku H, nikną té, które przedtém widzialné były, gdy xiężyc znaydował się w A.

ROZDZIÁŁ V.

o rocznym biegu ziemi.

§. I.

Dowodliwá iest, że ziemia obrácá się około słońca. Ponieważ wzbiérania i opadania morskié, dostatecznie przekonywaią, że słońce pociąga ziémię, bydź więc może, iż nie słońcé około ziemi, lecz ziemia około słońca obrácá się tąż samą siłą, którą i wszystkié inné planety około niego obracaią się (Roz. IV. 2. i 6.), a przeto że bieg słońca po rocznokręgu iest tylko pozorny. Je-

Fig. 159.

żeli

żeli bowiém srżodek ziemi opisuie na płaszczyznie rocznokręgu koło ABC około srzodka słońca S: widzieć będziémy słońce w znaku ♑ kiedy ziémia znayduie się w A, potém w ♒ kiedy ziemia iest w B, daléy w ♓ kiedy ziemia iest w C i t. d, a tak bieg ziémi od zachodu na wschod, którégo czuć nié możémy, to sprawuie, iż słońcé w tymże samym kierunku, to iest, od zachodu na wschód zdaie nám się obracać po rocznokręgu niebieskim. Można téż takowym sposobém wytłumaczyć wysokość południową słońca, którá przez cały rok ustawnie się odmiénia. Srzodek bowiém słońca i ziémi zawsze się znayduie na płaszczyznie rocznokręgu, płaszczyzna zaś rocznokręgu przecina płaszczyznę równika pod kątém 23° $28'$: i liniią takowego przecięcia się iest liniia prostá łączącá piérwszy punkt barana z pierwszym punktém wagi (Wstę. XII. 20), skoro więc patrzącému z ziemi w mieyscu A lub D znayduiacéy się pokazuie się słońce O, na iednym z tych punktów liniia AD będzie liniią przecięciá płaszczyzn rocznokręgu i równika. Gdybyśmy więc ziemię znayduiącą się w A lub D przecięli płaszczyzną prostopadłą do AD, a zatém i do płaszczyzny równika, tedy oś ziémi SN będąc prostopadłą do płaszczyzny równika, znaydować się musi na owéy płaszczyznie prosto- Fig. 160.

sto-

stopadłéy do AD. A że płaszczyzna ta, oddziéla część oświécona ziémi od nieoświeconéy: przeto kiedy ziémia znayduie się w A lub D, to iest, pod czas porównań dnia z nocą połowa ziemi od iednego bieguna aż do drugiégo od słońca iest oświécona, i na każdém iéy mieyscu 12 godzin iest dnia i 12 nocy. Jeżeli zaś GL iest liniią prostopadłą do linii AD przez O przechodzacéy, tedy oś SN która zawsze w biegu swoim zachowuie równoległość do siebie, naybardziéy iest nachylona do płaszczyzny przechodzącéy przez srzodek ziemi a prostopadłéy do linii GL: a zatém część oświécona ziémi w G, naydaléy za biegun północny N, w L zaś za biegun południowy S rozciąga się, to iest, kiedy ziemia przebiéga łuk AGD wtedy mamy lato, a kiedy przebiéga łuk DLA, wtedy mamy zimę.

§. II.

Biegi pozorné planet náydowodliwiéy okazuią obrót ziemi około słońca.

Bieg więc ziemi roczny, arcy iest dowodliwy; ponieważ przez niego wszystkié zjawy czyli fenomena biegu pozornégo słońca łatwo wytłumaczyć można, ale ieszcze dowodliwszym i prawie pewnym się staie, maiąc wzgląd na owé różné i nieforemné krzywizny linii, niby kréślone od planet na niebie zdaiacych się iuż postępować iuż cofać. Biegi te pozorné a tak osobliwé, łatwo wyrozumie możémy przypuściwszy obrot ziémi około słońca,

ca, i ta to iest celnieyszá przyczyna, dla któréy *Mikołáy Kopernik* piérwszy zaprzeczył bieg słońca około ziemi. Niezmierná zaś odległość gwiazd stałych, iest przyczyną, że żadnéy różnicy w ich położéniu (choćby przez náylepszé narzędzia) żadnégo dwuględu pochodzić mogącégo z rzeczonégo obrotu ziémi (Wstęp XII. 29) upatrzyé nié można, w różnych nawet porach roku czyniąc postrzegania. Gwiazdy bowiém stałé, widziané przez náylepszé przeziérniki, (to iest takié, któré bardzo powiększaią obrazy słońca i planet,) wydaią się tylko iakoby punkta: a zatém muszą bydź nierównie odlegleyszé od ziémi niżeli słońce i planety (Wstęp XII. 34.). A przeto nie mogaż bydź tak oddaloné od nas, iżby cała droga ziémi około słońca była iakoby punktém tylko względem ich odległości? To zaś przypuściwszy przyznać potrzeba, że liniie prosté ze srzodka ziémi w różnych mieyscach drogi swéy znayduiącéy się prowadzoné do któréykolwiek gwiazdy stałéy, zawsze brane bydź mogą za równoległe od siebie, to iest dwugląd obiegu rocznégo gwiazd stałych, czyli kąt zawarty między liniiami prostémi wychodzącémi ze srzodka ziémi na różnych mieyscach swéy drogi znayduiącéy się, prowadzonémi do iednéyże gwiazdy stałéy zawsze tak iest mały, iż przez náydokładnieyszé narzędziá nie może bydź oznaczony.

 §. III

§. III.

Zboczénié (*aberratio*) gwiazd, okazuie bieg roczny ziémi.

Bieg roczny ziémi około słońca nay-pewniéy okazany bydź może przez nie-iakié biegi pozorné gwiazd stałych, cho-ciaż bardzo małe, którym piérwszy *Bra-dléy* Anglik naznaczył za przyczynę bieg postępny światła. Swiatło bowiém acz niezmiernie prędko rozchodzi się, z tém wszystkiém upływać musi iakiś czas, a niżeli od gwiazd aż do nas doydzie. Ale też i ziémia czyniąc obieg roczny około słońca, musi biedz bardzo prędko, dla bardzo wielkiéy odległości swoiéy od te-goż słońca; stąd wypada, że prędkość zié-mi bieżącéy po swéy drodze nie iest nie-skończénie mała względém prędkości światła, lecz ma do niéy pewny iakiś stó-sunek. To zaś przypuściwszy, łatwo się okazuie, iż my po większéy części nié możémy widzieć gwiazd w jch mieys-cach właściwych, ieżeli ziémia obraca się około słońca. Niech bowiém ziémia znay-duie się w D, gwiazda zaś iaka na linii DF przedłużonéy: niech FE wyraża oś przeziérnika, (tubus) a iasno się okaże, że światło przebiégaiąc oś choćby nay-mnieyszą tego przeziérnika, do tego ie-dnak potrzebuie czasu choć bardzo krót-kiégo, a zatém tén czas może się podzie-lić na więcéy części równych. Niech więc światło w przeciągu piérwszéy czę-ści czasu t, przebiéga część osi FI, w prze-

Fig. 161.

w przeciągu drugiéy części czasu iednego niech przebiéga I L, w trzeciéy LE i t. d. a będą części té osi równe; ponieważ światło podług doświadczénia iednostaynie postępuie. Poprowadźmy teraz z punktów I. L. E i t. d. linie IG, LH. ED i t. d. równoległe do styczney punktu D, drogi, którą ziémia kréśli. Jeżeli więc ziémia w D, ma taką prędkość, iż nią w czasie t przebiédz może IG, tedy przebieży LH w czasie 2t, ED w czasie 3t i t. d; a tak ieżeli oś przeziérnika ma położénié FE i światło na początku czasu t znayduie się w F, tedy punkt I osi przeziérnika, będzie na tén czas w G, gdy światło do tego punktu przychodzi, punkt zaś L, będzié w H, a punkt E w D i t. d, gdy światło przeydzie do H i D i t. d; słowém, światło przebieży oś samą przeziérnika, kiedy ona má położénié F E lub MD gdzie FE iest równoległa do MD. Przeto gwiazda nie będzie widziana na linii DF, gdzie w rzeczy saméy znayduie się, lecz na linii DM, to iest nie w mieyscu sobie właściwém.

§. IV.

Jeżeli zatém gwiazda stała znayduie się na samym biegunie Rocznokręgu, to iest na linii NS prostopadłéy do płaszczyzny tegoż rocznokręgu ADB, (gdzie S oznacza srzodek drogi ziémi) liniia DF dla niezmiernéy odległości gwiazd stałych będzie

Co iest zboczénié (*aberratio*) gwiazd.

Fig. 161.

dzie prostopadła do płaszczyzny ADB, a przeto gdy ziémia znayduie się na D, gwiazda widziana będzie na linii SO rownoległéy do DM, acz w rzeczy saméy tam się nie znayduie. Kiedy znowu ziémia z mieysca D. bieży daléy po swéy drodze, liniia SO ruszac się będzie po powiérzchni ostrokręgu prostego, którego osią NS; a tak gwiazda stała w przeciągu Roku zdawac się będzie opisywać około bieguna Rocznokręgu małe koło promiénia pozornégo OSN. Lecz ieżeli gwiazda nie iest na Rocznokręgu, ani nawet na iego biegunie, łatwo dowiéśdź można, że iéy widzialna droga nie iest zupełnie kolista ale Elliptyczna. Gdy zaś gwiazda znayduie się na Rocznokręgu, chociaż zawsze na nim statecznie widziana będzie, ale zdawać się będzie raz, że idzie wprost, drugi raz że się cofa. Wszystkié te pozorné biegi (które zboczéniami gwiazd nazywaią) z następnégo postępowania światła wynikaiącé, w rzeczy saméy (tak iakeśmy powiedzieli) na niebie się dzieią. Pewną zatém iest rzeczą i dowiedzioną, że ziémia około słońca bieg swóy odprawia, po drodze prawie kołowéy: bo gdyby spoczywała, na ten czas niepostrzegalibyśmy gwiazd zboczénia.

§. V.

Sposób

Prędkości światła następuiącym sposobém dochodzono. Rzekło się wyżéy, że

że Jowisz ma 4 Xiężyce, z których piérwszy iest náybliższy Jowisza, w przeciągu 42 ½ godzin drogę swoią obiega i raz się ćmi w cieniu swégo Planety. Takich więc zaćmień 16 do 17 każdego miesiąca zdarza się, których albo początek widzimy gdy ziémia coraz bardziéy zbliża się do Jowisza, przez część drogi swéy DAE, albo koniec, gdy ziémia od Jowisza się oddala, przez część drogi EBD. Tak albowiém xiężyc F iest bliżki Jowisza, iż gdy albo zanurzénié się iego w cień Jowisza w H z punktu A widzisz wychód w G, albo gdy wychód w G widzisz z punktu B, zanurzénia się iego w H widzieć nié możesz, gdy Jowisz zasłania. Jest zaś ziémia náybliższa Jowisza w E, to iest w punkcie przeciwległości (oppositio) Jowisza ze słońcém (Wstep XII. 25.) a náybardziéy oddalona w D, w złączéniu Jowisza ze słońcém, przeto i srzednica widzialna Jowisza, daleko większa w przeciwległości niz w złączéniu. Różnica zaś obu odległości srzednicy drogi ziémi, albo podwóyney odległości ziémi od słońca. Lecz gdy ziémia zbliża się do Jowisza przez łuk DAE przeciągi czasu między zanurzéniami piérwszégo xiężyca Jowisza, zawsze są mnieysze niż między wynurzéniami iego, gdy ziémia oddala się od Jowisza; a ta różnica czasów

dochodzénia prędkości świa tła przez zaćmiénia xiężyców Jowisza.

Fig. 162.

sów tém znacznieyszą się okáże, kiedy liczbę 30 albo 40 zanurzéń, porównywać będziémy z biorém tyluż wynurzéń. Piérwszy *Reomerus* doszedł, iż przyczyną téy nierówności iest postępné rozchodzénié się światła. Gdy bowiém ziemia zbliżá się do Jowisza, światło co ráz mniéy czasu potrzebuie, ażeby doszło do ziémi, a zatém zanurzénia prędzéy się dostrzegną, niżby widziané były, gdyby ziémia w jedném mieyscu stała: przeciwnie się zaś dzieie w wynurzéniach tychże xiężyców. Nierówności zaś czasu, kiedy iest naywiększa dochodzi do 15' albo 16' idzie zawsze za stósunkiém odległości Jowisza od ziémi. Z tych tedy dostrzeżéń Astronomowie wnieśli, że światło 15' albo 16' potrzebuie czasu do przebieżénia srzednicy drogi ziémskiéy, a w przeciągu 8' przechodzi promiéń czyli pół srzednicy to iest przeciąg odległości słońca od ziémi, i to prawie zawsze iednostaynie. To zaś przypuszczénié względém piérwszégo xiężyca tak się z doświadczéniém zgadzá, iż i innych także odlegleyszych od Jowisza xiężyców czasy zacmiénia na tymże samym fundaméncie z táblic do tego przygotowanych oznaczyć możémy.

§. VI.

Zboczénié gwiazd pochodzi

Ponieważ ziémia całą swą drogę w przeciągu blizko 365 dni i 6go odprawiá to iest przebiégá 360°, stąd wypádá,

że ona

że ona w czasie 8′ przez łuczek 20″ swoiéy drogi postępuie. Jest zaś srzednia odległość ziémi od słońca 23708 promiéni srzednich ziémskich (Wstęp XII. 40.) a stósunek promiénia do obwodu koła = 1: 6,283. Zaczém łuczek drogi ziémskiéy

od postępnégo biegu światła.

Fig. 161.

20″ zawiéra $\frac{23708 \times 6 \cdot 283 \times 20}{360 \times 60 \times 60}$ srzednich promiéni ziémskich, iest zatém prędkość ziémi do prędkości światła, iak wielkość iéy łuczka 20″ do 23708 (5.) albo iak 6,283: 360 × 180 = 1: 10313. A że gdy iaka gwiazda iest na biegunie rocznokręgu tróykąt FED iest prostokątny, będzie FD: DE. czyli prędkość światła do prędkości ziémi na swéy drodze, iak 1 czyli wstawa cała, do wstawy DFE, albo do wst: NSO. Przeto 1: wst: NSO = 10313: 1 = 1: 0, 00009696. Jakoż w saméy rzeczy kąt NSO = 20,″ tylim się okazał przez nayłepszé dostrzéżenia; z czego się iawnie okazuie, że zboczénié gwiazd pochodzi od postępnégo biegu światła, a zatém że ziémia krąży około słońca.

§. VII.

Ziémia bieg swóy odprawuiąc około słońca kréśli Ellipsę, któréy ogniskiém iest srzodek słońca. Jeżeli bowiém B i C są punkta iakiékolwiek względém srzodka ziémi, stósunek linii SB, SC może bydź oznaczony przez stósunek srzednic widział-

Ziémia krążąc około słońca kréśli niedorzu-

działnych słońca, dostrzeganych z mieysc C i B. Jest bowiém SB do SC iak srzednica widzialna słońca widziana z C, do srzednicy iego pozornéy widzianéy z B, ponieważ wstawy małych kątów są w stósunku samychże kątów, zaczém srzednica widzialna iakiéykolwiek gwiazdy w tym stósunku się zmnieyszá w jakim się powiększá iéy od nas odległość (Wstęp XII. 28.). I tak też przez dokładné dostrzeżénia przekonano się, że ziémia bieg swóy odprawiá po Ellipsie, mało od koła różniącéy się, któréy ognisko iest w słońcu, gdyż za świadectwém doświadczénia pola (areae) od promiénia wodzącégo przebyté n. p. CSB, CSA zawsze są w stósunku czasów, w których ich łuki BC, AC bywaią przebiégané; ziémia zatém bieży ciążąc na słońce (Roz. IV. §. 6.). Ze stósunku zaś dostrzeżonégo nawiększéy i naymnieyszey wielkości srzednicy niepozornéy Słońca wyniká stósunek międzý odległościami AS i BS odstępów A i B od słońca, to iest stósunek 0,983198 do 1, 016802; a że ziémia w swoim odsłoneczniku B czyli w nayw iększéy swoiéy od słońca odległości iest w ostatnich dniach Czerwca lub 1go Lipca: zaś w swoim dosłoneczniku A czyli nayblizéy słońca, iest w ostatnich dniach Grudnia, stąd się pokazuie, że słońcé bliższe iest nas w zimie, niż w lecie; a że ziémia tém prędzéy bieży, im

[margin: ...nią czyli Ellipsę. — Fig. 163.]

bliżéy

bliżéy iest srzodka S sił (Roz. IV. § 7.) łatwo więc zrozumiéwamy, dla czego przeciąg czasu między porównaniém dnia z nocą iesienném a wiosnowém 7 albo 8 dniami krótszy iest od przeciągu czasu między porównaniém dnia z nocą wiosnowém i iesienném: a w ogólności dochodzimy stąd przyczyny, dla czego przeciąg czasu, w którym słońcé powraca do swego południka nie zawsze iest iednakowy, to iest co na iedno wychodzi, że dni czasém są dłuższé, czasém krótszé.

§. VIII.

Ponieważ xiężyc na ziémię, a ziémia na xiężyc, oba zaś té ciała na słońcé cięża, kiedy prócz tego widzimy, że wszystkié ciała ziémskié cięża na ziémię, bardzo dowodliwa iest rzecz, że ciężkość iest wszystkim ciałóm właściwą, a zatém że iest iakaś siłą powszechną, któréy nie znamy iednak przyczyny. I tak każda piérwiastkowa cząstka ciała n. p. A na inną n. p. B taką wywiéra ciężkość, iaka wzaiémnie B na A, gdyż doświadczénié nas uczy, że siła ciężkości w ciałach ziémskich równie nadana iest każdéy w szczególności czastce (Roz. II. §. 1.); iedna zatém cząstka od drugiéy równą siłą bywa pociągana. Lecz ieżeli A iest punkt fizyczny złożony z piérwiastków, tedy pociągnie piérwiastek B siłą, która ma się do siły, iaką od téy części pociągany iest

Ciężkości powszechné.

iak

iak n: 1. Ogólnie zaś mówiąc, dwa punkta fizyczné, których miąższości są P i Q, tak na siebie wzaiémnie ciążyć będą, że każdy piérwiastek miąższości n. p. Q będzie pociągany do miąższości n. p. P, siłą v, i każda cząstka miąższości P, do miąższości Q siłą f, a zatém będą siły piérwiastkowé (*vires elementares*) v: f = P: Q. Jeżeli zaś miąższości P i Q bliżéy do siebie przystępuią, ciążénié ich ku sobie wzaiémnie się powiększa w stósunku spacznym kwadratowéy odległości (Roz. IV. §. 2.). Ogólnie więc iest ciężkość powszechna piérwiastkowa (elementaris) w stósunku prostym miąższości, a w stósunku wspacznym kwadratowéy odległości od téy że miąższości. Z téy powszechnéy prawdy czyli zasady (principium) nie tylko biegi ciał Niebieskich tłumaczoné bydź mogą, ale i wzaiémne ciążénia, któré na siebie wywiéraią: każdy bowiém tę zasadę przypuściwszy, łatwo zrozumié, dla czego ciała ziémskié zdaią się tylko na samę ziémię ciążyć, niż wzaiémnie iedno na drugié; bo ponieważ miąższość ziémi prawie iest nieskończénie wielką względém miąższości ciał ziémskich (Roz. III. §. 5.) i gdy ta ustawicznie ie do siebie pociąga, zatém i siła, którą ie pociąga, przeciąga, wyższa nieskończénie siłę tę, którą ciała nawzaiém się pociągaią. A zatém dziwno bydź nie powinno, że skutki téy

ostat-

ostatniéy siły, nie są częstokroć widoczné; wszelako na wielkich bardzo górach doświadczono, że té pociągały mnieyszé ciała (o czém wyżéy namiéniliśmy (Roz. III. §. 2.) a stąd owa ciężkość powszechna wszystkich ciał na siebie oczywiście się potwiérdza.

§. IX.

Ciążénié iakiégo punktu na ostrosłup.

Niech będą ADE, ABC ostrosłupy iednorodné i podobné, podstawy kolisté DE i BC maiących, i srzodek w A, i kąt DAE = BAC, tak ażeby podstawy DE, BC były w stósunku kwadratów odległości od wiérzchołka A; łatwo zrozumieć można, gdy wszystkié punkta na BC równo, i wszystkié na DE także równo są odległé od A, że punkt na A będący podług kierunku osi obudwóm ostrosłupóm wspólnéy, będzie pociągany od saméy powiérzchni DE siłą v, a od saméy powiérzchni BC siłą f, tak ażeby v: f było w stósunku prostym miąższości DE i BC a w odwrótnym kwadratów z odległości (8.). Lecz iest DE: BC = $\overline{AD}^2$: $\overline{AB}^2$ Zatém v: f = [AD^2: AB^2]. [AB^2: AD^2] więc v=f. Podobnież okazać można i względém inszéy iakiéy podobnéy płaszczyzny FG, między DE i BC będącéy, że ciężkość punktu A będzie = f. Całkowité zaś ostrosłupy ADE, ABC mogą bydź dzielоné na podobné płaszczyzny fizyczné, i liczba ich w jednym ostrosłupie będzie się miała do licz- Fig. 164.

by

by takiéy w drugim ostrosłupie iak AD : AB. Zaczém siły piérwiastkowé ciężkości punktu A na całkowité ostrosłupy są = f. AD: f. AB = AD: AB a siła piérwiastkowa ciężkości punktu A na ostrosłup ścięty DBCE = f. DB, tak iż punkt A równie cięży na ostrosłup całkowity ADE i na ostrosłup ścięty DBCE, ieżeli DB = AD.

§. X.

Ciążénié na kulę iednorodną.

Fig. 165.

Stąd łatwo zrozumiéwamy, ieżeli C i O są srzodkami kul iednorodnych, że te od *półkul* DAE, FBG podług liniy prostych CA, OB na DE i FG prostopadłych, będą pociągané siłami będącémi w stósunku promiéni CA, OB. Podzieliwszy bowiém kulę na iłekolwiek ostrosłupów równych, toż samo uczyniwszy z drugą, można pokazać, że w każdych dwoch z osobna stósunek ciężkości iest = CA: OB (9.). Ale ieżeli podstawy tych ostrosłupów są punktami fizycznémi, a są nieskończénie małe, każdy iakikolwiek inny punkt za srzodkiém kuli C albo O, za wiérzchołek ostrosłupów albo za srzodek wzięty bydź może, z którégo te podstawy są wykréślone, kiedy zaś na powiérzchniach obydwoch kul, iednakowa liczba podstaw równych się mieści, łatwo pokazuie się, że podstawa iakakolwiek na iednéy kuli, iest do podstawy iakiéykolwiek drugiéy kuli, w stósunku całkowi-

tych

tych powiérzchni, to iest w stósunku kwadratów ze *srzednic*. Niech więc przez srzodki C, O, poprowadzoné będą linije SM, RN, i niech będzie CA: CM = OB: ON, a iasno się okaże, iż pod kątém iakimkolwiek n. p. HAS = SAT = IBR = RBQ poprowadziwszy liniie AH, AT, i BI, BQ iako téż liniie MH, MT, i NI, NQ. Obie kule tym sposobém podzielić można na równą liczbę ostrosłupów niezmiernie małych, których wiérzchołki schodzić się będą w punktach M i N albo w punktach A i B, a ich podstawy iako też podstawy H, I, ostrosłupów MH, NI, albo AH, BI będą w stósunku $\overline{AC}^2 : \overline{BO}^2 = \overline{AH}^2 : \overline{BI}^2 = \overline{MH}^2 : \overline{NI}^2$. Będzie zatém ciężkość punktu A na ostrosłup AH, albo AT do ciężkości punktu B na ostrosłup BI albo BQ, iak AH: BI (9.) = AC: BO; a ciężkość punktu M na ostrosłup ścięty LH albo VT do ciężkości punktu N także na ostrosłup ścięty PI lub XQ, iak LH: PI = AC: BO = MC: NO. A że siły, przez które pociągany iest punkt M albo N, w kierunku MH, MT albo NI, NQ, rozebrać się mogą na siły MS, TS, i MS, HS albo NR, QR, i NR, IR, z których dwie w kierunku TS, HS, albo QR, IR są sobie przeciwné, i wzaiémnie się niszczą: pozostałé zaś siły kierowane ku srzodkóm C i O są w stósunku MS: NR = AC: BO, a zatém punkt M od ostrosłupów LH i VT ku srzodkowi C, a punkt N od ostro-

słu-

słupów podobnych PI: XQ ku srzodkowi O iest pociągany, siły zaś którémi oba punkta są pociągané, maią się do siebie iak AC: BO i gdy toż samo okazać można o iakichkolwiek innych dwoch ostrosłupach podobnie położonych z obu stron linii MC albo NO, stąd się ogólnie wnosi, że ciężkość punktu M lub A na kulę całą ADHEA to iest do ciężkości punktu N lub B na kulę BFIGB, iak AC: BO. ciężkość zaś tych punktów względém odpowiadaiących sobie punktów wprost działa.

§. XI.

Ciężénié na iakakolwiek kulę iednorodną tak się má, iak gdyby cała miąższość kuli była w jéy śrzodek zebraná.

W poprzedzaiącém okazaniu przypuściliśmy, że obydwie kule są iednorodné i iednakowéy gęstości, i widzieliśmy w tym przypádku, że ciężkość g punktu N na kulę O miała się do ciężkości G punktu M na kulę C, iak BO: AC. Teráz znowu przypuściwszy iednorodność téyże kuli O, i równą we wszystkich iéy częściach gęstą ale iednak większą, niż wprzód była, oczywistá iest, że siła, którą punkt N iest pociagany w każdym ostrosłupie powiększy się w stósunku powiększonéy gęstości D, do gęstości piérwiástkowéy *d* zaczém i powszechná gęstość f, którą teráz wywiérá punkt N na kulę O, będzie do ciężkości g którą tenże punkt miał z początku iak D: d, a zatém f: G = BO. D: AC. d. Niech będzie D : d = $\overline{AC}^3 : \overline{BO}^3$ a będą bryłowatości M i m obu-

dwoch

dwoch kul C i O równé, gdyż ogólnie gęstości ich są w stósunku prostym miąższości, a odwrotnym obiętości (volumen) obiętości zaś kul C i O, są iak $\overline{AC}^3 : \overline{BO}^3$ a zatém d: D $= \frac{M}{\overline{AC}^3} : \frac{m}{\overline{BO}^3}$ i miąższości M: m $=$ d. $\overline{AC}^3$ D: $\overline{BO}^3$; to iest równé, ponieważ iest D·d$= \overline{AC}^3 : \overline{BO}^3$; w tym więc przypadku będzie f: G $=$ BO. $\overline{AC}^3$: AC. $\overline{BO}^3 = \overline{AC}^2 : \overline{BO}^2 = \overline{MC}^2 : \overline{NO}^2$: (10.). Zaczém iakokolwiek kula O iest małą, ieżeli tylko iednakową miąższość ma z kulą większą C, a odległość iakiegokolwiek punktu N od srzodka O, do odległości punktu M od srzodka C będzie iak promień kuli O do promiénia kuli C, będą téż i punktów M i N ciążénia ku srzodkóm O i C, iak $\overline{MC}^2$: $\overline{NO}^2$ Ale przypuściwszy, iż kula O byłaby tak mała, iżby wziętą bydź mogła za punkt fizyczny, i wziąwszy OZ $=$ MC, będzie też ciężkość punktu Z do ciężkości punktu N, także iak $\overline{NO}^2 : \overline{OZ}^2 = \overline{NO}^2 : \overline{MC}^2$, a zatém równa ciężkości punktu M. Zaczém ciążénié na kulę iednorodną (homogeneum) C, w jakiéykolwiek odległości MC, od srzodka C, iest zawsze równé ciążéniu na punkt O, równéy miąższości i w równéy odległości OZ. Ubywa przeto ciążénié na kulę, w stósunku kwadratu powiększonych odległości od srzodka kuli, a ogólnie mówiąc, ma się tym sposobém, iak gdyby cała miąższość kuli, zebrana była w jéy srzodek C.

§. XII.

Jak się coráz bardziéy powiększá ciężkość bezwzględna w mieyscach coráz odległych od równika.

Fig. 167.

Skąd łatwo okazać można to, co wyżéy przypuściliśmy (Roz. III. §. 7.) że na ziémi iednorodnéy przybyty czyli powiększénia (incrementum) ciężkości bezwzględnéy, oddalaiąc się od równika, są prawie w stósunku kwadratów wstaw szerokości mieysc. Jeżeli bowiém CG wyráża pół osi ziémskiéy, CA promién równika, a zaś GO = CA, tedy wykréśliwszy ze srzodków O i C półkola AGN, BGM przypuścić można, iż południk mieysca A, (iakikolwiek miałaby kształt ziémia nie wielé w saméy rzeczy od kuli różniąca się), mało co różnić się będzie od łuku ADG. Poprowadziwszy więc do punktu iakiégokolwiek D linią DH prostopadłą na GC i przecinaiącą łuk BEG w punkcie E ieżeli kąt ECG będzie = p, a DOG = n tedy będzie DH: DO = wst. n: 1, EH: EC = wst p: 1, a zatém DH = DO wst *n*, EH = EC wst. p; i DE = DO wst n — EC. wst. p. Ze zaś kąty p: n: mało się różnią od siebie, więc będzie bardzo blizko wst. n = wst p i DE = (DO — EC) wst p = (GO — GC) wst. p, = CO wst. p. Lecz ieżeli promién CE przeciągnie się do punktu F, tróykąt DEF będzie prawie prostokreślny, i DE: FE = EC: EH = 1 wst. p. zaczém FE bardzo blizko iest = DE. wst p = CO (wst. p)^2. Ze zaś częśc powiérzchnia DB. AG ziémi (którą iakby sko-

skorupę iéy uważać można) iest bardzo małą względém całkowitéy kuli ziémskiéy, więc ciążenié na kulę ziémi mało tylko odmieniać się może, czyliby ta część była czyliby też iéy nie było. Przypuściwszy zaś, iżby téy wiérzchniéy części nie było, a kula ziémi była iednorodną, tedy ciężkość bezwzględna V na biegunie G, albo na punkcie E, do ciężkości bezwzględnéy v na punkcie F, będzie iak $\overline{CF}^2 : \overline{CE}^2$ (11.) $= \overline{CE}^2 + 2CE.\ FE + \overline{FE}^2 : \overline{CE}^2$. Ale gdy FE iest bardzo małą względém CE i gdy iest CE: FE = FE. CE : $\overline{FE}^2$ tedy kwadrat FE bardzo mały będzie względém ilości CE × FE, albo 2 CE × FE, więc bez znacznégo uchybiénia wziąść możémy stósunek V: v $= \overline{CE}^2 + 2CE.\ \overline{FE}^2 : \overline{CE}^2 = CE +$ 2FE: CE, zatém $V - v = \frac{2FE}{CE}$ albo bardzo blizko $= \frac{2FE}{CE}$ V, ponieważ ilości V i v tak się mało różnią w nieznacznéy części iak iest $\frac{2FE}{CE}$ żadna prawie nie wyda się różnica czyli będzie dzieloné V czyli v. Więc ubyt (decrementum) ciężkości bezwzględnéy uważaiąc ią od bieguna aż ku F iest iak FE, albo (wst p)^2 bo CE, i CO są ilościami stałémi. Jest zaś FCA szérokością mieysca F i gdy tę nazwiémy *r*, będziemy mieli wst p = dost r, zaczém ubyt

Hh ciężkości

ciężkości bezwzględnéy w F będzie bardzo blizko iak $(\text{dost } r)^2$ a gdy w punkcie A szérokość $= 0$, tedy tam będzie ubyt $= 1$. Odiąwszy więc od tego náywiększégo ubytu, ubyt tén, który iest w punkcie F wypádá, iż wzrost ciężkości bezwzględnéy biorąc ią od równika A, bardzo iest blizką iak $1 - (\text{dost } r)^2$ to iest iak $(\text{wst } r)^2$.

§. XIII.

Ciężkość w ziémi od powiérzchni ku srzodkowi ustawicznie się zmnieyszá.

Jeżeli w jakiéy kuli wewnątrz wydrążonéy maiącéy skorupę (corticem) iednorodną grubości EH zewsząd zamkniętéy powiérzchniami kolistémi, maiącémi srzodek C, iest iaka część ciała A, ta ciężąc na powiérzchnią nie poruszá się, ale spoczywá. Poprowadziwszy bowiém przez punkt A liniią GE, któráby przecinała powiérzchnie koliste w D, E, F, G, niech będzie DB=BF oczywistá iést, iże BE = BG, a zatém DE = FG. Jeżeli więc liniią EA weźmiémy za oś ostrosłupa nieskończénie prawie małego, która wtył przeciągniona do G, miałaby oś AG, tedy punkt A, kierunkiém AE od części DE, siłą f. DE, a kierunkiém AG, od części FG, siłą f. FG będzie pociągany (9.). Gdy zatém iest FG = DE, więc punkt A, ani ku D ani ku F niémoże się poruszać, będąc naglony témi równémi a przeciwnémi sobie siłami. Podobne okazanié służy względém innéy linii prostéy, przez punkt A poprowadzoney, a zatém część A ciążéniém na

Fig. 168.

sko-

skorupę poruszać się nié może. Napełniwszy więc wydrążénié (cavum) kuli materyą tą samą, z któréy się składa skorupa, iasna iest rzecz, że punkt D taką wywiéra ciężkość na kulę, iakąby wywiérał, gdyby cała skorupa GEHD była odięta. Co gdyby nastąpiło, tedy ciężkość iego na kulę wewnętrzną promiénia CD, miałaby się do ciężkości punktu E na kulę iednorodną zewnątrz promiénia CE iak CD: CE (10). Zaczém w każdéy kuli iednorodnéy, a zatém i w ziémi, która prawie kulistą iest, ciężkość w jakiéykolwiek odległości od powiérzchni ku srzodkowi ustawicznie się zmnieyszá, a to w tym stósunku, w którym odległość od srzodka się zmnieyszá; z czego łatwo okazuie się to, cośmy założyli (Roz. III. §. 2.) to iest, że w ziémi iednorodnéy, gdyby była w stanie płynnym, wszystkié słupy (columnae) w srzodku ziémi schodzącé się równo ważą, ieżeli ich długości są w stósunku odwrotnym, ciężkości w jch końcowych częściach.

§. XIV.

Jeżeli dwa punkta, których miąższości są A i B, ciążąc na siebie wzaiémnie w kierunku po linii AB, ustawicznie ku sobie postępować będą, tedy naostatek zeydą się z sobą, w którymkolwiek punkcie swéy drogi n. p. C, który tak iest położony, że będzie AC: BC = B:A. po wyyściu albo- Srzodek ciężkości ciał Niebieskich. Fig. 169.

wiém iakiego bardzo małego czasu t, niech się przeniesie punkt A na a, B na b; oczywista iest, (byleby tylko czas t był bardzo mały) że siły, któremi miąższości A i B są poruszoné mogą bydź wzięté za równé, będą zatém prędkości nabyté w mieyscach A i B takié, że te miąższości w czasie *t* mogłyby przebiédź biegiém iednostaynym drogi 2Aa, 2Bb. Zatém te nabyté prędkości będą w stósunku Aa, Bb, a więc i siły piérwiastkowé (elementares) iednostayné (Roz. II. §. 1.) iest więc siła piérwiastkowá *v* w punkcie A, do siły piérwiastkowéy f, w punkcie B = Aa: Bb. A że też iest v:f=B:A (8.)= AC : BC więc będzie AC:BC=Aa: Bb, i AC—Aa: BC—Bb = AC: BC = aC: bC. Podobnież o drugim innym iakimkolwiek następnym moméncie t czasu okazać można to, cośmy okazali o 1szym to iest, że odległość miąższości A i B od punktu stałego i niewzruszonégo C, zawsze zostaie iedna względém drugiéy w tymże samym stósunku AC:BC, i gdy nakoniec droga AC będzie przebieżoná, będzie téż razém i w tymże czasie przebieżoná droga BC, to iest, obydwie miąższości razém zbiegną się w punkcie C. ten zaś punkt nazywá się srzodkiém ciężkości ciał, czyli ich miąższości A i B. Wszystkié ciała Niebieskié maią takowé srzodki ciężkości: gdy bowiém są kuliste, a we-

a według podobieństwa z jednorodnéy materyi złożoné, przeto tymże samym sposobém maią się względém siebie, iak gdyby ich miąższości w srzodku zebrané były (11.); przeto ieżeli A iest srzodkiém takiego ciała maiącégo miąższość A, B zaś srzodkiém drugiégo maiącégo miąższość B : punkt C na linii prostéy AB tak będzie położony, że A : B = CB : CA, tedy punkt ten będzie wspólnym srzodkiém ciężkości dwóch ciał, i będzie koniecznie nieruchomym, to iest koniecznie w jedném mieyscu zostaiącym, ieżeli te ciała ciężkością swoią odwrotną (reciproca) na linii AB schodzą się.

§. XV.

Ciała Niebieskié pociągaią się do wspólnégo srzodka ciężkości w stósunku odwrotnym kwadratów z odległości.

Miąższość A lub B tak bieży, iak gdyby od srzodka ciężkości C była pociągana, w stósunku spacznym kwadratowym ich odległości. Jeżeli bowiém siła piérwiastkowá ciężkości, iaką má cała miąższość A w punkcie A iest v, zaś w punkcie a siła taż iest v', tedy będzie $v: v' = \overline{ba}^2 : \overline{BA}^2$. Lecz CB: CA = Cb: Ca (14.), a zatém CB + CA: CA = CB + Ca: Ca; i BA: ba = CA: Ca, więc $v: v' = \overline{Ca}^2 : \overline{CA}^2$. Podobnież ieżeli siła piérwiastkowá ciężkości, iaką ma innego iakiego ciała miąższość B w punkcie B iest f, zaś w punkcie b taż sama siła iest f', tedy będzie $f: f' = Cb^2 : CB^2$. Przeto tak miąższość A, iako i miąższość B tak

bieży,

bieży, iakby była pociągana od punktu C, w stósunku spacznym kwadratowym odległości, to iednak rozciągać się może do obydwoch razém miąższości: nie iest albowiém $v : f = \overline{BC}^2 : \overline{AC}^2$, ale każda miąższość má swoią szrzególną piérwiástkową siłę, która tak prawie rośnie i ubywá, iak gdyby miąższość owa ciążyła ku C. To samoby się działo, choćby miąższości A i B inaczéy biegły, byleby tylko srzodek ciężkości C był nieruchomym. Gdy bowiém miąższość A iakokolwiek bieży od A do E, gdzie iégo siła piérwiástkowá ciężkości iest v', i razém miąższość B bieży do D, gdzie iéy siłą ciężkości piérwiástkową iest f' srzodek zaś C iest na dáwném swoiém mieyscu; tedy będzie $EC : DC = AC : BC$, i $EC : ED = AC : AB$. Aże iest $v : v' = ED^2 : AB^2$, więc $v : v' = EC^2\ AC^2$; podobnym sposobém okazuie się, że iest $f : f' = DC^2 : BC^2$.

§. XVI.

Ciała Niebieskié w biegu się z sobą nie spotykaiącé obrácaią się około powszechnégo

Dwa ciała niebieskie, których miąższości są A i B, a które nie spotykaią się z sobą w jednéy linii prostéy, i których wspólny srzodek ciężkości spoczywá, te mówię ciała około tego srzodka biegną po liniiach krzywych tak, iż iedno zawsze iest wprost przeciwległé drugiému względém srzodka ciężkości. Gdy bowiém srzodki tych ciáł nie w prostéy linii ku sobie na wzaiém biegą, ich kierunki AE, BD pod pewnym kątém będą nakłonioné

do

do linii AB. Lecz ponieważ wzaiémnie na siebie ciężą, przeto oddalaią się ustawnie od tego kierunku, a zatém biegną w liniiach krzywych, tak, iż srzodek obudwóch zawsze przypada na iednę liniią prostą przez C prowadzoną: własność zaś linii krzywéy, którą miąższość A lub B kréśli, będzie zależała od prędkości i kierunku miąższości. Gdyby bowiém taż miąższość koło srzodka C tak biegła, iak gdyby od niego pociągana w stósunku spacznym kwadratów odległości (15) oczywista iest, iżby kréślić mogła koło lub Ellipsę (Rozd. IV. § 4.) Jeżeli zaś iedna miąższośc bieży po kole, tedy i druga także koło kréśli: bo ieżeli odległość CA zawsze iest iednakowa, tedy i odległość CB nié może się odmiéniać, ieżeli zaś iedno ciało bieży po Ellipsie, drugie też po Ellipsie biédz musi: bieg zaś iakichkolwiek ciał niebieskich wzaiém na siebie ciążących, które się nie spotykaią tak, iako bieg ciał stałych (continens) Rozd. I. 6.) rozebrać się może na bieg postępny i kołowy, około wspólnégo ciężkości srzodka. Jeżeli bowiém srzodek C bieży czyli nie iest zawsze w iedném mieyscu, daymy, że srzodki A i B wraz ze srzodkiém C zostaią na iakiéy płaszczyznie, któréy każdy punkt ma ténże sam bieg, który ma i srzodek C ciężkości, iawna iest, że na téy płaszczyznie srzodek C spoczywać będzie, a zatém ciałóm A i

srzodka ciężkości. Fig. 169.

B

B nie zostanie się inny bieg tylko kołowy około srzodka C.

§. XVII.

Miąższość xiężyca do miąższości ziémi iest prawie iak 1: 69.

Fig. 170.

Gdyby tylko sama ziémia obrácała się około słońca, okazaćby można, że iéy środek okréśliłby niedorzutnią czyli Ellipsę. Ale że ziémia blizká iest xiężyca i na niego ciąży, bieg iéy około słońca mocą xiężyca miészá się; ponieważ srzodek ziémi musi się téż razém obracać i około spólnego srzodka wszystkich ciał niebieskich. Ażebyśmy więc tén bieg złożony dokładnie zrozumieli, wystáwmy sobie, że płaszczyzna przechodzącá przez srzodek słońca i xiężyca około słońca po Ellipsie, ziémia zaś i xiężyc na téy płaszczyznie około wspólnégo ciężkości srzodká obrácá się (16), a tak oczywistá iest rzecz, że ten srzodek ciężkości, który tylko má bieg wspólny i nié może bydź uczestnikiém biegu kołowégo, że ten mówię srzodek, kréśli Ellipsę czyli niedorzutnią około słońca, srzodek zaś ziémi około niego się obrácá, i dlá tego niekiedy trochę prędzéy, niekiedy powolniéy bieży, niżby biégł, gdyby w rzeczy saméy Ellipsę około słońca kréślił. Przypuściwszy zaś, że sam srzodek ziémi biéży około słońca po Ellipsie i wyrachowawszy podług tego przypuszczénia mieysca widzialné słońca, tedy między mieyscém tak wyrachowaném

i miey-

i mieyscém słońca prawdziwém żadnéy różnicy nie będzie w Nowiach lub Pełniach; gdyż w tén czas liniia SL przez srzodek słońca S, ziémi T, xiężyca L i przez wspólny srzodek ciężkości C xiężyca i ziémi przechodzi. W takim bowiém razie widzimy słońce w témże samém mieyscu z punktu T, iak i z C. Lecz różnica (o któréyeśmy mówili) nayiększa iest, gdy xiężyc iest w kwadrze, gdzie iego srzodek M znayduie się na linii QCM prostopadłéy do SL. Gdy bowiém srzodek ziémi w ten czas iest w Q, różnica między mieyscém słońca wyrachowaném i prawdziwém, równa się kątowi QSC, który według naydokładnieyszych dostrzeżeń blizko kwader w srzedniéy liczbie wynosi do 7, 4″. Gdy zaś promień ziémi widziany ze słońca, czyli dwugląd poziomy słońca iest blizko 8, 7,″ (Wstę. XII. 40.) idzie zatém, że srzodek wspólny ciężkości ziémi i xiężyca, w ziémi przypada, a gdy QM odległość srzednia srzodka xiężyca od ziémi iest blizko 60 promieni ziémi; zatém kąt MSQ, czyli łuk QM iest = 60. 8, 7 = 522″ a przeto CM = 522—7, 4 = 514, 6″ i CM: CQ = 69: 1. W tymże samym stósunku iest miąższość ziémi do miąższości xiężyca: bo C iest wspólnym srzodkiém ciężkości obu ciał (14) Stąd wypada, że srzodek ziémi kréśli około słońca Ellipsę (7); gdyż

gdyż srzodek ciężkości wspólnéy ziémi i xiężycowi, tak iest blizki srzodka ziémi, iż bieg srzodka ziémi około srzodka wspólnégo ziémi i xiężyca ledwo dostrzeżony bydź może.

§. XVIII.

Miąższość Słońca.

Sposób wynaleziénia miąższości słońca i ziémi iest następuiący: Wystawmy sobie, że ziémia koło słońca w odległości D, a xiężyc około ziémi w odległości *d* kołuią, w czasach peryodycznych czyli obieżnych srzednich T i *t*, miąższość zas słońca iest S, Xiężyca L, a ziémi M, tedy będą siły wsrzódpędné całkowité v : f, którémi xiężyc i ziémia biegą w stósunku $\frac{MD}{T^2} : \frac{Ld}{t^2}$ (Rozd. I. §. 13.) zatém siły piérwiastkowé wsrzódpędné $= \frac{D}{T^2} : \frac{d}{t^2}$. (Rozd. II. § I.) A że też samé siły wsrzódpędné piérwiastkowé, także są w stosunku prostym iak miąższości, a odwrotnym kwadratów z odległości (8) to iest: iak $\frac{S}{D^2} : \frac{M}{d^2}$ przeto $\frac{S}{D^3} : \frac{M}{d^2} = \frac{D}{T^2} : \frac{d}{t^2}$ i S : $M = \frac{D^3}{T^2} : \frac{d^3}{t^2} = \frac{D^3 t^2}{T^2 d^3} : 1$. Jest zaś D $= 23708$ (Wstę. XII. 39.) a srzednia odległość srzodka xiężyca i ziémi $d = 59,$

94.

94. (Wstę. XII. 39.) a zatém $\frac{D}{d}$ = 396 blizko więc $\frac{D^3}{d^3}$ = 62099136. Lecz czas T srzedni obieżny ziémi iest = 525969 a zaś t = 39343' zaczém $\frac{t}{T}$ = 0, 0748 $\frac{t^2}{T^2}$ = 0, 005595, rozmnożywszy więc tę liczbę przez 62099136 wypadnie 347444, taką więc ilością miąższość słońca przewyższa miąższość ziémi. Porównawszy zaś miąższości słońca, ziémi, xiężyca, z jch obiętościami (volumen) Wstę. XII. 39.40.) okaże się, że ziémia iest gęstsza od słońca i xiężyca.

§. XIX.

Stąd wypada sposób dosyć dokładnégo oznaczénia stósunku sił, któremi morze od słońca i xiężyca iest poruszoné. Jest bowiém srzednia odległość słońca od powiérzchni ziémi = 23707 a zaś od srzodka ziémi 23708, srzednia odległość xiężyca od powiérzchni ziémi = 59 a od iéy srzodka = 60 prawie. Zaczém siła, którą słońcé pociąga powiérzchnią ziémi = $\frac{347444}{23707^2}$ (18 i 8) a siła, którą słońcé pociąga srzodek ziémi = $\frac{347444}{23708^2}$. Różnica przeto obu sił, któremi się porusza czyli raczéy

Stósunek sił, któremi morzé od słonca i xiężyca iest poruszané.

raczéy pociągá morże iest $= 347444$
$\frac{(23708^2 - 23707^2)}{23707^2 \times 23708^2} = \frac{347444 \times 47415}{23707^2 \times 23708^2}$ Podobnym sposobém znayduie się siła, któ-rą xiężyc pociągá morze $= \frac{60^2 - 59^2}{69.\ 59^2, 60^2}$ $(17) = \frac{119}{69.59^2 60^2}$ Przeto siła xiężyca będzie się miała do siły słońca $= \frac{119.\ 23707^2, 23708^2}{47415.\ 347444.\ 69.\ 59^2, 60^2} : 1.$ Jest zaś

l. $119 = 2{,}0755470$ a zaś l $47415 = 4{,}6759157$
2 l $23707 = 8{,}7497532$. l $347444 = 5{,}5408848$
2 l $23708 = 8{,}7497898$. l $69 = 1{,}8388491$
$19{,}5750900$. 2 l $59 = 3{,}5417040$
$- 19{,}1536560$.
$0{,}4214340 = $ l, $2{,}64$, 2 l $60 = 3{,}5563024$
$19{,}1536560$

Zaczém siła, którą xiężyc pociągá morze, blizko 2, 64 razy większá iest od siły słońca, co bardzo zgádzá się z doświadczéniém. Porównywaiąc bowiém między sobą wylévy (fluctus) w punktach prostległości i kwadr. (Rozd. IV. § 14.) znaleziono, że siła xiężyca przewyższá siłę słońca w pociąganiu morza blizko $2\frac{1}{2}$ razy.

§ XX.

§. XX.

Gdyby sama tylko ziémia i xiężyc obracały się około słońca, tedy srzodek ciężkości spólny obu tym ciałóm na téyże samey Ellipsie znayduiący się zawsze postępowały około srzodka ciężkości spólnégo słońcu, ziémi i xiężycowi a położonégo w ognisku téyże Ellipsy, który to spólny srzodek, że daleko mniéy odległy iest od srzodka słońca, niżeli srzodek ciężkości spólny ziémi i xiężycowi od srzodka ziémi, łatwo zrozumieć można. Lecz że i inné Planety obracaią się około słońca i ciężą na słońcé i na ziémię, a zatém bieg srzodka ciężkości ziémi i xiężyca lubo mało, wszelako niekiedy przyspieszaią, a niekiedy spozniaią; (Rozd. IV. § 18.) Stąd wypada, że ta Ellipsa, którą tenże srzodek kréśli wraz z liniią *odstępów* (absides) odmiénia ustawnie położénié swoie, chociaż bardzo zwolna; to iest zdaie się, iż *odsłonécznik* ziémi (*aphelium*) nieiako postępuie corocznie podług porządku znaków niebieskich ilością 1′ 5 ½″ a zatém rok ustępny to iest czas, w którym ziémia oddaliwszy się od słonecznika znowu do niego powraca dłuższy iest ilością 26′ 35″ niżeli rok zwrotny, który ma w sobie 365 dni 5 god. 48′ 45″ ½ (Wstę. XII. 4.) a w którégo przeciągu ziémia z pewnégo punktu *Rocznokręgu* (Ecliptica) n. p. z pun-

Rok ustępny (*anomalisticus*) zwrotny (*tropicus*) i obieżny (*periodicus*)

z punktu porównań (*aequinoctiorum*) wyszedłszy, do tegoż samego punktu znowu powracá. Że zaś płaszczyzna równika (aequator) nie zupełnie iest niewzruszoną, przeto liniia porównań czyli przecięcié płaszczyzny równika z płaszczyzną rocznokręgu corocznie ilością 50, 3″ cofá się, to iest od wschodu na zachód zdaie się ustępować, który bieg nazywá się *cofaniém się punktu porównań dnia z nocą* (praecessio aequinoctiorum) dlá takowégo biegu rok zwrotny kończy się w przód niżeli słońcé do téyże samęy stałéy gwiazdy znowu powróci, to iest przed skończonym rokiém obieżnym, czyli rokiém gwiazdowym (*annus sidereus*) Ten więc rok dłuższy iest od zwrotnégo 20′ 26″ a zatém zawiérá 365 dni 6 god. 9′ 11″.

§. XXI.

Cofanié się (*præcessio*) punktów porównań dnia z nocą i kołysanié się (*nutatio*) osi ziémskiéy.

Gdyby ziémia była zupełnie kulą, na tén czas nie byłoby cofania się punktów porównań dnia z nocą, gdyż wtedy ziémia takby ciążyła na słońcé i xiężyc, iakby cała iéy miąższość była w srzodek zebraná, (§ 11.) a zatém ani oś ziémi, ani płaszczyzna równika, żadnéy nie podlégałaby odmianie. Lecz że ziémia iest niéco spłaszczoną kulą (sphaerois) wyniesioną pod rówinikiém, a równik przeciná rocznokrąg pod kątém 23°, 28′ łatwo zrozumieć można, że iéy się to zdarzá, co i xiężycowi z podobnéy przyczyny.

Przy-

Przypuśćmy bowiém, że miąższość ziémi iest zebraná w jéy srzodek, i że mały iaki xiężyc (satelles) około niéy bieży na płaszczyznie równika ziémskiégo, oczywista iest z tego, cośmy wyżéy wyłożyli (Rozd. IV. § 15. 16.) że węzły tego xiężyca, przez działanié słońca i xiężyca ustawicznie cofać się będą. Tenże sam skutek okazuie się w jnnych iakichkolwiek xiężycach, któréby się obracały na tymże równiku, a zatém w jakimkolwiek pierściéniu (annulus) stałym, wyniesionym nad równik i obracaiącym się około osi ziémi. Aże w rzeczy samey wystawiamy sobie, że równik ziémski takim pierścieniém iest opasany, który razém z ziémią ustawnie obráca się około osi ziémskiéy; węzły więc tego pierściénia czyli punkta, w których oś iéy przeciná rocznokrąg, to iest punkta porównań dnia z nocą ustawicznie się, chociaż zwolna cofaią; gdy więc tak całéy płaszczyzny równika położénié ustawicznie się odmiénia, dla téy przyczyny i oś ziémská położénié swoié także odmiénia i nie zawsze iest samey sobie równoległą. Tén zaś bieg naywięcéy pochodzi od siły xiężyca, którégo droga do równika ziémskiégo pochylona iest pod kątém nie zbyt małym, i którégo siła w tém poruszéniu z téyże samey przyczyny, co i w wyléwach morza większą iest od siły słońca, w stó-

w stósunku prawie $2\frac{2}{3}$: 1 (19) A że nachylénié drogi xiężyca do płaszczyzny równika odmianie podléga od $18\frac{1}{8}^{\circ}$ aż do $28\frac{2}{3}^{\circ}$, tóć cofanié się punktów porównań dnia z nocą nie iest iednostayne, i w przeciągu blizko 19 lat, w których węzły xiężyca drogę swoią przebiégaią (Rozd. IV. § 16.) naywiększé iest około 58″ na rok a naymnieyszé 43″ na rok. Tę zaś nierówność w cofaniu się punktu porównań, albo w biegu osi ziémskiéy, nazwano kołysaniém czyli ważéniém się osi ziémskiéy. Prócz tego przez działanié słońca i xiężyca i nachylénié równika do rocznokręgu w dwóch latach na przemiany, dwa razy rośnie i dwa razy ubywá lecz bardzo nieznacznie (Rozd. IV. § 17.) Jest ieszcze i inné zmnieyszénié pochyłości rocznokręgu, pochodzącé od działaniá planet, które iednak zmnieyszénié w przeciągu całego teraźnieyszégo wieku do 56″ tylko dochodzi.

§. XXII.

Skutek cofaniá się punktów porównań dnia z nocą.

Piérwszy był Hipparchus, który około roku 134 przed N. C. dostrzégł cofaniá się (*praecessio*) punktów porównań dnia z nocą, cofaniá te znacznie wpływaią w odmianę długości (longitudo) zboczéń (declinatio) i wznoszéń prostych (ascensio recta) wszystkich gwiazd (Wstę. XII. § 17. 21. 22.) i dlá tego rozróżnić potrzeba znaki niebieskié od gwiazdozbiorów (constellatio)

tio) tegoż nazwiska : rocznokrąg bowiém dzieli się na części równych 12, które znakami nazwano, i piérwszy punkt znaku Barana, od którégo zaczyna się tén podział, przypada w punkcie przecięcia się równika z rocznokręgiém ; Za czasów Hipparcha punkt tén przecięcia w rzeczy saméy był w początku znaku barana i wszystkié w szczególności podziały rocznokręgu odpowiadały w szczególności gwiazdobioróm tegoż samego nazwiska ; i tak znak Byka gwiazdobiorowi Byka, Lew gwiazdobiorowi Lwa i t. d, lecz w przeciągu lat 1920 początek ow znaków rocznokręgu cofnął się blizko na 27°, stąd łatwo zrozumieć, dla czego, gdy słońcé iest w znaku Barana, my go widzimy w znaku Byka, to iest w tym punkcie Nieba, gdzie znak Byka za czasów Hipparcha przypadał : gdy iest w znaku Byka, widzimy go w znaku Blizniąt i t d ; gwiazda téż biegunowa położénié swoie ustawicznie odmienia i inné gwiazdy do pierwszégo swego położenia względém punktów porównań nie prędzéy powrócą aż w przeciągu 25000 lat.

ROZDZIÁŁ VI.

o budowie Świata.

§. I.

Ponieważ ziémia obráca się około słońca, należy więc do liczby planet ; inné Planety wyższe i

planety względém ziémi dzielą się na niż-
niższe. szé, to iest bliższe słońca i wyższé, niższé-
mi są: Merkuryusz ☿ Wenus ♀, wyższé zaś
Fig. 171. są: Mars ♂, Jowisz ♃, Saturn ♄ Uranus ♅.
Te planety nazywaią się głównémi, które
krążą około słońca, inné zaś które kołuią
koło tychże planet, nazywaią się planetami
drugiémi (*Planetae secundarii*) czyli xięży-
cami iako n. p. xiężyc ziémski: planety
niższé zdaią się towarzyszyć słońcu. Jeżeli
bowiém S, iest srzodek słońca NVM droga
Merkuryusza, lub Wenery, T mieyscé
ziémi ♁; tedy się okaże, że poprowa-
dziwszy liniie TN, TM, styczne do drogi
NVM, planeta nigdy w większéy odległo-
ści nie będzie od słońca widzianym z zie-
mi, iak pod katém STM, lub STN, który
kąt nazywa się katém naywiększégo od-
dalenia planety (*maxima elongatio*). Za-
czém gdziekolwiek ziémia będzie zawsze
z niéy widzieć będziemy planetę w grani-
cach kąta NTM, a zatém zawsze blizko
słońca, iuż z prawéy, iuż z lewéy strony,
a czasém na saméy płaszczyznie słonecz-
néy. Przeto Merkuryusz i Wenera, nie
inaczéy przez nieiaki czas, albo przed
wschodém słońca, albo po iego zachodzie
widzianémi bydź mogą, w czasie zaś nay-
większéy blizkości przy słońcu, dla iego
blasku ledwie ié widzieć można, chyba na
saméy płaszczyznie słońca, przez które
niekiedy przeyście ich postrzegamy na-
kształt

kształt plam czarnych. Prócz tego, te planety odmiéniaią postaci swoie tak, iak xiężyc ziémski, i tarcza ich z ziémi widziana bywa niekiedy cała, niekiedy tylko w części swoiéy. Wenera ieżeli przed wschodém słońca iest widzialna nazywa się *Jutrzenką* (lucifer) ieżeli zaś po zachodzie słońca (Hesperus) gwiazdą wieczorną zowié się. Odległość zaś planety niższégo, może bydź oznaczona z dostrzeżénia náywiększéy iego od słońca odległości. Wziąwszy bowiém drogę planety za koło zupełné i poprowadziwszy promién SM, który iest prostopadły na MT, będzie SM: ST = wst STM: 1, to iest odległość planet od ziémi, ma się do odległości ziémi od słońca, iak wstawa kąta náywiększégo STM, do wstawy całéy.

§. II.

Biegi pozorné planet wyższych.

Co do wyższych planet, té nie zawsze w blizkości słońca, ale niekiedy na przeciw niego są przeciwległe: Niech bowiém VNFM będzie droga ziémi około słońca S, a zaś w punkcie T iaki planeta wyższy, poprowadziwszy przez punkta S i T liniią prostą AF, i styczne NTB, iasno się okazuie, że gdy ziémia przychodzi do punktu F, słońcé S iest w złączéniu (*conjunctio*) z planetą T, a w przeciwległości (*oppositio*), gdy ziémia iest w mieyscu V, gdy zaś ziémia postępuie z mieysca V przez D ku N, wtedy zdawać się będzie, iż planeta postępuie od A do B, a gdy zié-

mia będzie około punku N, wtedy planeta wydawać się będzie stoiący, gdy zaś ziémia z mieysca N idzie ku E wtedy planeta zdaie się znowu cofać od B ku A, tak różné te biegi pozorné, które uważamy w planetach wyższych, łatwo tłumaczą się, przez bieg ziémi. Odległość zaś planety iakiégo wyższégo od słońca oznaczona bydź może z dostrzeżonéy wielkości iego srzednicy pozornéy w czasie złączénia i przeciwległości. Niech będzie stósunek dostrzeżony srzednicy pozornéy, iak m : n, tedy będzie VT: FT = m: n = ST — VS: ST + VS a zatém 2ST: 2 VS = n + m: n — m, i ST = $\frac{n + m}{n - m}$ VS; można także w Jowiszu i Saturnie, przez zamiénienié ich xiężyców i położénié ciénia, oznaczyć kąt HTA albo DTS, który iest między liniią SA, na któréy iest mieyscé planety widzianégo ze słońca czyli mieyscé iego *współsrzodkowę ze słońcém* (locus planetae heliocentricus) i miedzy linią DH, na którą przypáda mieyscé planety widzianégo ze srzodka ziémi, czyli iego *mieyscé z ziemią współsrzodkowé* (locus Geocentricus) kąt TDS, czyli naywiększé oddalénié planety może bydź dostrzeżony, a tak z wiadomych wszystkich kątów tróykąta TDS można oznaczyć stósunek boków. Tak doydziémy stósunku odległości DS ziémi od słońca i odległości TS planety wyższégo od słońca.

§. III.

§. III.

Odległość planet od słońca i pochyłości ich drog.

Wszystkié te planety po drogach Elliptycznych, prawie kolistych krażą, czyli raczéy około wspólnégo ciężkości srzodka słońca i wszystkich planet znayduiacégo się w ognisku tych Ellips, które różnie się nachylaią do płaszczyzny rocznokręgu. Wziąwszy zaś odległość srzednią ziémi od słońca za 1, wypadło z naydokładnieyszych dostrzeżéń, iż iest:

	Naywiększá odległość od słońca		Náymnieyszá odległość od słońca		Pochyłość drogi do rocznokręgu		
♅	26,	25968.	24,	09464.	6,	43′	35″
♄	10,	07147.	9,	007 7.	2°	30′	20″
♃	5,	45375.	4,	94821.	1°	19′	10″
♂	1,	66587.	1,	38151.	2°	9′.	0″
♀	0,	72843.	0,	713 8.	3°	23′	20″
☿	0,	46670.	0,	30750.	7°	0′	0″

§. IV.

Czas srzedni obiegu planet.

Prócz tego, wszystkié planety tak głównè, iako i ich xiężyce od zachodu na wschod, drogami swémi bieg maią, i w tymże samym, co słońcé kierunku około swoich osi obrácaią się. *Linije węzłowé* (Lineae nodorum) którémi drogi planet przecinaią płaszczyznę rocznokręgu, iako też i liniie odstępów (absides) we wszystkich planetach zwolna postępuia. Rozróżnić w nich ieszcze należy, z przyczyny cofania się *punktów porównania*, z rocą

obieg

obieg zwrotny (*revolutio tropica*) od gwiazdowégo (*Siderea*) (Roz. V. §. 20.) a oba té obiegi rozróżnić należy od obiegu dobieżnégo (*sinodica*) który się rachuie od złączénia się ze słońcém do powrotu na ténże sam punkt.

	Obieg gwiazdowy	Obieg zwrotny	Obieg dobieżny
♄	10761 d 14 g 36′ 42″;	10749 d 7 g 21′ 50″;	378 d 2 g 8′ 8″
♃	4332 d 8 g 51′ 26″;	4330 d 8 g 58′ 27″;	398 d 21 g 15′ 45″
♂	686 d 23 g 30′ 43″;	686 d 22 g 18′ 27″;	779 d 22 g 28′ 26″
♀	224 d 16 g 49′ 13″;	224 d 16 g 41′ 32″;	583 d 22 g 7′ 6″
☿	87 d 23 g 15′ 37″;	87 d 23 g 14′ 26″;	115 d 21 g 3′ 22″

Obieg zwrotny Urana nowégo planety blizko 30316 dni.

§. V.

Troiaká w planetach uważá się srzednica: náymnieyszá, srzednia i náywiększá. Jeżeli srzednicę ziémi srzednią za iedność weźmiém, tedy następuiące srzednice będą *Urana* 4, 454, *Saturna* 9, 98. *Jowisza* 11, 26 *Marsa* 0, 66. *Wenery* 0, 96. *Merkuryusza* 0, 41; miąższości zaś tych planet podług rachunków náydowodliwszych maią się do miąższości 1, ziémi: *Saturna* iak 106, 9. *Jowisza* iak 340; *Marsa* blizko iak 0, 22, *Wenery* iak 1, 17, *Merkuryusza* iak 0, 14. Podzieliwszy te liczby przez sześciany srzednic, wielorazy będą iak gęstości planet, skąd się pokazuie, że Merkuryusz, Wenera, ziémia i Mars są gęstsze od słońca, Jowisz zaś i Saturn rzadszé, ogólnie zaś docieczono, że planety tém są gęstszé im bliższé słońca. Co się tycze Saturna srzednica iego kuli ma się do srzednicy náywiększéy iego obręczy, iak 3 : 7. Przeciąg zaś mieysca, między pierścieniém i iego kulą zewsząd stron, równá się szerokości samego pierściénia, który to pierściéń do płaszczyzny drogi Saturna blizko na 30° iest pochylony.

Srzednice planet.

Fig. 172.

§. VI.

Na słońcu, na które gołém okiém bez uszkodzénia wzroku zapatrywać się nié można, tylko przez szkła zafarbowané, lub zakopcené, widzieć się prawie zawsze daią plamy czarné, niby mgłą powleczoné nie-

Plamy na słońcu i planetach.

nieforemnégo kształtu, zmnieyszaiącé się, których szérokość niekiedy 3 razy iest większá od srzednicy ziémi. Te plamy w 14 dni płaszczyznę (*). Słońca krzywą drogą zdaią się przebiégać, i na zachodnim słońca brzegu znowu widzieć się daią, lecz takim sposobém, iż pewnie stąd wnosić można, że one są na samév słońca powiérzchni, i że słońcé obrácá się ku zachodowi około osi pochylonéy do płaszczyzny rocznókręgu pod kątém blizko $82\frac{1}{2}°$ w przeciągu 25 dni 12 godzin. Na płaszczyznie także Jowisza widzieć się daią nieiakié plamy odmiéniaiącé, czyli raczéy nieiakié strefy ciémné (fasciae) do rocznokręgu równoległé, których ruch uczy nas, że tén náywiększy planeta w 9 godzin 57' około swéy osi prawie prostopadłéy do płaszczyzny rocznokręgu obrá a się, to iest pod kątém blizko 87° ; przeto ten planeta daleko prędzey obrácá się niż ziémia, i dlá tego bardziéy iest przy swoich biegunach spłaszczony, gdyż oś iego má się do srzednicy równika, iak 13: 14, skąd dowodliwie wypádá, że i ten planeta z razu był płynnym. Na płaszczyznie także Marsa przez przeziérniki różné wielkié plamy dostrzeżono,

(*) Lubo słońcé iest w saméy rzeczy okrągłe, że iednak każde ciało okrągłe, zdaleka zwłászcza widziane, wydáie się nám iak płaskié, z téy przyczyny część słońca widziáná, nazywá się płaszczyzną po łacinie *discus*.

żono, które dowodzą, że tén planeta w czasie 24 godzin blizko 40' obrácá się około swéy osi nachylonéy do płaszczyzny iego drogi pod kątém 61°, 18'. Też samé dostrzeżoné są plamy na Wenerze, z których się pokazuie, że ten planeta obrácá się około swéy osi w czasie 23 godzin 20'; ziémia téż nasza obrácá się około swéy osi, w czasie 23 godzin 56' $3\frac{1}{2}$''. Co się Merkuryusza, Saturna i Urana tycze, tedy 1*wszy* z nich tak iest blizki słońca, drugié dwa tak daleko, iż na ich płaszczyznach żadnych płam doyrzéć nié możémy, nie wiémy zatém z pewnością, czyli się około swych osi obracaią lub nie; wszelako iest rzeczą dowodliwą, że i te planety tak iak i inne około swych osi obracaią się.

§. VII.

Swiatło zwiérzokresowé (lumen zodiacale)

Dowodliwą iest rzeczą, że planety tak iak i ziémia maią swoie powietrzokręgi (*Athmosphaera*), równie i słońcé otoczoné iest wielkim powietrzokręgiém, który daleko iest wyżéy około równika słońca, niż około iego biegunów, dlá niezmiernie szybkiégo obracaniá się słońca na osi swoiéy. Swiatło bowiém to, dlá tego zwiérzokresowém (*Zodiacale*) nazywaią, że zawsze na rocznokręgu pokazuie się, pochodzi zaś podług mniemaniá niektórych Fizyków od tegoż powietrzokręgu, promieńmi słońca oświéconégo. To światło w Kraiach między zwrotnikami codziénnie

przed

przed wschodém albo po zachodzie słońca pokazuie się niekiedy prostopadłe na poziom, w kształcie ostrosłupa białawégo, którégo oś znayduie się na saméy płaszczyznie równika słońca pochylonégo do rocznokręgu pod kątem $7\frac{1}{2}^{\circ}$ wzdłuż niekiedy do 100° niekiedy do 45° tylko w szérz zaś przez 8° aż do 30° rozciąga się. U nas i we wszystkich innych kraiach od równika oddalonych światło to dla swéy słabości, ledwo bywa dostrzeżoné, tylko około czasów porównań dnia z nocą w miesiącach Marcu i Pazdzierniku, gdzie trwałość świtu i mroku (*crepusculum*) iest naymnieysza, ponieważ w jnnych porach roku od świtu i mroku ledwo bydź może rozróżnioné. W czasie wiosny, przy wschodzie słońca znaki północné rocznokręgu są ku wschodowi, a zatém pod poziomém naszym, a znaki południowe nad poziomém. Gdy zaś te bardzo mało wstępuią nad nasz poziom, światło też zwierzéńcowé, chociaż w tén czas dosyć iest wzniesioné nad poziom, z rana nie bywa widziané ale przy zachodzie słońca światło słoneczné rozlané po znakach ; północné widzieć się daie, chociaż w tén czas bardzo mało nad poziom iest wyniesioné. W jesieni z podobnéy przyczyny światło zwierzokresowé rano ani przed wschodém słońca, ani po zachodzie widzieć się nie daie.

§. VIII.

§. VIII.

Merkuryusz i Wenera niekiedy przechodzić się zdaią przez płaszczyznę słońca nakształt plam czarnych, a z nich Merkuryusz częściéy, Wenera zaś rzadko, Merkuryusz do końca tego wieku dwa razy, Wenera zaś ani raz na płaszczyznie słońca widzianą nie będzie. Ostatnié przeyścié Wenery było R. 1769, nayblizszé będzie R. 1874. Przeyścia takowé przez płaszczyznę słoneczną, osobliwie przeyścia Wenery wielkiéy są wagi, gdyż służą do oznaczénia dokładnégo prawdziwéy odległości słońca od ziémi. Niech będzie S srzodek słońca, AB droga Wenery, DE droga ziémi, oczywista rzecz iest, ieżeli srzodek ziémi iest w D, Wenera zaś w punkcie A linii prostéy SD, tedy Wenera ze srzodka ziémi wydawałaby się w punkcie S; lecz ieżeli srzodek ziémi w czasie iakimkolwiek *t* przyydzie do E a razém srzodek Wénery do B, tedy ten srzodek zdawać się będzie ze srzodka ziémi w F pod kątém SEF, który przypuśćmy, że iest równy półsrzednicy widzialnéy słońca 16′ 3″ (Wstęp XII. 40.) Jest zaś SE: SB blizko iak 1: 0, 72 (§ 3.) A że i kąty ESB albo GSB i GEB są bardzo małe, będzie prawie SB, + BE = SE a zatém SB: BE = 0, 72: 0, 28 = wst GEB: wst GSB = GEB: GSB; ponieważ kąty małe tak się maią do siebie, iak ich wstawy.

Przeyście Wenery przez płaszczyznę słońca.

Fig. 173.

wy. Zaczém 0, 72: 0, 28 = 16, 05': GSB a zatém GSB = 6, 24'. Gdy zaś łuki AB i DE czyli kąty DSE i ASB w jednymże czasie *t* są przebieżoné od ziémi i od Wenery, a wenera swoią drogę odprawiá we 19415692'', ziémia zaś w 31558151'' (§ 4. i Rozd. V. § 20.) będzie prędkość kątowá (*velocitas angularis*) Wenery do prędkości kątowéy ziémi prawie iak 1, 6: 1 więc ASB : DSE = 1, 6: 1 = 8: 5 = ASB: ASG: Zaczém 8: 3 = ASB : ASB — ASG = ASB : GSB, a zatém ASB = $\frac{8}{3}$ GSB = $\frac{8}{3}$ 6, 24' = 16, 64'. Gdy więc Wenus w przeciągu 15'' czasu iednę sekundę drogi swoiéy przebiégá, musi w czasie 4 godzin blizko przeyśdź kąt ASB. W tymże samym czasie ze srzodka ziémi zdawać się będzie przebiégać półsrzednicę słońca, a zatém cała słońca srzednicę przebieży w czasie 8 godzin blizko.

§. IX.

Jak z przeyściá Wenery dochodzimy dwu glądu (*parallaxis*) słońca.

Z którégokolwiek punktu n. p. C powiérzchni ziémi znayduiącégo się na stronie lewéy srzodka E, widzieć się daie Wenera na linii CBH, a zatém od brzegu słonca (na którym wydawałoby się postrzégaczowi, gdyby tén znaydował się we srzodku ziémi) iuż oddaloná iest przeciągiém FH, którégo miara iest kąt FCH = PCB, czyli różnica między dwuglądami Wenery CBE i słońca CFE, odpowiadaiącémi wysokości punktu F względém mieysca

sca C, (Wstę. XII. 32.) przeto na takiém mieyscu Wenera prędzéy zdawać się będzie schodzić ze słońca, a niżeli uważana ze śrzodka ziémi, iako też prędzéy wchodzić na słońcé. Przeciwnie zaś ieżeli mieyscé C iest po prawéy stronie srzodka E, tedy tam przeyście Wenery poźniéy się zaczyna i poźniey kończy, niż widziané ze srzodka ziemi. Gdy więc ziémia obraca się około swéy osi w tymże samym kierunku od Q do R, w którym bieży po swéy drodze od D ku E, przeto niektóré mieysca od słońca oświécone porywane nieiako są przez tén obrót około osi, od prawéy ku lewéy stronie tak, iż n.p. mieyscé f, które było w początku przeyścia po prawéy stronie srzodka ziémi w I, ku końcowi mieysca tego, po upłynieniu 8 blizko godzin, będzie po lewéy stronie w M, zaczém we wszystkich takowych mieyscach przeyście Wenery pozniéy się zaczyna a prędzéy się kończy, niżby się zdawało patrzacému ze srzodka ziémi, a zatém w mnieyszym przeciągu czasu odbywa się. Lecz mieysce N blizko bieguna oświécone, gdzie wtedy albo żadnéy nié masz nocy, albo iest tak krótka, iż w wieczór przed zachodém słońca początek przeyścia Wenery a po wschodzie słońca rano dnia następuiącégo koniec przeyścia dostrzeżony bydź może, tam początek przeyścia Wenery iest

Fig. 173.

Fig. 174.

iest po lewéy stronie srzodka ziémi, a koniec po prawéy, a zatém prędzéy tam zaczyna się przeyście, poźniéy się kończy i dłużéy trwa, niż gdyby było widziané ze srzodka ziémi. Ta zaś nierówność trwania przeyścia Wenery na różnych mieyscach ziémi (iakeśmy powiedzieli) pochodzi od różnicy dwuględów Wenery i słońca, których stósunek wiadomy iest z wiadomégo stósunku między odległościami Wenery i Ziémi od słońca. Stąd się łatwo okazuie, iż z dostrzeżonéy téy nierówności czasu trwania przeyścia Wenery doyśdź można dwuględu słońca z zupełną dokładnością, gdyż nierówność ta dla powolnégo posuwania się Wenery po słońcu (chociaż Wenera nie przez sam srzodek płaszczyzny słonecznéy przechodzi) wszelako, że do 20′ i więcéy, czyli do 1200″ i daléy zayśdź może, tak albowiém choćby w dostrzeganiu omyliło się dwiéma sekundami czasu, przez tę atoli omyłkę ledwo 600*tną* częścią uchybiłoby się w pewności całkowitégo dwuględu słońca.

§. X.

Komety ciężkością powszechną krążą około słońca.

Oprócz Planet ieszcze i Komety krążą około słońca, z tą iednak różnicą od planet, że nie tylko na zwierzokresie bieg swóy odbywaią (Wstę. XII.) ale i po innych nieba mieyscach, nie tylko od zachodu na wschód, ale i w jnnych kie-

kierunkach, i że ich srzednica pozorna, iuż się powiększa, iuż znowu zmnieysza, w reszcie niewidzialna, na koniec, że przez krótki czas bydź mogą widziane, a częstokroć słabém tylko błyszczą światłém, które niby mgłą okryté, ogónem ich nazywa się. Ogóny komet zawsze się pokazuią w stronie od słońca odwróconéy, tak zaś są subtelné, iż przez nie gwiazdy stałe widziané bydź mogą, niekiedy są krótkie, niekiedy bardzo długie, czasém prosté, a niekiedy téż nakrzywioné, niekiedy samé ogóny widzieć się daią, a ciała kómety nie widać. Piérwszy *Newton* okazał, że komety podług tych samych praw cięzkości powszechnéy, co i planety biegi swoie około słońca S odbywaią po Ellipsach bardzo podłużnych. I tak komety z mieysc od ziemi nayodlegleyszych przychodzącé, gdy się ku swému Dosłonecznikowi A zbliżaią, zaczynaią bydź widzianémi, daléy zanurzywszy się w promiéniach słonecznych nikną, wychodząc z nich znowu się pokazuią, a coraz bardziéy oddalaiąc się od swégo *Dosłonecznika* A zbliżaiąc się zaś ku *Odsłonecznikowi* B światło ich się zmnieysza i na koniec z oczu nikną. Że zaś światło ich iest bardzo słabe, przeto z ziémi T nié mogą bydź widziané, tylko w małym drógi swoiéy przeciągu, który ledwo przewyższać zdaie się odległość Jowisza od słońca, a stąd się po- Fig. 175.

pokazuie, że trudną i częstokroć niepodobną iest rzeczą, aby z tak małéy części drogi komety, którą postrzegać możémy, całą drogę komety dokładnie oznaczyć.

§. XI.

Czas obieżny (*periodicus*) komet przez rachunek dochodzić się może.

Halley sławny Astronóm Angielski przed stém lat przeszło żyiący, czas obieżny iednego komety, sposobém *Newtona*, przez rachunek oznaczył, okazał on że ten kometa R. 1531 dnia 24 Sierpnia R. 1607 dnia 26 Pazdziernika i R. 1682 dnia 14 Września był w swoim dosłoneczniku i przepowiedział, że tenże sam kometa znowu około R. 1757 miał się pokazać. Dowiódł potém sławny Jeometra Francuzki, *Clairaut* roztrząsnąwszy rachunki Halleia, że tén kometa dopiéro R. 1759 miał bydź widziany, co téż sam skutek stwiérdził. Był bowiém R. 1759 dnia 12 Marca w swoim dosłoneczniku widziany, między Merkuryuszém i Wenerą. Czas iego obiegu iest 76 lat 6½ Miesięcy, a zatém będzie znowu widziany R. 1835. Inny Kometa, który się pokazał R. 1661 podług Halleia miał powrócić w R. 1789, czyli iednak powrócił czyli nie, Astronomowie z pewnoscią nie wiedzą. Porównywaiąc zaś z sobą wszystkié komety, które postrzégali Astronomowie, dowodliwą iest rzeczą, że czas obieżny wielu komet iest kilkaset lat, tak iż komety widzianéy R. 1759 czas obieżny

żny dla téy tylko przyczyny mógł bydź dokładnie dostrzeżony, iż był tak krótki. Im bowiém dalszy iest odsłonecznik komety, tém część owa drogi, w ktoréy kometa widziany bydź może mnieyszą iest względém całkowitéy drogi komety, a zatém trudniéy z tak małéy części całą drogę komety doskonale oznaczyć.

§. XII.

Wielká liczba komet.

Wszystkié komety do tych czas dostrzeżone w dosłoneczniku swoim bliżéy słońca były niż Jowisz. Niektóré z nich tylko przez przeziérniki bydź mogą widzianémi, ale częstokroć chociaż blizkie ziémi, nawet przez przeziérniki dostrzeżoné bydź nié mogą. Jeżeli bowiém maią znaczną szérokość południową, tedy się albo ukrywaią pod naszym poziomém, albo około złączénia się ze słońcém zanurzaią się w jego promieniach. Skąd niekiedy w czasie wielkich zacmiéń słońca, komety blizko niego postrzegano, ktorych przed i po zaćmiéniu widzieć nié można było. Inné komety w śrzód lata, kiedy mrók, wieczór trwa aż do rana, albo w zimie, gdy niebo częstokroć przez wielé dni iest pochmurné, lub oświéconé od xiężyca będącégo w pełni, do ziémi się zbliżaią i z tych przyczyn nié mogą bydź widzianémi. Są także komety tak małe, iż tylko prawie przypadkiém przez przeziérniki bydź mogą dostrzeżoné. Bardzo więc dowodli-

wą iest rzeczą, że my ledwie czwartą część komet widzieć możémy z tych, które są do ziémi zbliżoné tak, iż mogą stać się widzialnémi. I ponieważ podług dostrzeżéń w tym wieku uczynionych, srzednią biorąc proporcyą w rok dwie komety do ziémi się zbliżaią. Wziąwszy zatém srzedni czas obieżny tych komet lat 300, (który daleko większy iest) wypądá, że około naszego słońca iest przynáymniéy 600 różnych komet, które bardzo zbliżaią się do ziémi. Iak więc znaczná liczba komet bydź musi, których nie widzimy, dlá wielkiéy ich odległości od ziémi, gdy cała droga ziémská, iest prawie tylko punktém względém drogi Urana. Czyliż nie dowodliwą iest rzeczą, iż wielé tysięcy Komet bydź może w naszym *Układzie słonecznym* (Systema solare).

§. XIII.

Przyrodzénié komet.

Wlásności, które we wszystkich planetach dostrzégamy, są do siebie podobné, a zatém dowodliwą iest rzeczą, że i inné ich właśności, chociaż ich nie dostrzégamy są także do siebie podobné; stąd wnosimy, że wszystkié planety maią gory, doliny, morza, rzéki, a podobno i mieszkańców. Lecz przeciwnie zdaie się, iż komety mieszkańców nié maią: są bowiém cale różné od planet w biegu, kształcie, świetle, i t. d. Niezmiernym okrążané powietrzokręgiém, zdaie się, iakoby po większéy

części z mgły tylko składały się, stąd wypada, że częstokroć są miąższości bardzo rzadkiéy względém swoiéy obiętości. I tak komety Roku 1744 ciało podłużné, któré nazwać można z Łacińskiégo (nucleus) iądrém blizko 8 razy przewyższało wielkością swoią Merkuryuszą, wysokość zaś tego komety powietrzokręgu wynosiła się prawie do 8000 mil, a długość ogóna była do 7,000,000, mil, iednakowoż tak ogromné ciało, żadnéy nie sprawiło odmiany w biegu Merkuryusza, chociaż tak był blizki od niego; z czego się pokazuie, że miąższość tego komety była bardzo mała; prócz tego, komety tak częstokroć rozpalaią się blizko słońca, iż dostrzédz można z nich wychodzącé ognisté dymy, a ich iądro nieiako rozrywaiącé się, albo znacznie zmnieyszaiącé się. Jakżeby więc ciała takie mogły bydź zamiészkané?

§. XIV.

Gwiazdy stałé dzielą się podług różnéy żywości światła na gwiazdy 1wszéy 2giéy 3ciéy 4téy 5téy 6téy i t. d. wielkości. Niektóré z nich mocném iaśnieią światłém, niby migaią się (scintillant) tak, iż przez żywość światła, łatwo ich rozeznać można od planet, a gdy gwiazdy daleko więcéy są odległé od ziémi, niż planety, bez wątpiénia muszą mieć właściwé światło, są przeto słońcami. Gwiazdy zdaią sie bydź tylko punktami przez doskonałé przeziérniki,

Gwiazdy stałé.

niki, i wiémy pewnie, że srzednica widzialna żadnéy nie dochodzi nawet wielkości 1''. Niektóré z nich maią sobie właściwé biegi, lubo bardzo małe, niektóré z nich niekiedy bardziéy, niekiedy mniéy przyświécaią, a czasém zdaią się niknąć. Daie się postrzegać w pośrzód nieba białawy pas (fascia) nieforemnégo kształtu, tu i owdzie iakoby na Wyspy podzielony, który nazwano *drogą mléczną* (*Via lactea galaxia*) Są i inné białawé plamy na niebie, lecz częstokroć tak małe, iż tylko przez przeziérniki bydź mogą widziané, które nazywaią gwiazdami mglistémi (*Stellae nebulosae*) Naywiększé między témi są przy biegunie południowym, które zowią *obłoczkami* (*nubeculae*) W niektórych przez dobré przeziérniki niezmierną liczbę gwiazd małych rozeznać można, w niektórych zaś nie, prócz mgły białawéy. Są także dwie plamy w stronie nieba południowéy tak czarné, iż Anglicy ié zowią worami węglarskiémi (*sacci carbonarii*) których czarność podobno pochodzi od światła drogi mléczney, którą te plamy wokoło są otoczoné.

§. XV.

Układ słoneczny. Fig. 176. O gwiazdach stałych 1*wszéy* wielkości, które nayblizszé są ziémi, to mamy pewnégo z dostrzeżéń Astronomicznych, że ich dwugląd roczny nie dochodzi do iednéy sekundy. Przypuściwszy nawet, że ich dwu-

dwuglad ACB wyrównywá 1", łatwo się pokazuie, że w tróykącie prostokątnym ACB, bok CA czyli odległość gwiazdy staléy C, od ziémi i od słońca iest = 206264 AB. Ze zaś AB iest srzednicą drogi ziémskiéy, wypádá stąd, że gwiazdy stałe cztérykroćstotysięcy razy odlegleyszé są od słońca niż ziémia. Skąd łatwo wyrozumiéwamy, że gwiazdy stałe wyrównywaią co do wielkości słońcu, albo go ieszcze przewyższaią. Podzieliwszy zaś to mieyscé na dwie części równé i promiéniém 200,000 AB, około słońca opisáwszy kulę, ta brać się może za odległość odpowiadaiącą układóm słonecznym. Gdy więc światło od słońca do ziémi przychodzi w czasie 8' (Roz. V. §. 5.), wypádá stąd, że to światło potrzebowałoby lat sześciu, ażeby od iednego końca układu naszego słonecznégo przeszło do drugiégo. Jakzaś niezmierny iest tén przeciąg mieysca, okazać można następnym sposobém. Kula z przywiększégo działa wystrzeloná, náywiększą siłą przebiégá około 600 stóp w jednéy sekundzie, czyli 100 sążni (hexapeda), a zatém gdyby zawsze iednakową miała chyżość, w czasie 36" iednę milę, a promiéń srzedni ziémi 909 mil, blizko w 9 godzin przebiegłaby. Więc ponieważ odległość słońca od ziémi czyli $\frac{1}{2}$ AB = 23708 takich promiéni, zatém kula owa chyżością nieosłabioną przebiegłaby

to

to mieyscé prawie w 24, 3' lat. Zaczém srzednicę całego układu słonecznégo przebiegłaby w 9720000 lat.

§. XVI.

Układ gwiazd stałych.

Układ takowy składá się z naszego słońca, z niezmiernéy liczby komet, planet, któré to wszystkié ciała około wspólnégo ciężkości srzodka (blizko słońca będącégo) krążą i to w mieyscu niekoniecznie próżném, ale napełnióném materyą światła, tak iednak subtelną, iż przez iéy opór bieg tych ciał znaczniéby się odmiénić nié mógł, chyba w przeciągu wielu wieków. Tén też wspólny ciężkości srzodek nie spoczywá, ale podług nayświéższych dosrzeżéń *Herschela* 1go wynalazcy Planety *Urana*, podług wszelkiégo podobiéństwa bieg ma szybki bardzo, zdaie się więc rzeczą pewną, że nasze słońcé ze wszystkiémi gwiazdami stałémi, któré widzimy rozrzuconé po niebie, inny powiększy układ czynią, i około wspólnégo ciężkości srzodka tego układu obrácaią się. Ale któż wielkości układu tego w myśli nawet wystawić sobie może? wielu bowiém gwiazd stałych, dlá ich małości gołém okiém nie widzimy. *Galileusz* zaś za pomocą miernego przeziernika w jednéy części gwiazdozbioru Oriona zawieraiącéy w sobie 14° prawie kwadratowych 500 gwiazd stałych naliczył, to iest 36 w każdym

żdym stopniu. Przypuściwszy więc, że w każdym stopniu kwadratowym Nieba mieści się 36 gwiazd stałych, które albo gołém okiém, albo przez przezierniki widzieć można, ogólna liczba gwiazd stałych, prócz drogi mleczney i gwiazd mglistych, wyniosłaby do półtora miliona. Jeżeli zatém kula iakiéy gwiazdy stałéy wyrównywa połowie kuli układu naszego słonecznégo, tedy ten układ gwiazd, do któréy należy słońcé nasze równy będzie kuli, któréy srzednica 114 razy blizko przewyższa srzednicę układu naszégo słonecznégo, a stąd lędwie w 700 lat mogłaby bydź przebieżoną. Z czego się pokazuie, iż gdyby która z pomiędzy gwiazd stałych, które gołém okiém widzimy, wygasła, tedy wszelako przez wielé ieszcze lat byłaby na Niebie widzianą, z przyczyny, że światło wielé lat potrzebuie, ażeby od téy gwiazdy stałéy do ziémi doszło.

§. XVII.

Swiat widzialny.

Takich układów złożonych z niezliczonéy liczby gwiazd stałych lub słońców zbiorém bydź się zdaie droga mléczna; podobnym także zbiorém bez wątpiénia bydź się zdaią owe obłoczki (*nubeculae*) czyli gwiazdy mglisté (*nebulosae*), w których znacznéy liczbie żadnych gwiazd i przez náylepsze przeziérniki dotąd nie dostrzeżono. Wielkość tego widzialnégo

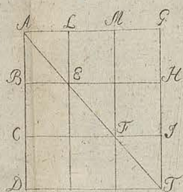
świata

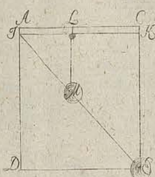
świata (*mundus aspectabilis*) wszelkié pojęcié nasze przewyższá, ten iednak iakokolwiek bądź wielki, cząstką tylko náymnieyszą iest całości (*Universum*). O! iak wielki zatém BOG, na którégo skiniénié wszystko stało się i trwa.

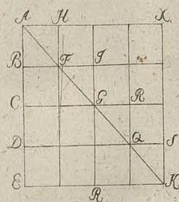
Kóniec Części piérwszéy.

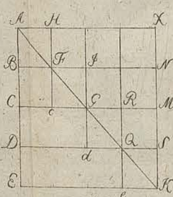


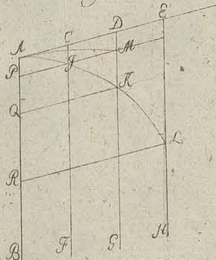
Tablica I.


Fig 1.
A
L
M
G
B
E
H
C
F
I
D
T

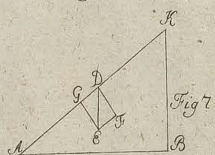

Fig 2.
A
L
C
I
K
D

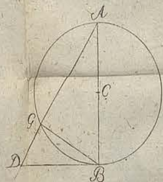

Fig 3.
A
H
X
B
F
I
C
G
R
D
Q
S
E
K
R

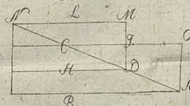

Fig 4.
A
H
X
B
F
I
N
C
G
R
M
c
D
Q
S
d
E
K
e

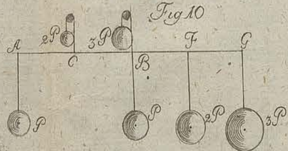

Fig 5.
A
C
D
E
P
I
M
K
Q
L
R
B
F
G
H

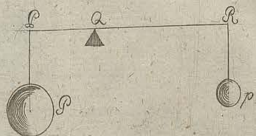

B
C
D
E
Fig 6.


K
D
G
Fig 7.
F
E
A
B


Fig 8.
A
C
G
D
B

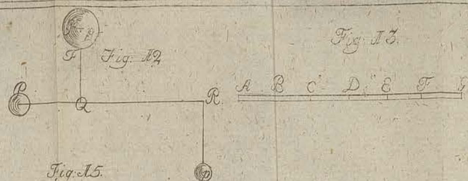

Fig 9
N
L
M
O
C
G
H
D
A
B

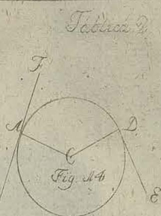

Fig 10
A
2P
C
3P
B
F
G
P
P
2P
3P

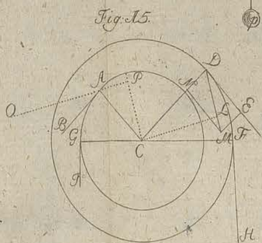

Fig 11.
Q
R
P
p

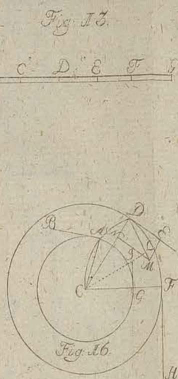


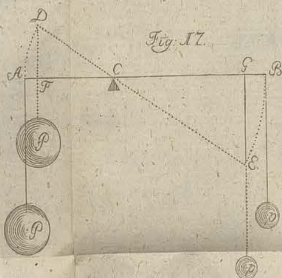
Tablica 2.

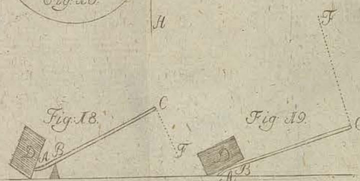

Fig. 12.
P Q R F p
Fig. 13.
A B C D E F G


Fig. 14.
F A C D E B


Fig. 15.
O A P D E B G C M F H


Fig. 16.
B A D E C M F G H


Fig. 17.
D A F C G B E P P p p


Fig. 18.
C D A B F
Fig. 19.
F C D A B



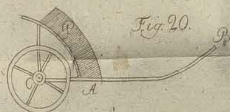
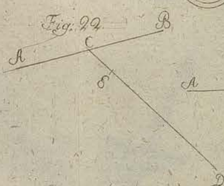
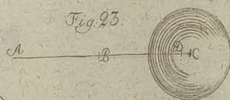

Fig. 20.
P A R


Fig. 21.
C A B D


Fig. 22.
A C B E D


Fig. 23.
A B D C



Tablica 3.

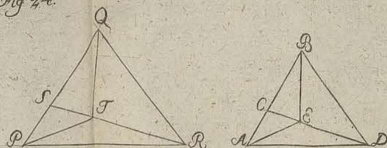


Fig. 24.

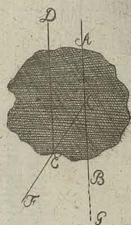


Fig. 25.

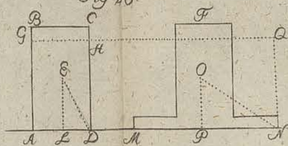


Fig. 26.

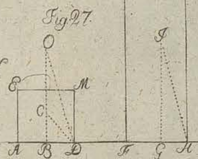


Fig. 27.

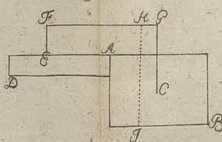


Fig. 28.

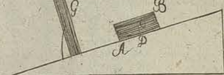


Fig. 30.

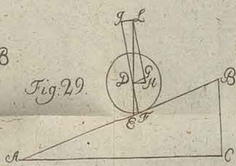


Fig. 29.

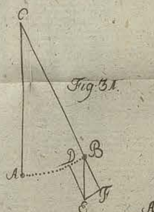


Fig. 31.

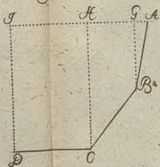


Fig. 35.

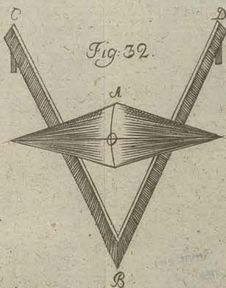


Fig. 32.

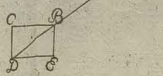


Fig. 34.

Tablica 4

Fig: 36.

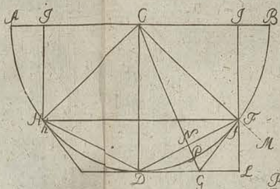
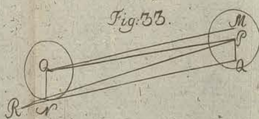


Fig: 37.



Fig: 33.



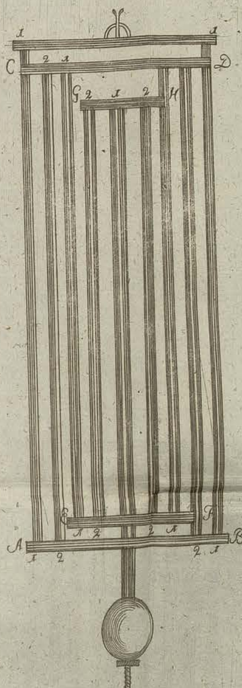
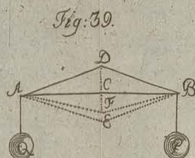
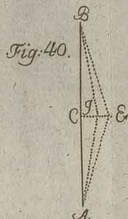
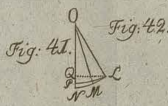


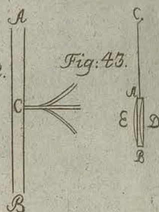
Fig: 38.

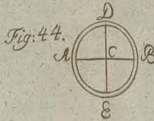
Tablicá 5.

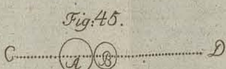

Fig: 39.
D
A
C
B
F
E
Q
P

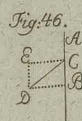

Fig: 40.
B
C
I
E
A

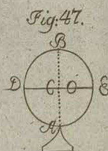

O
Fig: 41.
Q
L
N
M
Fig: 42.

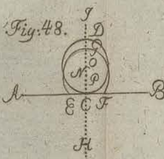

A
C
B
Fig: 43.
C
A
E
D
B

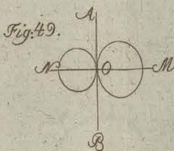

Fig: 44.
D
A
C
B
E

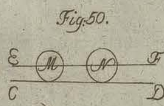

Fig: 45.
C
A
B
D

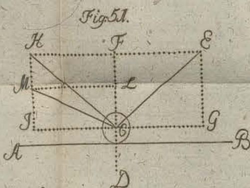

Fig: 46.
A
E
C
B
D

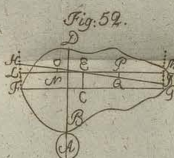

Fig: 47.
B
D
C
O
E
A


Fig: 48.
I
D
O
N
P
A
B
E
C
F
H

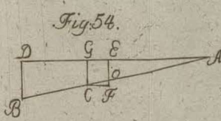

Fig: 49.
A
N
O
M
B

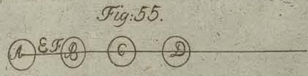

Fig: 50.
E
M
N
F
C
D


Fig: 51.
H
F
E
M
L
I
G
A
B
D


Fig: 52.
D
O
E
P
M
N
Q
F
G
C
B
A


A
Fig: 53.
O
C
D
B
F
E


Fig: 54.
D
G
E
A
O
B
C
F


Fig: 55.
A
E
F
B
C
D

Táblicá 6.

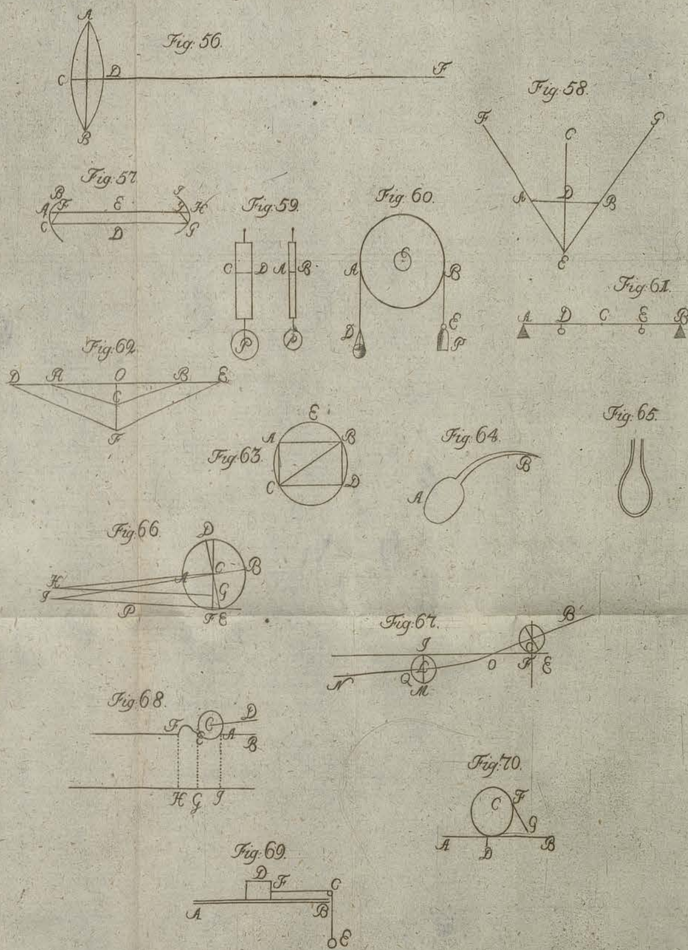
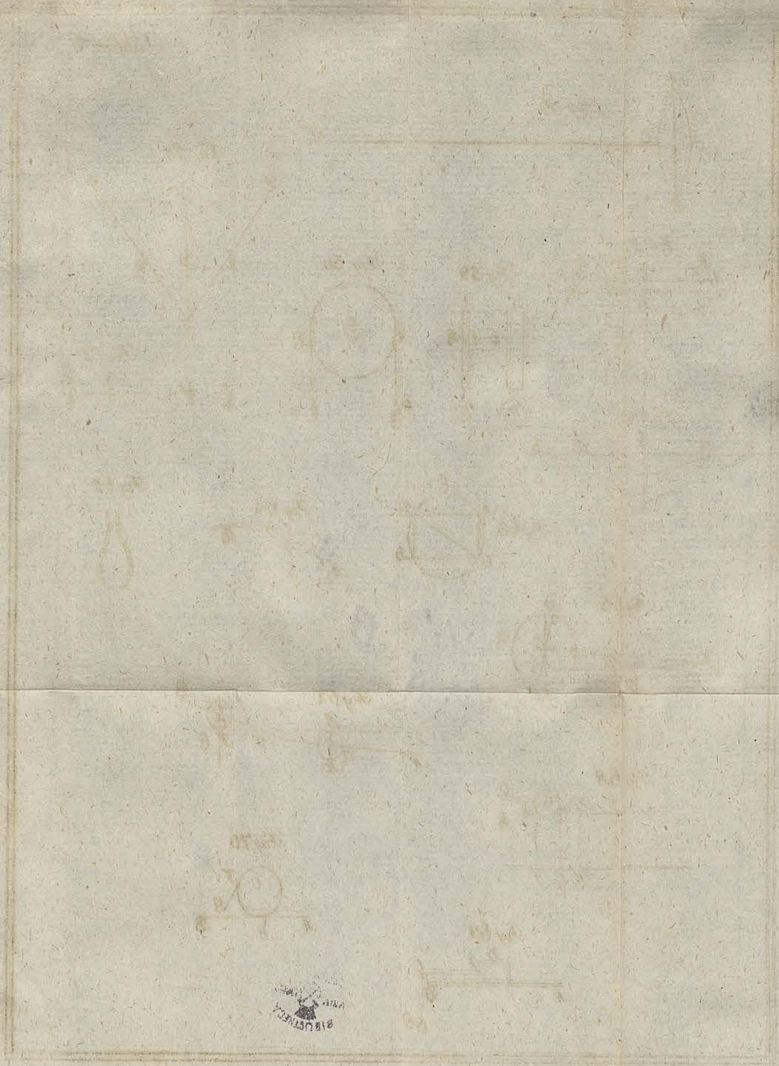


Fig. 56.
Fig. 57.
Fig. 58.
Fig. 59.
Fig. 60.
Fig. 61.
Fig. 62.
Fig. 63.
Fig. 64.
Fig. 65.
Fig. 66.
Fig. 67.
Fig. 68.
Fig. 69.
Fig. 70.



Táblica 7.

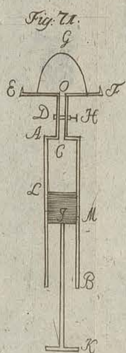


Fig. 71.

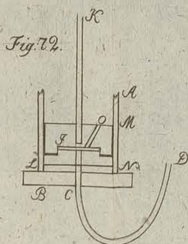


Fig. 72.

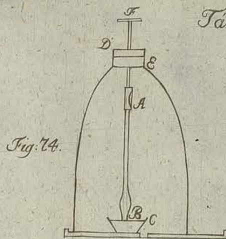


Fig. 74.

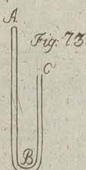


Fig. 73.

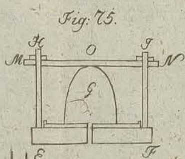


Fig. 75.

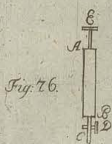


Fig. 76.



Fig. 77.

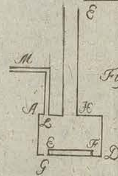


Fig. 78.

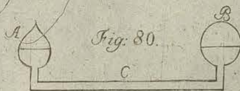


Fig. 80.

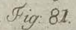


Fig. 81.



Fig. 79.

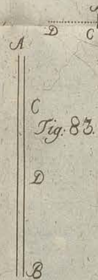


Fig. 83.



Fig. 84.

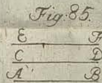


Fig. 85.

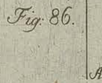


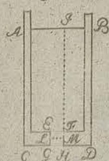
Fig. 86.

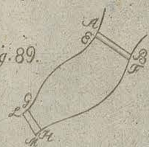


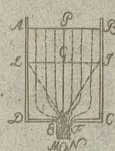
Fig. 82.

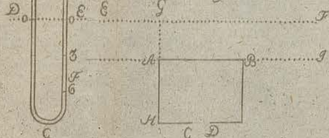
Táblica 8


Fig. 87.


Fig. 88.


Fig. 89.


Fig. 91.


Fig. 90.

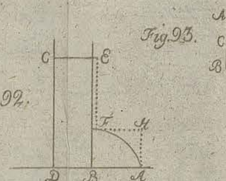

Fig. 92.
Fig. 93.


Fig. 94.


Fig. 95.


Fig. 96.

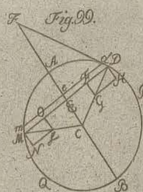
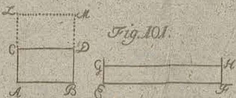

Fig. 99.


Fig. 100.


Fig. 101.

Tablica 9.



Fig. 102.

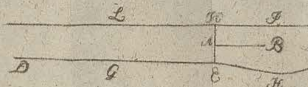


Fig. 103.

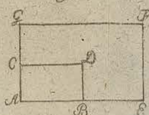


Fig. 104.

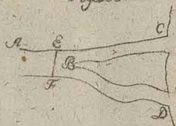


Fig. 105.

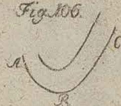


Fig. 106.



Fig. 107.

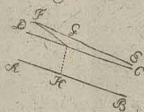


Fig. 108.

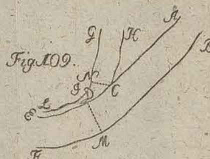


Fig. 109.

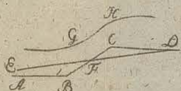


Fig. 110.

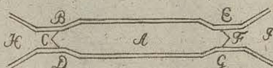


Fig. 111.



Fig. 112.

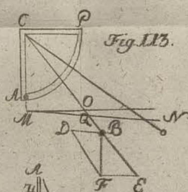


Fig. 113.



Fig. 114.

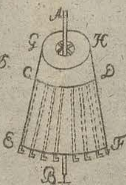


Fig. 115.

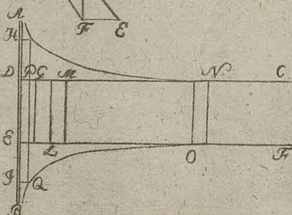
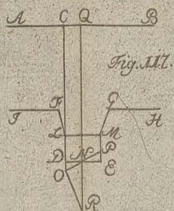
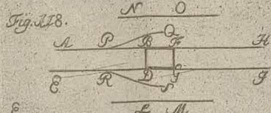


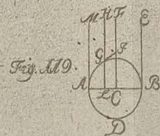
Fig. 116.



Tablica 10.







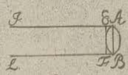
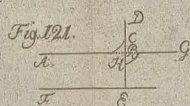
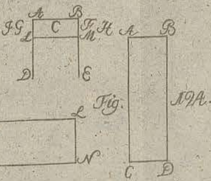
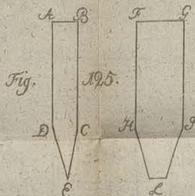


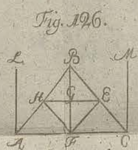
Fig. 120.

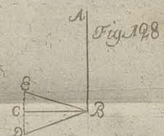


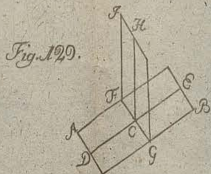


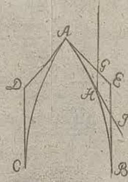


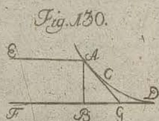












Táblica XI.

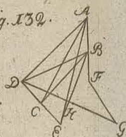


Fig. 132.

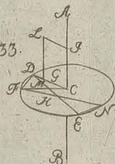


Fig. 133.



Fig. 134.

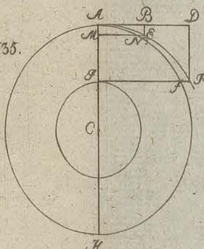


Fig. 135.

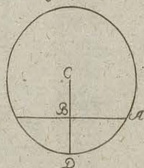


Fig. 136.

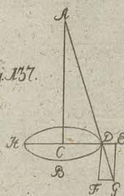


Fig. 137.



Fig. 140.

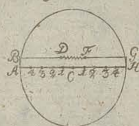


Fig. 138.

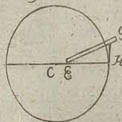


Fig. 139.

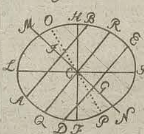


Fig. 143.

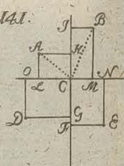


Fig. 141.

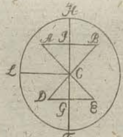


Fig. 142.



Fig. 144.

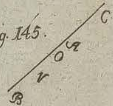


Fig. 145.

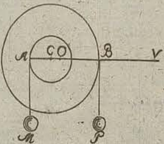


Fig. 146.

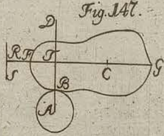
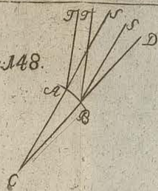
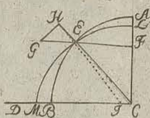


Fig. 147.

Tablica 12.


Fig. 148.


Fig. 149.

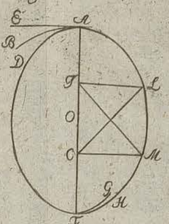
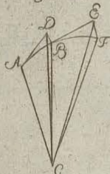
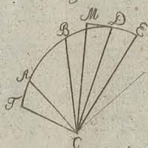

Fig. 151.

Fig. 150.


Fig. 152.


Fig. 153.

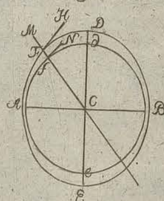

Fig. 154.

Fig. 155.

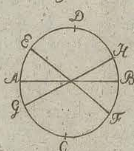

Fig. 156.

Fig. 157.

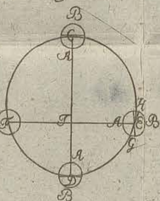

Fig. 158.

Fig. 159.

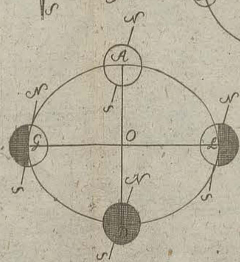
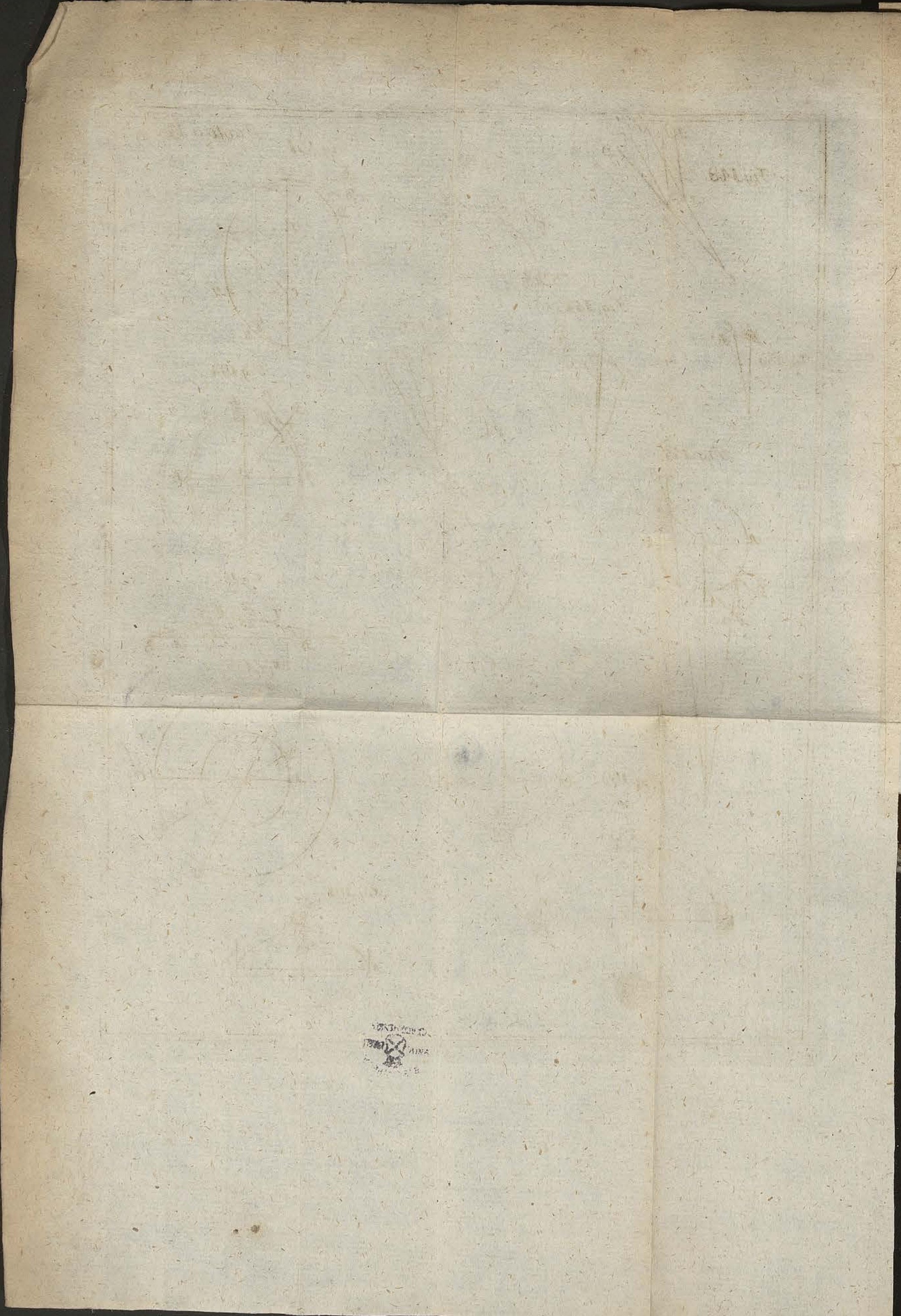
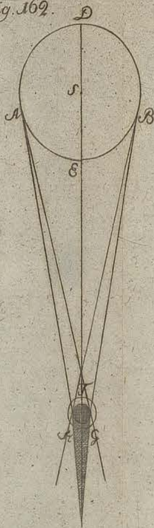
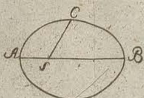

Fig. 160.

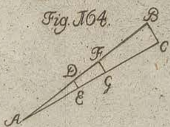
Fig. 161.



Táblica N3


Fig. 162.


Fig. 163.


Fig. 164.

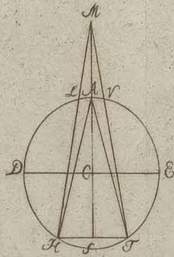
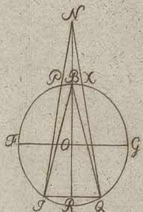


Fig. 165.


Fig. 166.

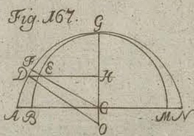

Fig. 167.

Fig. 168.


Fig. 169.

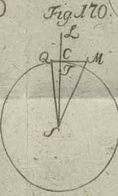
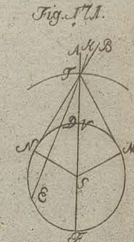

Fig. 170.


Fig. 172.


Fig. 171.

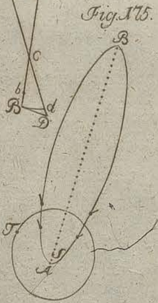
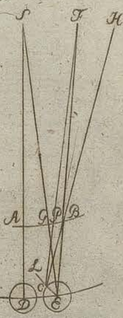

Fig. 175.


Fig. 174.



Fig. 176.


Fig. 173.



2464. C

